

Álgebra y Geometría Analítica - I. S. I.

SEGUNDA EVALUACIÓN PARCIAL - VIERNES 24 DE SEPTIEMBRE DE 2010 - T1

APELLIDO Y NOMBRE: _____ LEGAJO: _____

1. Considere el sistema lineal $A\vec{x} = \vec{b}$, donde A es una matriz cuadrada de orden 3. Determine la veracidad de las siguientes afirmaciones, justificando la respuesta.

- a) Si $\det A \neq 0$, entonces el sistema tiene solución única cualquiera sea el vector $\vec{b}$.
- b) Si $\vec{x} = \vec{0}$ entonces $\vec{b} = \vec{0}$.
- c) Si $\vec{b} = \vec{0}$ y A es inversible, entonces $\vec{x} = \vec{0}$.
- d) Si $\det A = 0$, entonces el sistema tiene infinitas soluciones.

2. Considere el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + 3y + z = \alpha, \\ -x + y + \alpha z = -1, \\ 2x + \alpha y - z = \alpha + 1, \end{cases}$$

en las variables x, y, z . Determine los valores de α de manera que

- a) el sistema admita solución única.
 - b) el sistema admita infinitas soluciones.
 - c) el sistema no admita soluciones.
3. a) Resuelva si es posible, la siguiente ecuación matricial: $AXA^t = 2B$, donde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad B = \text{Adj}(A).$$

- b) Calcule, de ser posible, $\det A^{-1}$, $\det(2A)$, $\det(A^t)$, donde A es la matriz del apartado anterior.

4. Demuestre que si A es una matriz cuadrada no nula de orden n y $A^2 = A$, entonces $\det A = 0$ o $\det A = 1$.

5. Si $\det \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = 7$, determine

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \det \begin{bmatrix} a & b & c \\ -d & -e & -f \\ a+g & b+h & c+i \end{bmatrix} & \text{b) } \det \begin{bmatrix} d & e & f \\ a & b & c \\ 3g & 3h & 3i \end{bmatrix} & \text{c) } \det \begin{bmatrix} g & h & i \\ a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix} \end{array}$$