UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
Facultad Regional Rosario
Departamento de Matemática

Análisis Matemático II

Primer Examen Parcial — Lunes 24 de junio de 2019

Apellido y Nombre: ______________________________ Legajo: __________

Carrera: Ingeniería Eléctrica ______________ Comisión: 2.01 __________

1. Para el campo escalar
$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^3-y^3}{x^2+y^2} & (x,y)\neq(0,0),\\ 1 & (x,y)=(0,0).\end{cases}$$
   a) Analizar la continuidad de f en $(0,0)$.
   b) Analizar la diferenciabilidad de f en $(0,0)$.
   c) Calcular f_x.

2. Hallar los máximos y mínimos absolutos de $f(x,y)=x^2+y^2+xy-x-y$ en la región definida por $x\geq 0$; $y\geq 0$; $x+y\leq 3$.

3. El capitán Ralph tiene problemas cerca de la cara iluminada de Mercurio. La temperatura del casco de su nave cuando se encuentra en el punto (x,y,z) es de
$$T(x,y,z)=e^{-x^2-2y^2-3z^2},$$
donde x, y, z se miden en metros. En este momento está en $(1,1,1)$.
   a) ¿En qué dirección debe moverse para que la temperatura baje lo más rápidamente posible?
   b) Si la nave vuela a $e^8\ \mathrm{m\,s^{-1}}$, ¿a qué velocidad bajará la temperatura cuando se desplace en esa dirección?

4. Indicar si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Justificar sus respuestas.
   a) Si $f(3,1)=2$ entonces $\lim_{(x,y)\to(3,1)} f(x,y)=2$.
   b) Si la función $f\colon\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ es diferenciable en $(2,-1)$ con plano tangente $z=2x-3y+2$, entonces la función $g(x,y)=3x-2f(x,y)+5$ es diferenciable en el punto $(2,-1)$ con plano tangente $z=-x+6y+1$.
   c) Si $f(x,y)=\operatorname{sen}x+\operatorname{sen}y$, entonces $-\sqrt{2}\leq D_{\vec{u}}f(x,y)\leq\sqrt{2}$.

5. Sea $G\colon\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ un campo escalar diferenciable en $\mathbb{R}^2$ y $\vec{r}\colon[a,b]\to\mathbb{R}^2$ una función vectorial diferenciable en $[a,b]$, y tal que $\vec{r}\,'(t)=-\nabla G(\vec{r}(t))$. Probar que el campo escalar $h(t)=G(\vec{r}(t))$ es decreciente en todo punto de $[a,b]$ para el cual $G(0,0)\neq 0$.