UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL ROSARIO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Análisis Matemático II

PRIMER PARCIAL — MARTES 15 DE JUNIO DE 2021

NOMBRE Y APELLIDO: ______________________ LEGAJO: ______________________

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	Ñ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27

Inicial del primer nombre: (α): ______ Segunda letra del apellido (β): ______

1. Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ un campo escalar definido como
$$f(x,y) = \alpha y^2 x + 3x^3 + 2x,$$
y sea $\vec{v} = \left(-2, 0, \frac{1}{5}\right)$. Determinar todos los puntos $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ tales que $\vec{v}$ sea normal al gráfico de f en (x_0, y_0).

2. Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ el campo escalar definido como
$$f(x,y) = \frac{x^2}{4} + y^2 - \sqrt{x^2 + y^2 + 1}.$$
Encontrar los extremos absolutos de f en $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon x^2 + y^2 \le \beta^2\}$.

3. Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ tal que
$$f(x,y) = \frac{\alpha x^3 - \beta y^3}{x^2 + y^2}, \text{para } (x,y) \neq (0,0).$$
¿Cómo hay que definir $f(0,0)$ para que f resulte continua en $(0,0)$? ¿Es diferenciable?

4. Dada la ecuación
$$z^3 \operatorname{sen}(\pi e^x) + x^2 + y \ln(x^2+1) - y^2 + z^2 - z + \alpha = 0$$
sea $z = f(x,y)$ la función definida implícitamente por ella en un entorno del punto $(0, \alpha, \alpha)$.
   a) Hallar la ecuación del plano tangente a la gráfica de f en el punto $(0, \alpha, f(0,\alpha))$;
   b) determinar la recta normal a dicho plano en el mismo punto.