UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
Facultad Regional Rosario
Departamento de Matemática

Análisis Matemático II

Primer Examen Parcial — Martes 19 de junio de 2018

Apellido y Nombre: ______________________________ Legajo: __________

Carrera: Ingeniería Química ______________ Comisión: 2.02 __________

1. Considere el campo de $f(x,y) = x^2 + y^2 - 2x + 2y + 3$, con dominio $[-10, 10] \times [-5, 8]$. (La posición (x, y) se mide en cm, mientras que la temperatura se mide en $^{\mathrm{o}}$C.)
   a) Identifique al conjunto formado por todos los puntos del dominio de f que se encuentran a 26$^{\mathrm{o}}$C. Grafique.
   b) Obtenga la ecuación del plano tangente a la gráfica de f en el punto $P(2, 1)$.
2. El plano $x + y + 2z = 2$ interseca al paraboloide $z = x^2 + y^2$ en una elipse. Encuentre los puntos más altos y más bajos de la elipse.
3. Los dos catetos de un triángulo rectángulo miden 65 cm y 72 cm respectivamente con un error máximo en la medición del 0.5 %. Determine el error absoluto que se comete en el cálculo del perímetro del triángulo.
4. Indique si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Justifique sus respuestas.
   a) Si un campo escalar f de dos variables definido sobre un conjunto abierto $D \subseteq \mathbb{R}^2$ tiene derivadas parciales de primer orden continuas en D, entonces f es continuo en D.
   b) Si f es un campo escalar definido sobre una región abierta $A \subseteq \mathbb{R}^2$ que contiene al punto (x_0, y_0) y tiene derivadas parciales continuas en A, y además $\nabla f(x_0, y_0) = \overrightarrow{0}$, entonces f tiene en (x_0, y_0) un extremo local.
5. *a*) Demuestre que si f es un campo escalar con derivadas parciales de primer orden continuas sobre un conjunto abierto $A \subseteq \mathbb{R}^2$, entonces la derivada direccional máxima de f en un punto $P \in A$ vale $|\nabla f(P)|$.
   b) Demuestre que si f es un campo escalar diferenciable sobre un conjunto abierto $A \subseteq \mathbb{R}^2$ y $\overrightarrow{u}$ es cualquier vector unitario, entonces la derivada direccional de f en un punto $P \in A$ vale
$$D_{\overrightarrow{u}} f(P) = \nabla f(P) \cdot \overrightarrow{u}.$$