

---

## Análisis Matemático II

---

PRIMER PARCIAL — LUNES 4 DE JULIO DE 2022

---

NOMBRE Y APELLIDO: \_\_\_\_\_ LEGAJO: \_\_\_\_\_

1. En electrostática, la *ley de Coulomb* establece que la fuerza  $P$  de atracción entre dos partículas de carga opuesta está dada por

$$P = \frac{k \vec{r}}{|\vec{r}|^3},$$

donde  $k$  es una constante y  $\vec{r} = (x, y, z)$ . Mostrar que  $P$  es el gradiente de  $f(x, y, z) = -\frac{k}{|\vec{r}|}$ .

2. Sea

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^4}{x^2+y^2} & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

a) Estudiar la diferenciabilidad de  $f$  en  $(0, 0)$ .

b) Hallar todos los vectores unitarios  $\vec{v} = (a, b)$  tales que  $D_{\vec{v}} f(0, 0) = a^2$ .

3. La altura y radio de un cilindro circular recto se medirán con la misma precisión ¿Cuál debe ser esa mínima precisión si se busca garantizar un error relativo del 3% en la medición del volumen?
4. Una sonda espacial con la forma de elipsoide

$$4x^2 + y^2 + 4z^2 = 16,$$

entra a la atmósfera de la Tierra y su superficie comienza a calentarse. Después de una hora, la temperatura en el punto  $(x, y, z)$  sobre la superficie de la sonda es

$$T(x, y, z) = 8x^2 + 4yz - 16z + 600.$$

Determinar el punto más caliente sobre la superficie de la sonda.