



Álgebra y Geometría Analítica

SEGUNDO PARCIAL — OCTUBRE 2023

NOMBRE Y APELLIDO: _____ LEGAJO: _____

1. Considere el sistema lineal cuya matriz ampliada es la que se indica.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \alpha & \alpha^2 & 1 + \alpha^2 \\ 0 & \alpha & 1 & 2\alpha + 1 \\ 0 & 0 & \alpha^2 + \alpha & \alpha^2 - 1 \end{array} \right]$$

- a) Discuta el sistema para los diferentes valores de $\alpha \in \mathbb{R}$.
b) Encuentre la solución general del sistema para $\alpha = 2$.
2. Indique si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Justifique.
- a) Sea $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Entonces si A es inversible $\text{tr}(A) \neq 0$.
b) Ninguna matriz anti-simétrica de orden impar es inversible.
c) Sea $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ tal que $A^2 = \mathbf{0}$. Entonces el rango de A es menor que n , la cantidad de columnas de A .
d) Si $A\vec{x} = \vec{0}$ admite soluciones no triviales, entonces $\det A \neq 0$.
3. Resuelva la siguiente ecuación matricial

$$3AX + (X^t B)^t = 2X - AB,$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = (b_{ij})_{2 \times 2}, \quad b_{hk} = h + 2k.$$

4. Sean las siguientes matrices cuadradas de orden 3×3

$$H = (h_{ij})_3, \text{ donde } h_{ij} = \frac{1}{i+j-1}, \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}.$$

Calcule los determinantes de las matrices que en cada caso se indican:

- a) H ;
b) $B^{-1}HB$;
c) $3B^t$.