UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL ROSARIO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Análisis Matemático II

PRIMER PARCIAL — MARTES 28 DE JUNIO DE 2022

NOMBRE Y APELLIDO: _____ LEGAJO: _____

1. En electrostática, la *ley de Coulomb* establece que la fuerza P de atracción entre dos partículas de carga opuesta está dada por
$$P = \frac{k\vec{r}}{|\vec{r}|^3},$$
donde k es una constante y $\vec{r} = (x, y, z)$. Mostrar que P es el gradiente de $f(x, y, z) = -\dfrac{k}{|\vec{r}|}$.

2. Sea
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^4}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$
   a) Estudiar la diferenciabilidad de f en $(0,0)$.
   b) Hallar todos los vectores unitarios $\vec{v} = (a, b)$ tales que $D_{\vec{v}} f(0,0) = a^2$.

3. Si se midió el radio y altura de un cilindro con una precisión del 1 % y se obtuvo $r = 5{,}0$ cm y $h = 12{,}0$ cm, ¿con qué error relativo se está calculado
   a) el volumen del cilindro?
   b) el área total del cilindro?

4. La temperatura en grados Celsius en el punto (x, y, z) de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ es $T(x, y, z) = 400xyz^2$. Determinar los puntos más fríos y más calientes de la esfera.