UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL ROSARIO
U. D. B. MATEMÁTICA

Álgebra y Geometría Analítica

SEGUNDO PARCIAL — 17 DE OCTUBRE 2024

NOMBRE Y APELLIDO: ______________________ LEGAJO: ____________

1. Sea $A = \begin{bmatrix} \sqrt[3]{2} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.
   a) Verifique que $A^3 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.
   b) Calcule A^{2024}.
2. Analice la validez de las siguientes proposiciones. Justifique en cada caso.
   a) Las matrices singulares (no inversibles) tienen traza nula.
   b) Si $\vec{x}_1$ es solución del sistema homogéneo $A\vec{x} = \vec{0}$, entonces $\alpha\vec{x}_1$ también.
   c) Si $A^{2024} = \mathbb{I}$, entonces $A\vec{x} = \vec{b}$ es compatible determinado para cualquier vector $\vec{b}$.
3. Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} kx + y + z = 1 \\ x - ky + z = k \\ x + y - k^2 z = 1 + k^2 \end{cases}$$

   indique para qué valores del parámetro real k, el sistema resulta
   a) compatible determinado;
   b) compatible indeterminado;
   c) incompatible.
4. Resuelva la ecuación matricial en X:

$$X^t A + (BX)^t = C,$$

   donde A, B y C son elementos de $\mathbb{R}^{2\times 2}$ tales que

$$a_{ij} = 2i - j, \quad b_{hk} = \begin{cases} 0 & h = k, \\ h & h \neq k, \end{cases} \quad c_{rs} = rs.$$