Álgebra y Geometría Analítica - I. S. I.

SEGUNDA EVALUACIÓN PARCIAL - VIERNES 30 DE OCTUBRE DE 2009 -

APELLIDO Y NOMBRE: _____

LEGAJO: _____

1. Determina si es posible la matriz X que satisface la ecuación matricial $(BC)^t X = X + 2\mathbb{I}_3$, siendo B de orden 3×2 y $b_{ij} = \begin{cases} i^j & \text{si } i > j, \\ 2i - j + 1 & \text{si } i \leq j \end{cases}$ y C de orden 2×3 y $c_{ij} = \begin{cases} i + j - 1 & \text{si } i = j, \\ j & \text{si } i \neq j. \end{cases}$

2. a) Si $\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = 2$ y $A = \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ 0 & c & d \\ -1 & a & b \end{bmatrix}$, determina

- 1) $\det(A)$.
- 2) $\det(2A)$.
- 3) $\det(A^{-2})$.

- b) Si W es una matriz antisimétrica de orden $n \times n$, y n es un número impar, ¿es entonces $\det(W) = 0$?

3. Determina para qué valores de a y b este sistema

$$\begin{cases} x + y + 5z + bt = a, \\ -x + 2y + az + t = b, \\ y - z = b \end{cases}$$

- a) tiene solución única.
- b) tiene infinitas soluciones.
- c) es incompatible.

4. Demostrar que si A es una matriz cuadrada tal que $A^2 + 2A - \mathbb{I} = \mathbb{O}$, entonces A es invertible. Calcular además su inversa.