

---

## Álgebra y Geometría Analítica

---

SEGUNDO PARCIAL — OCTUBRE 2023

---

NOMBRE Y APELLIDO: \_\_\_\_\_ LEGAJO: \_\_\_\_\_

1. Considere el sistema lineal cuya matriz ampliada es la que se indica.

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 + \alpha^2 & 0 & 2\alpha & 1 + \alpha^2 \\ 0 & \alpha & 1 & 2\alpha + 1 \\ 0 & 0 & \alpha^2 - 1 & \alpha^2 + \alpha \end{array} \right]$$

- Discuta el sistema para los diferentes valores de  $\alpha \in \mathbb{R}$ .
- Encuentre la solución general del sistema para  $\alpha = 5$ .

2. Indique si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Justifique.

- Sea  $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  una matriz invertible. Entonces si  $\text{tr}(A) = T$ ,  $\text{tr}(A^{-1}) = \frac{1}{T}$ .
- Sea  $A\vec{x} = \vec{0}$  un sistema lineal homogéneo cuya matriz de coeficientes es antisimétrica y de orden 3. Entonces el sistema admite soluciones no triviales.
- Sea  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  tal que  $A^3 + 3A^2 + 2A = \mathbb{I}$ . Entonces  $\det A \neq 0$ .
- Sea  $A\vec{x} = \vec{b}$  un sistema lineal tal que  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , que admite solución única. Entonces  $A$  es invertible.

3. Resuelva la siguiente ecuación matricial

$$2AX + (X^t B)^t = 2X - AB,$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = (b_{ij})_{2 \times 2}, \quad b_{hk} = 3h - k.$$

4. Sean las siguientes matrices cuadradas de orden  $3 \times 3$

$$H = (h_{ij})_3, \quad \text{donde } h_{ij} = \frac{1}{i+j-1}, \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}.$$

Calcule los determinantes de las matrices que en cada caso se indican:

- $H$ ;
- $B^{-1}HB$ ;
- $3B^t$ .