UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
Facultad Regional Rosario
Departamento de Matemática

Análisis Matemático II

Primer Examen Parcial — Lunes 23 de julio de 2018

Apellido y Nombre: ______________________________ Legajo: __________

Carrera: `Ingeniería Eléctrica` ____________ Comisión: `2.01` __________

1. Considere el campo de temperaturas $f(x, y) = x^2 + y^2 + 3$, con dominio $\mathbb{R}^2$. (La posición (x, y) se mide en cm, mientras que la temperatura se mide en °C.)

   a) Identifique al conjunto formado por todos los puntos del dominio de f que se encuentran a 26°C. Grafique.

   b) Obtenga la ecuación del plano tangente a la gráfica de f en el punto $P(2, 1)$.

2. La derivada direccional del campo escalar diferenciable f en el punto $P(1, 2)$ en la dirección del vector $\vec{u} = (2, -1)$ es $\sqrt{5}$, y además, $f_y(1, 2) = 7$.

   a) Calcule $\nabla f(1, 2)$.

   b) Halle la máxima derivada direccional de f en P y la dirección en la que se obtiene esta máxima razón de cambio.

3. Encuentre los extremos absolutos de $f(x, y) = 2x^2 + 3y^2 - 4x - 5$ en

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \colon x^2 + y^2 \leq 16\}.$$

4. Indique si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Justifique sus respuestas

   a) Si $f(3, 1) = 2$ entonces $\lim_{(x,y)\to(3,1)} f(x, y) = 2$.

   b) Si un campo escalar f de dos variables definido sobre un conjunto abierto $D \subseteq \mathbb{R}^2$ tiene derivadas parciales de primer orden continuas en D, entonces f es continuo en D.

   c) Si f es un campo escalar definido sobre una región abierta $A \subseteq \mathbb{R}^2$ que contiene al punto (x_0, y_0) y tiene derivadas parciales continuas en A, y además $\nabla f\,(x_0, y_0) = \vec{0}$, entonces f tiene en (x_0, y_0) un extremo local.

5. Demuestre que si f es un campo escalar con derivadas parciales de primer orden continuas sobre un conjunto abierto $A \subseteq \mathbb{R}^2$, entonces la derivada direccional máxima de f en un punto $P \in A$ vale $|\nabla f(P)|$.