Álgebra y Geometría Analítica

SEGUNDO PARCIAL — 14 DE OCTUBRE 2024

NOMBRE Y APELLIDO: ______________________ LEGAJO: ______________

1. Considere el sistema lineal S: $A\vec{x} = \vec{b}$, donde $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$. Una de las soluciones de S es

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

   Encuentre todas las soluciones del sistema S.

2. Analice la validez de las siguientes proposiciones. Justifique en cada caso.

   a) Existe una matriz $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ tal que el sistema $A\vec{x} = \vec{0}$ admite solo la solución trivial pero para algunos vectores $\vec{b}$, el sistema $A\vec{x} = \vec{b}$ es incompatible.

   b) Si las matrices A y B son idempotentes, permutables y del mismo orden, entonces AB es idempotente.
   Ayuda: Una matriz A es idempotente si $A^2 = A$.

   c) Si $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ y su traza es 0, entonces $\det A = 0$.

3. Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} kx + y + z = 1 \\ x - ky + z = k \\ x + y - kz = k^2 \end{cases}$$

   indique para qué valores del parámetro real k, el sistema resulta

   a) compatible determinado;

   b) compatible indeterminado;

   c) incompatible.

4. Resuelva la ecuación matricial en X:

$$AX^t + (XB)^t = C,$$

   donde A, B y C son elementos de $\mathbb{R}^{3\times 3}$ tales que

$$a_{ij} = ij, \quad b_{hk} = \begin{cases} 0 & h = k, \\ 1 & h \neq k, \end{cases} \quad c_{rs} = r^s.$$