

Capítulo 3:

Campos Electromagnéticos Estáticos

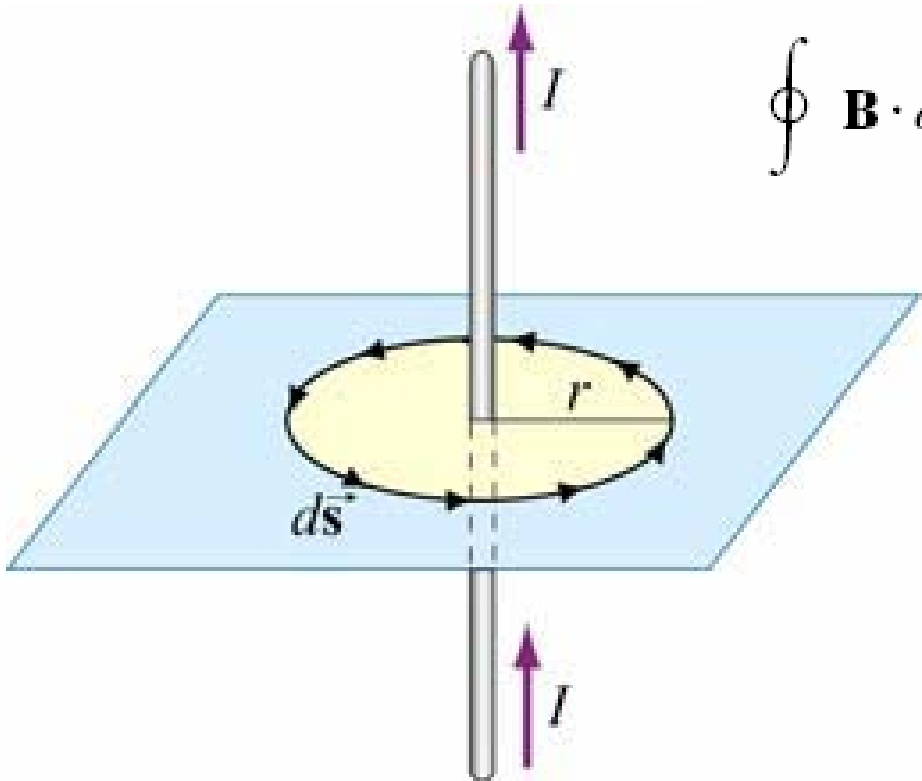
(continuación)

Ley de Ampere para el campo magnético



Andre-Mari Ampere (1775-1836)

Para un conductor rectilíneo infinito, calculamos la circulación de \mathbf{B} a lo largo de una curva circular



$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \oint ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} (2\pi r) = \mu_0 I$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I$$

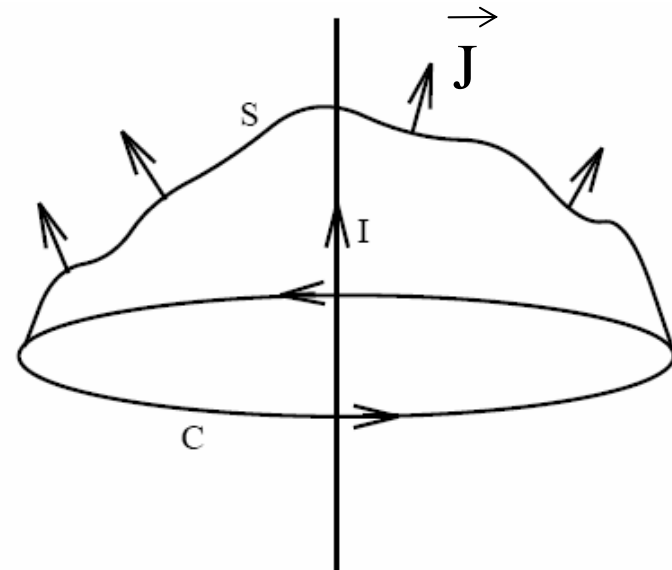
Este resultado se puede generalizar a una curva de cualquier forma

Ley de Ampere: La circulación del campo magnético alrededor de cualquier curva cerrada es igual a $\mu_0 I$, donde I es la corriente neta que atraviesa la superficie encerrada por la curva.

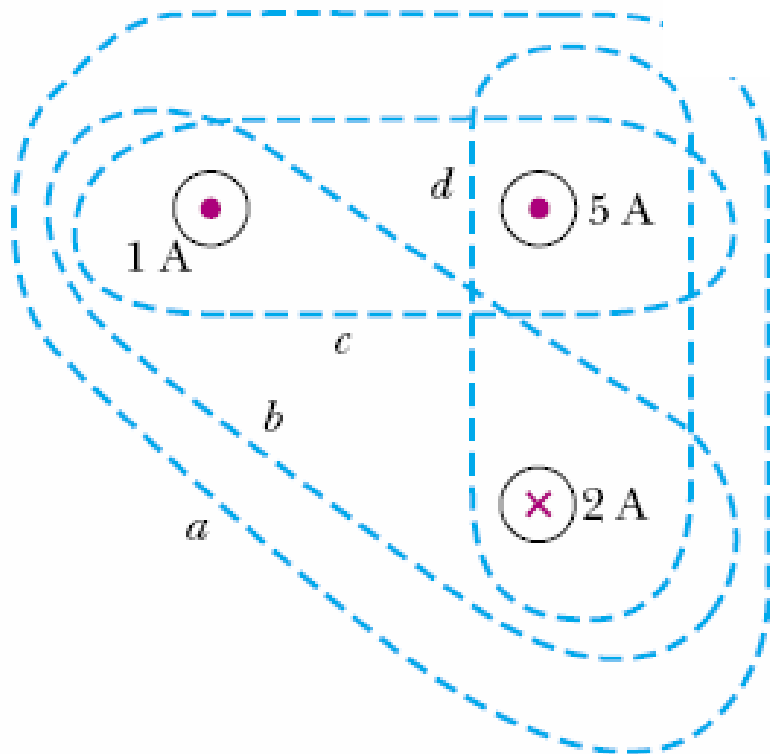
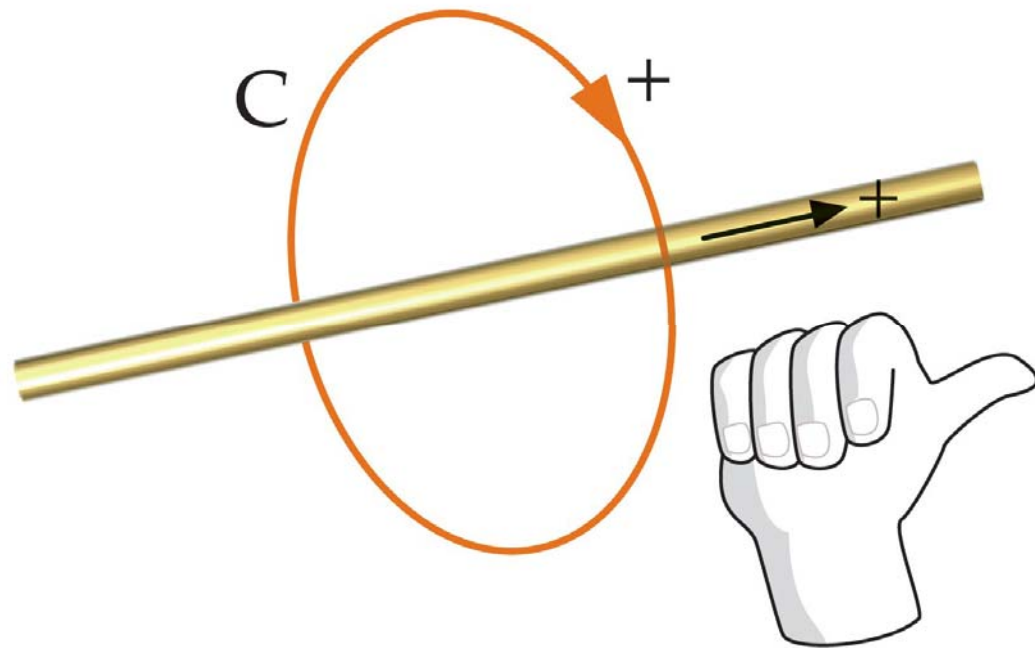
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I$$

Otra forma de expresar la ley de Ampere:

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}.$$

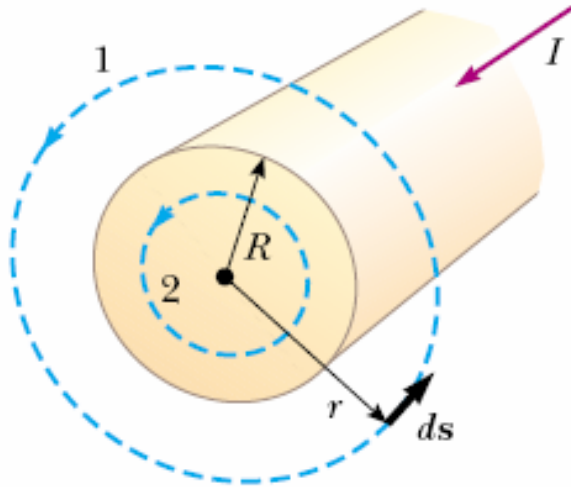


**Convenio de signos:
regla de la mano
derecha**



$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} \quad ?$$

Campo creado por un alambre grueso infinito



$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \oint ds = B(2\pi r) = \mu_0 I$$

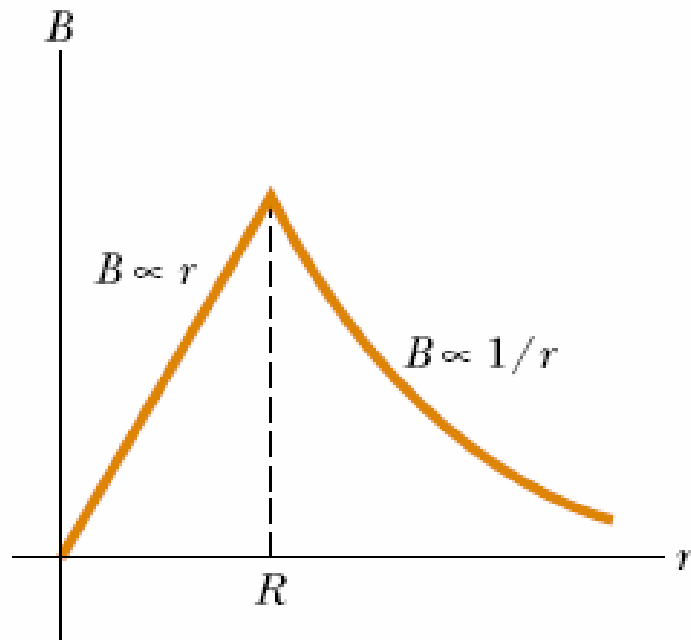
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (\text{for } r \geq R)$$

$$\frac{I'}{I} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$

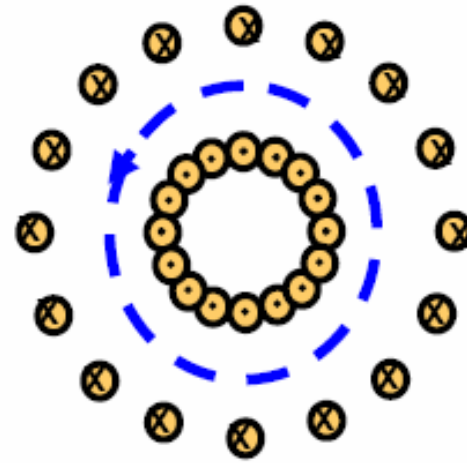
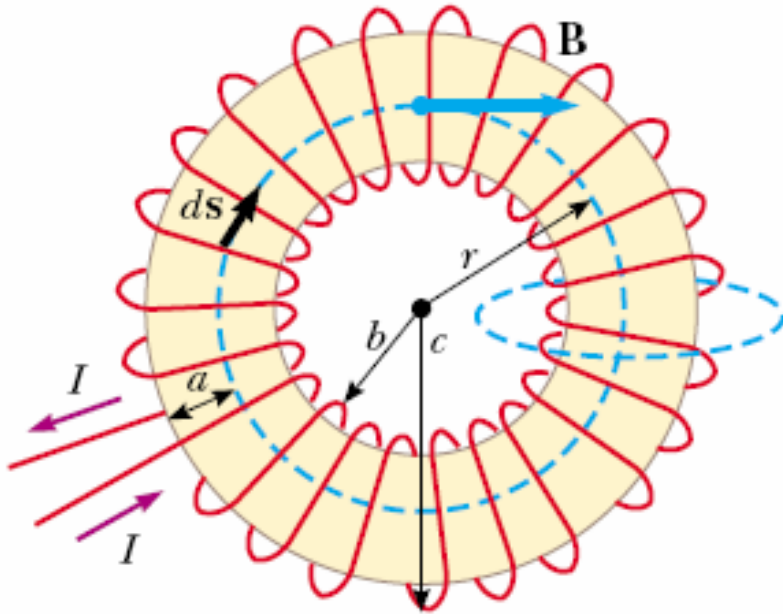
$$I' = \frac{r^2}{R^2} I$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B(2\pi r) = \mu_0 I' = \mu_0 \left(\frac{r^2}{R^2} I \right)$$

$$B = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} \right) r \quad (\text{for } r < R)$$



Campo creato per un toroide



$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \oint ds = B(2\pi r) = \mu_0 NI$$

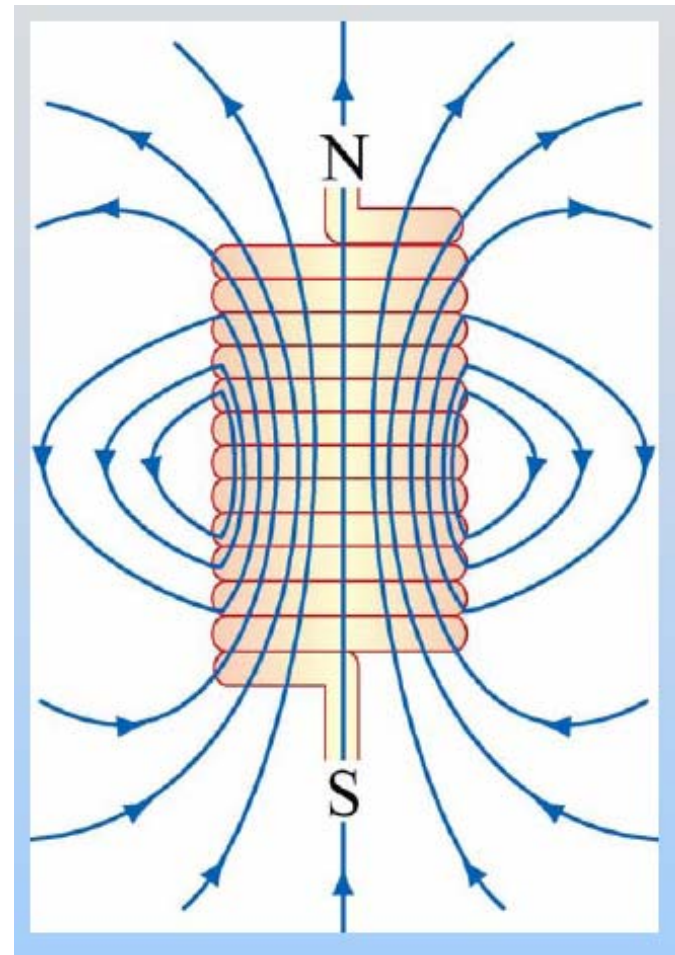
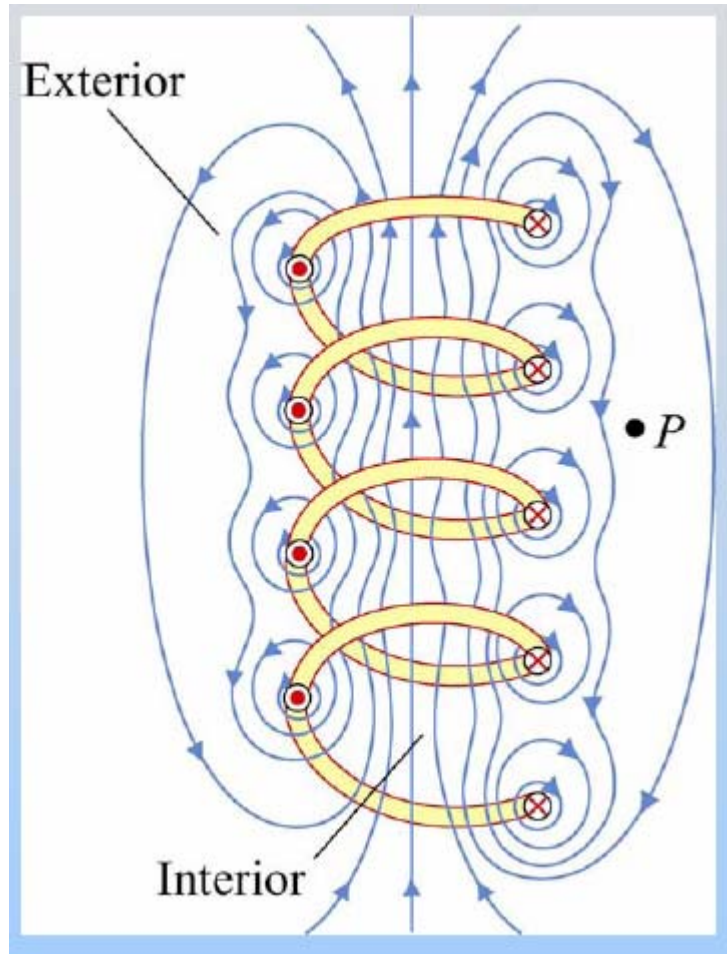
$$r < b$$

$$r > c$$

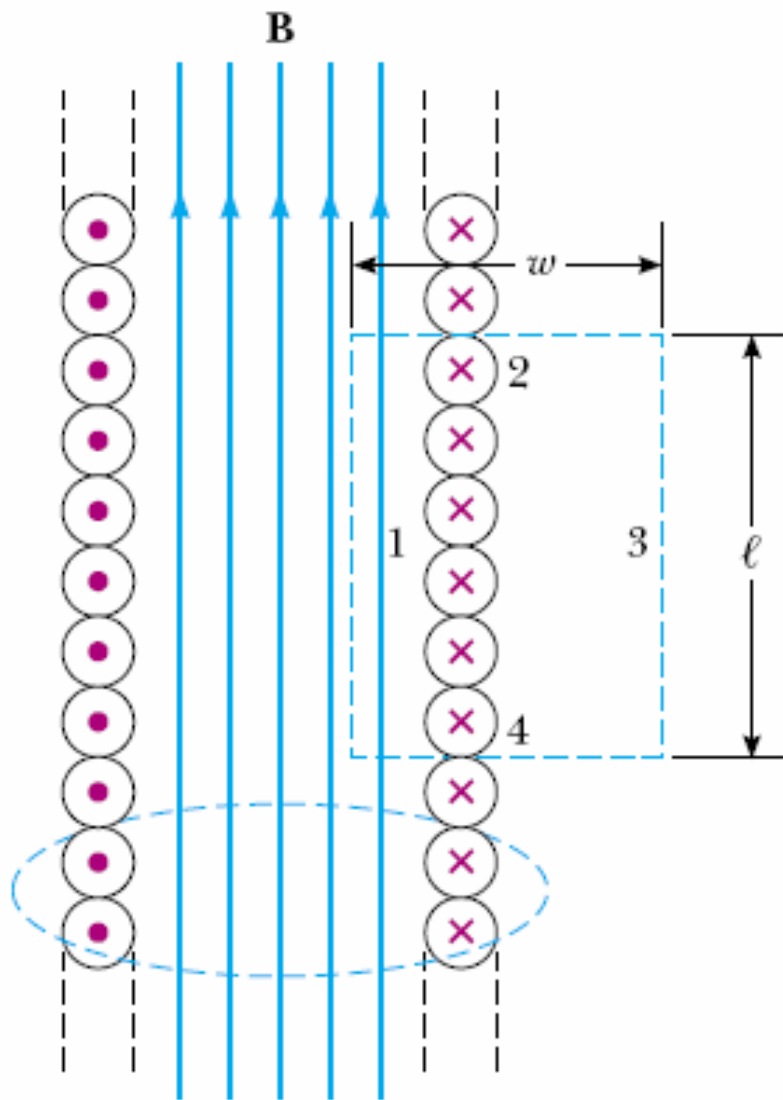
$$\mathbf{B} = 0$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

Campo creado por un solenoide



Para un solenoide ideal, B es uniforme dentro & cero fuera

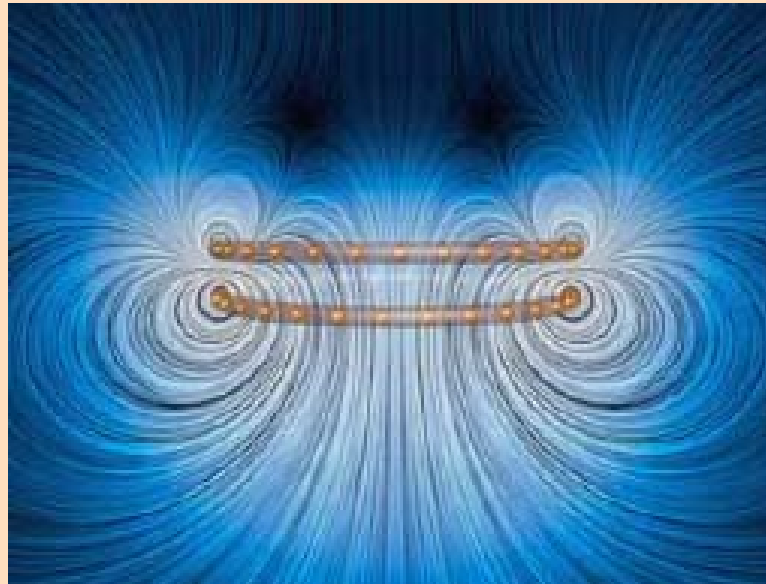


$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int_{\text{path 1}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \int_{\text{path 1}} ds = B\ell$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B\ell = \mu_0 NI$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I = \mu_0 nI$$

Ley de Ampere en forma diferencial



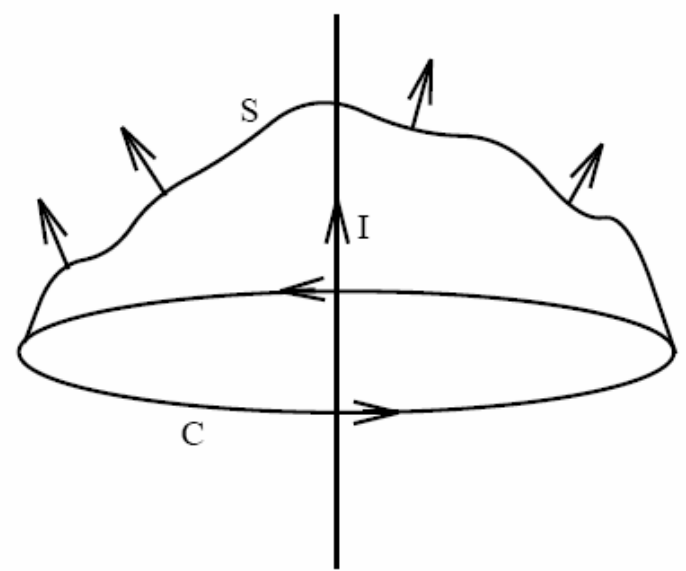
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$$

$$I = I_{\text{enc}}$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \int (\nabla \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{a}$$

Teorema de Stokes

$$I_{\text{enc}} = \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a}$$

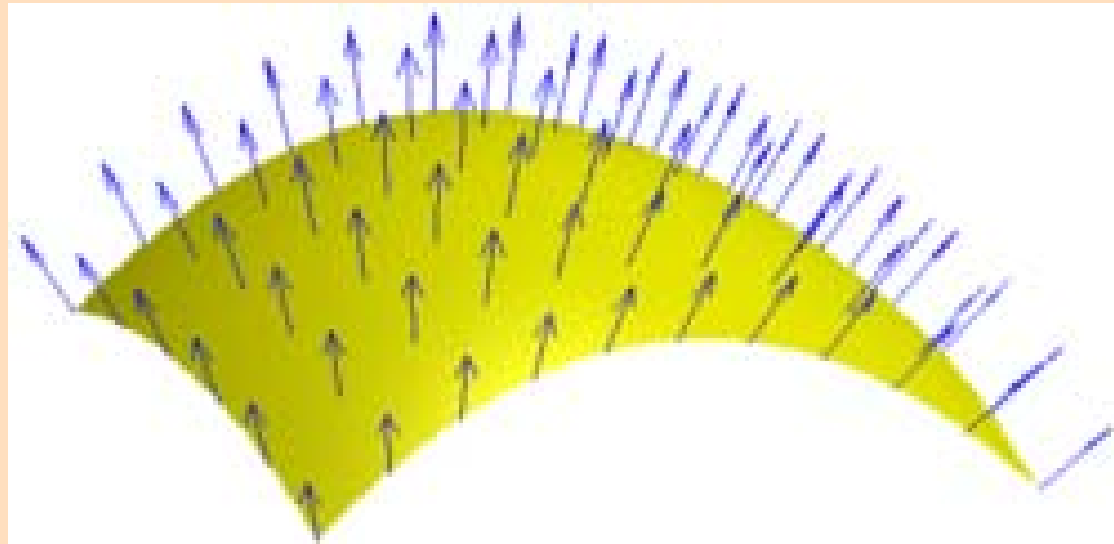


$$\int (\nabla \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{a} = \mu_0 \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a}$$

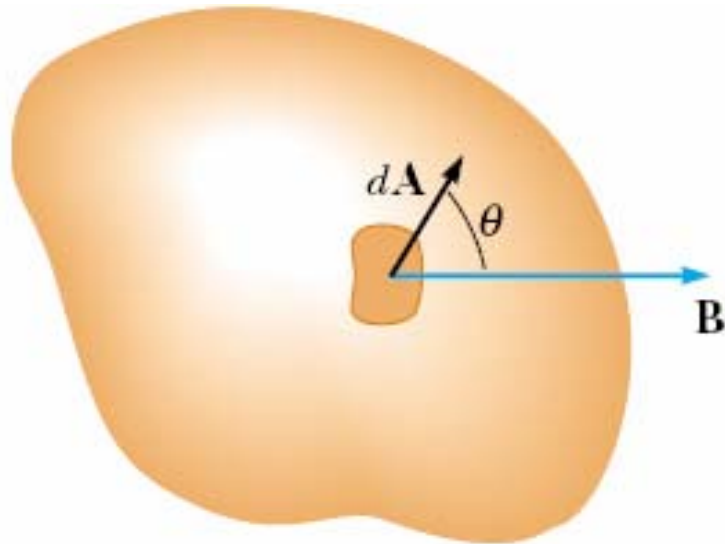
$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$$

Relación local entre \mathbf{B} en un punto del espacio y la densidad de corriente en el mismo punto

Flujo Magnético

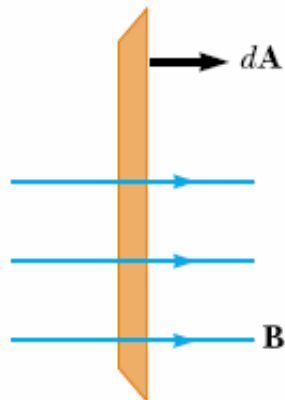


El flujo magnético de \mathbf{B} a través de una superficie no cerrada es de gran importancia



$$\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

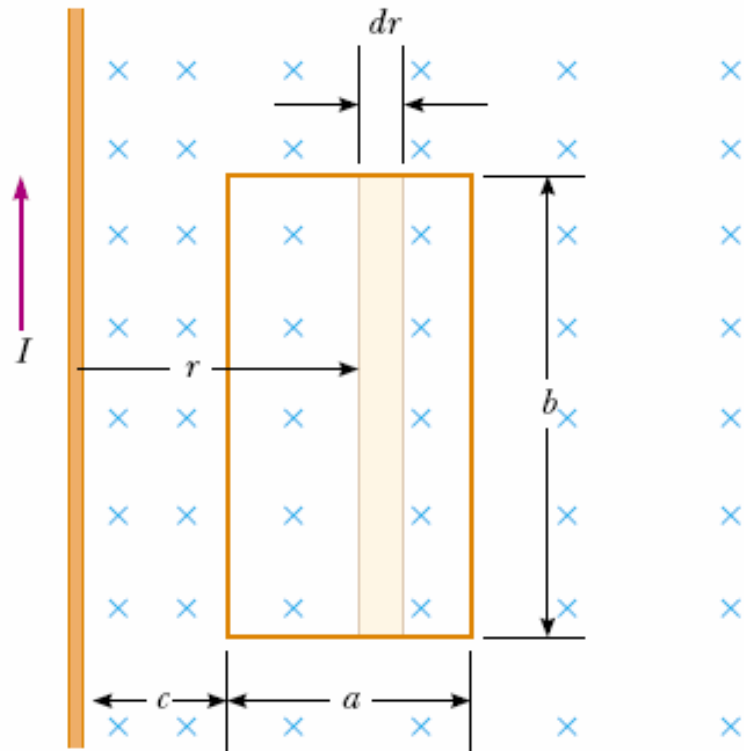
Para una superficie plana



$$\Phi_B = BA \cos \theta$$



Ejemplo:



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\Phi_B = \int B \, dA = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \, dA$$

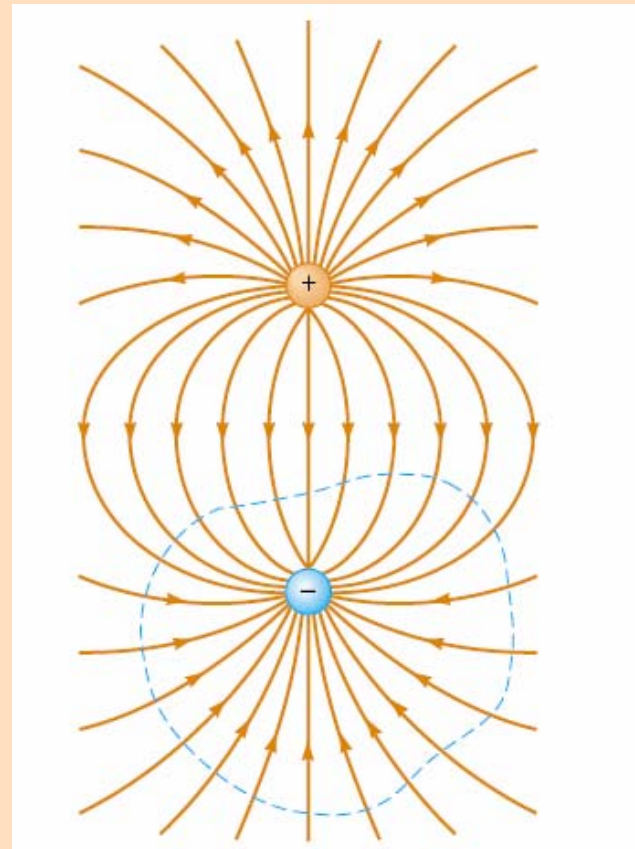
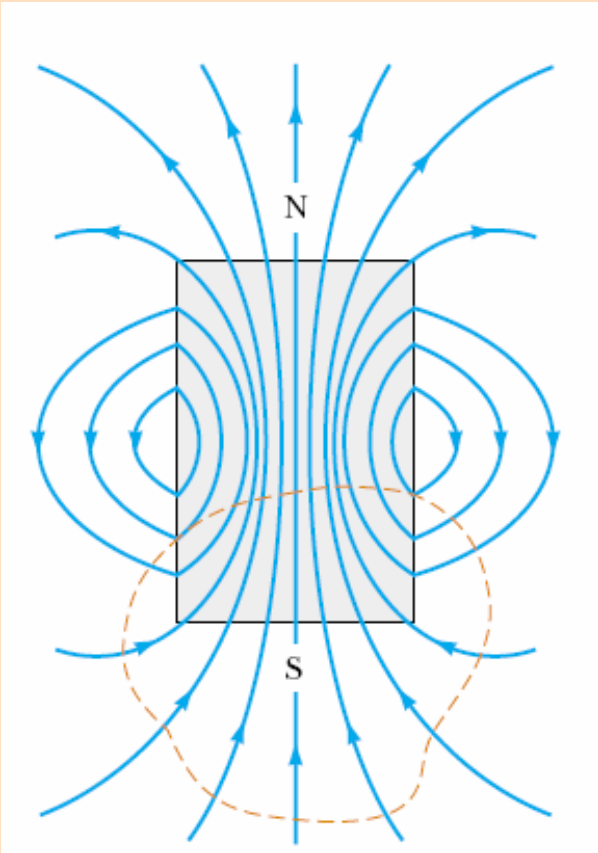
$$\Phi_B = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int_c^{a+c} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln r \Big|_c^{a+c}$$

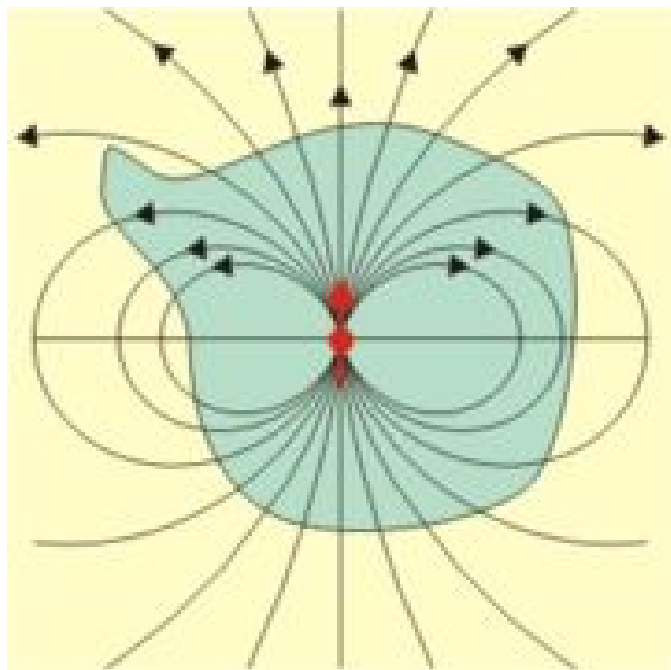
$$= \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln \left(\frac{a+c}{c} \right) = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln \left(1 + \frac{a}{c} \right)$$

$$[\Phi] = [B] [A] = \text{T m}^2 = \text{Wb} \quad (\text{Weber})$$

$$[B] = \text{T} = \text{Wb/m}^2$$

Ley de Gauss para el Magnetismo





Las líneas de \vec{B} no empiezan ni terminan en ningún lado. Son cerradas. No existen monopolos magnéticos.

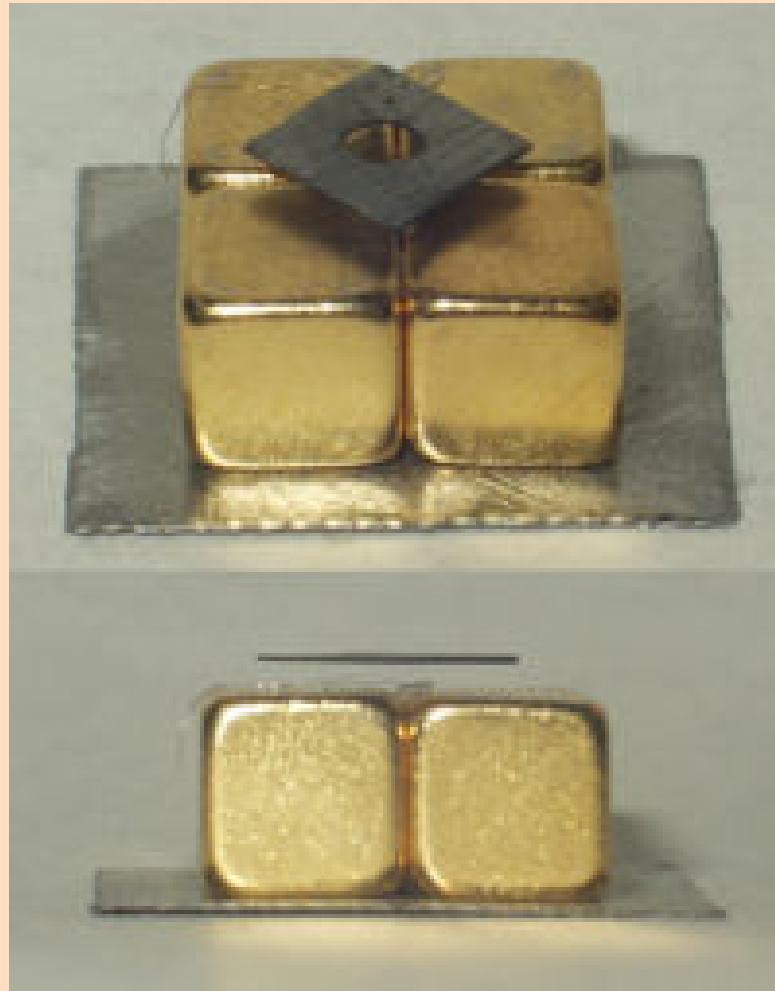
$$\oint \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{S} = 0$$

Usando el Teorema de la divergencia

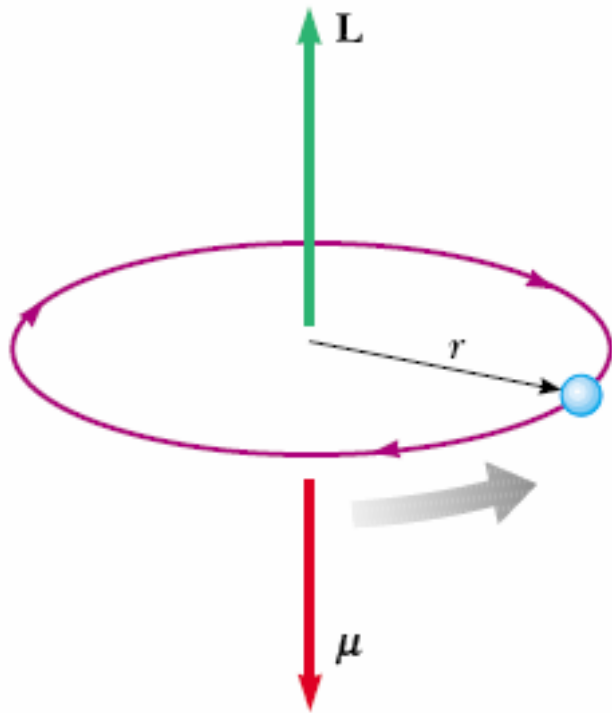
$$\iiint_V \vec{\nabla} \cdot \vec{F} dV = \iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} dS$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

Magnetización de la Materia



Momento magnético de los átomos



$$I = \frac{e}{T} = \frac{e\omega}{2\pi} = \frac{ev}{2\pi r}$$

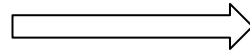
$$\mu = IA = \left(\frac{ev}{2\pi r} \right) \pi r^2 = \frac{1}{2} evr$$

$$\mu = \left(\frac{e}{2m_e} \right) L$$

$$\vec{\mu} = \left(\frac{-e}{2m_e} \right) \vec{L}$$

**Momento
magnético orbital**

**Propiedad intrínseca
de los electrones**

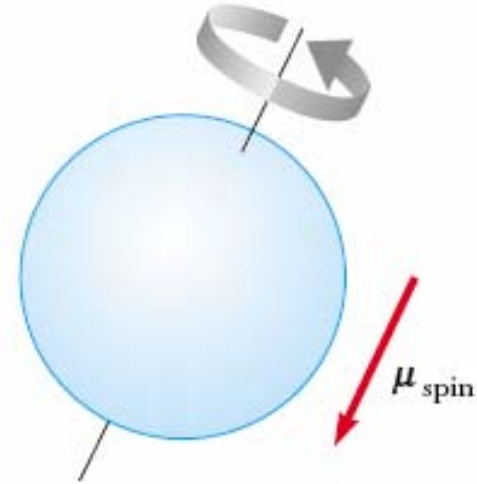


**Momento magnético de
spin**

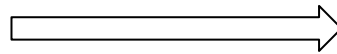
$$\mu_{\text{spin}} = \frac{e\hbar}{2m_e}$$

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T}$$

se lo denomina magnetón de Bohr



**Átomos con muchos
electrones**



$$\mu_{\text{TOT}} = \sum \mu$$

Momento magnético total

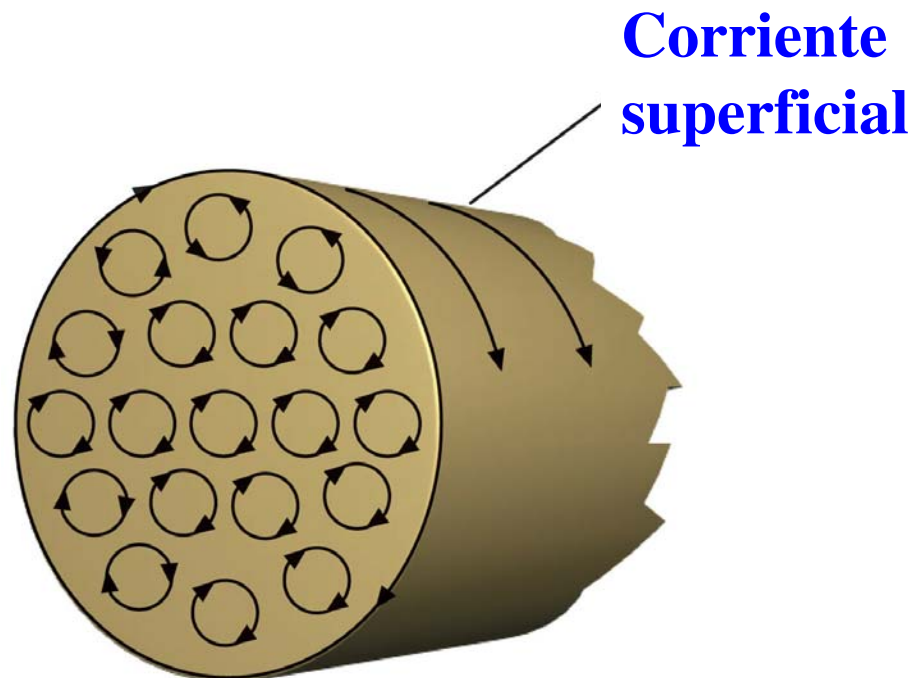
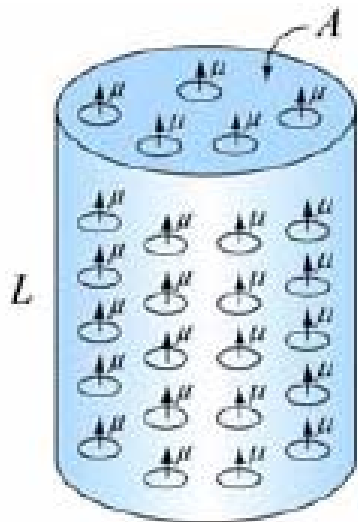
Magnetic Moments of Some Atoms and Ions

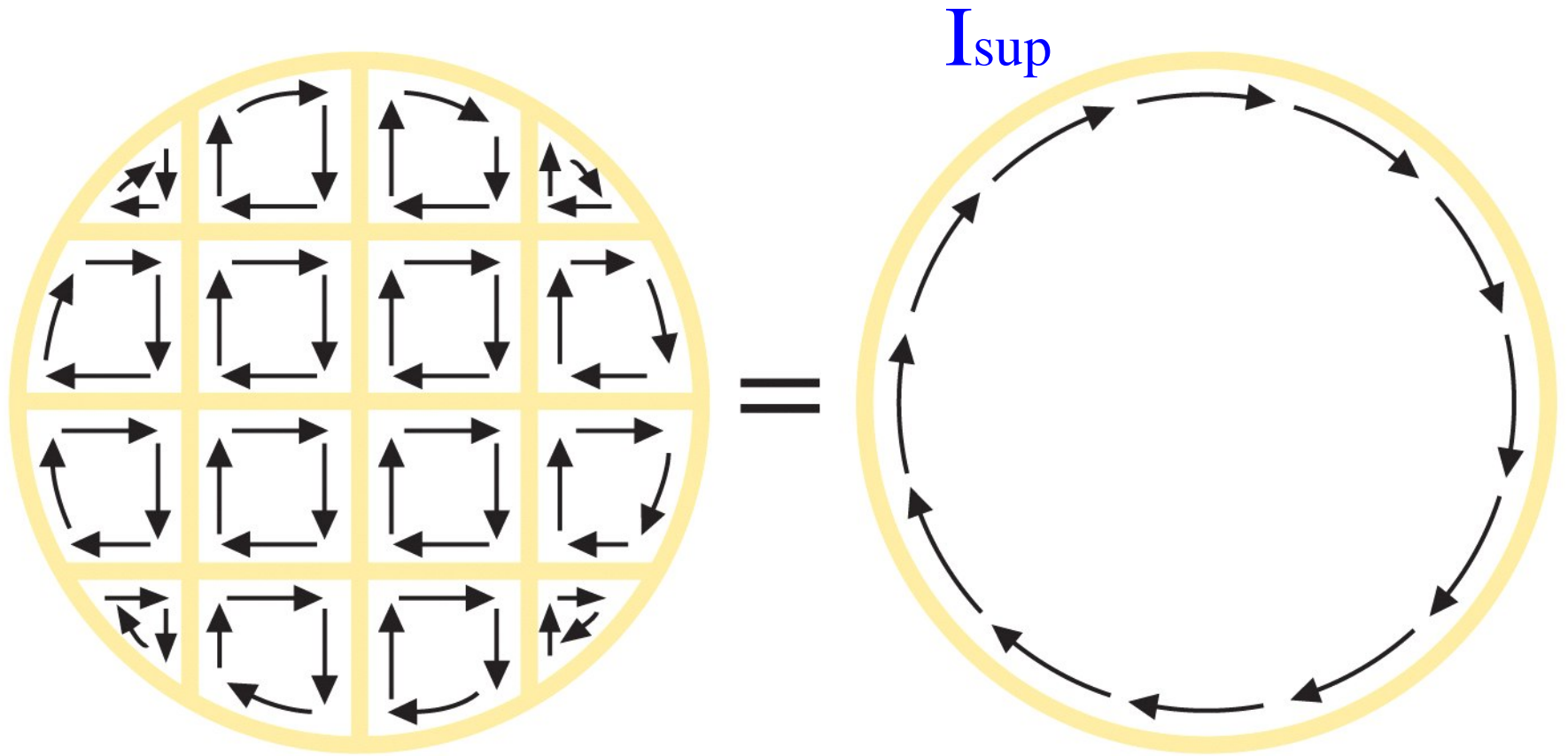
Atom or Ion	Magnetic Moment (10^{-24} J/T)
H	9.27
He	0
Ne	0
Ce ³⁺	19.8
Yb ³⁺	37.1

Definimos vector de magnetización de un material como el momento magnético por unidad de volumen

$$\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i$$

Consideremos una substancia magnetizada con forma de cilindro con M paralelo al eje del cilindro

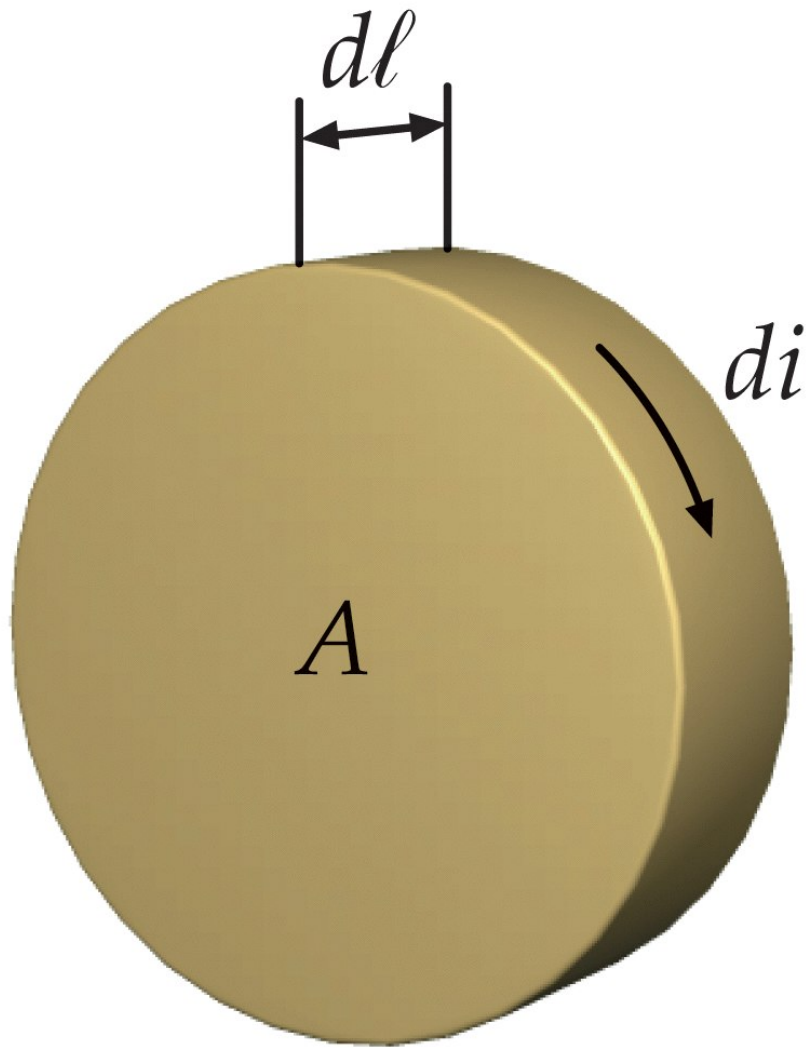




Llamamos corriente de magnetización

$$I_M = I_{\text{sup}} / L$$

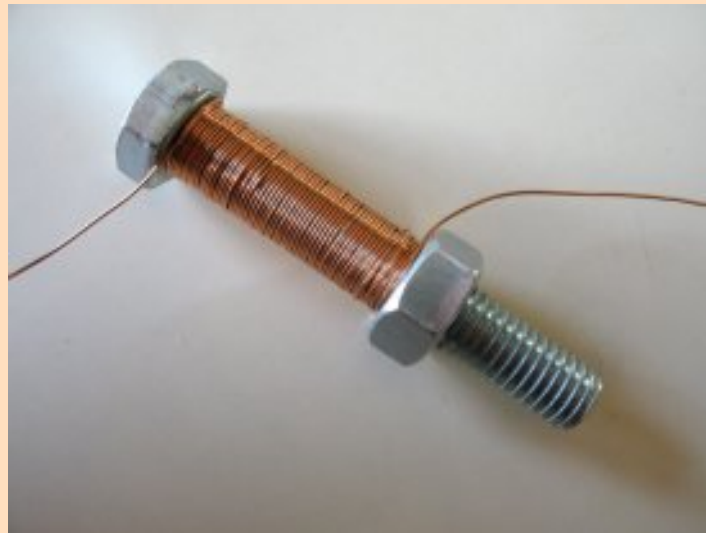
Corriente superficial por unidad de longitud

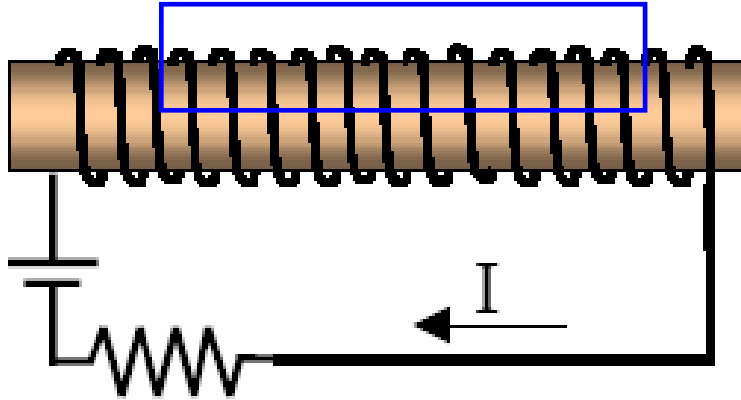


$$M = \frac{dm}{dV} = \frac{A di}{A dl} = \frac{di}{dl}$$

$$M = I_M = I_{\text{sup}} / L$$

Generalización de la Ley de Ampere





I debida a cargas libres

I_{Mag} debida a cargas ligadas

$$M = I_{\text{Mag}} = I_{\text{sup}} / L$$

Aplicando Ampere: $B = \mu_0 (nI + M) \Rightarrow \frac{B}{\mu_0} - M = nI$

↙
↘

solenoide
material

Definimos:

$$\boxed{\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}} \quad \longleftrightarrow \quad \boxed{\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})}$$

campo magnetizante

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 (\mathbf{I}_{\text{libre}} + \mathbf{I}_{\text{magnetiz.}})$$

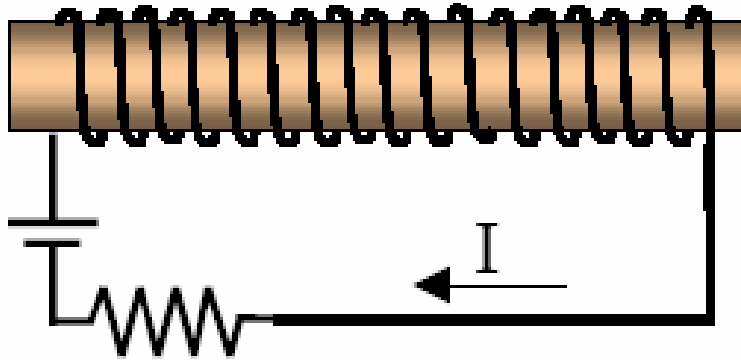
$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \mathbf{I}_{\text{libre}}$$

$$\oint_c \vec{M} \cdot d\vec{\ell} = \mathbf{I}_{\text{Magnetiz.}}$$

**Ley de
Ampere
generalizada**

Materiales Magnéticos





$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

χ_m susceptibilidad magnética

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 (\vec{H} + \chi_m \vec{H}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} \Rightarrow \vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\mu = \mu_0 (1 + \chi_m)$$

μ permeabilidad magnética del material

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = (1 + \chi_m)$$

μ_r permeabilidad magnética relativa

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 (\mathbf{I}_{\text{libre}} + \mathbf{I}_{\text{magnetiz.}})$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \mathbf{I}_{\text{libre}}$$

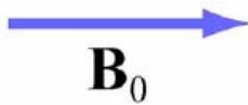
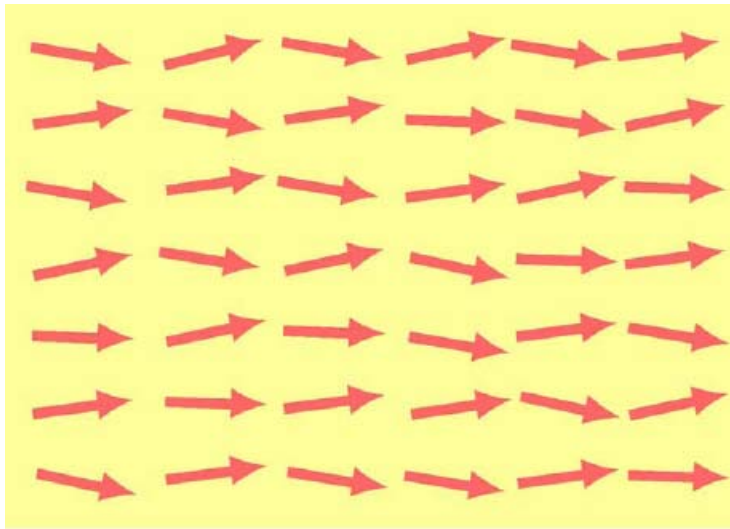
$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \oint_C \frac{\vec{B}}{\mu} \cdot d\vec{\ell} = \mathbf{I}_{\text{libre}} \Rightarrow \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu \mathbf{I}_{\text{libre}}$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu \mathbf{I}_{\text{libre}}$$

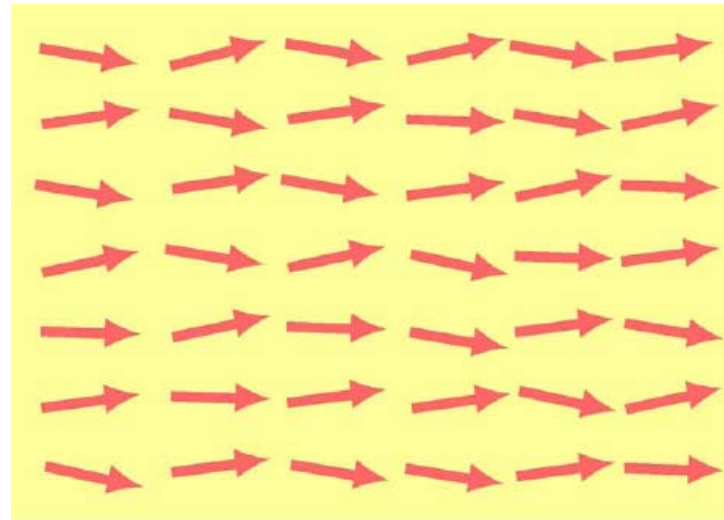
Ley de Ampere generalizada

Materiales

- diamagnéticos ($\mu < \mu_0$, $\mu_r < 1$, $\chi_m < 0$)
- paramagnéticos ($\mu > \mu_0$, $\mu_r > 1$, $\chi_m > 0$)



paramagnético

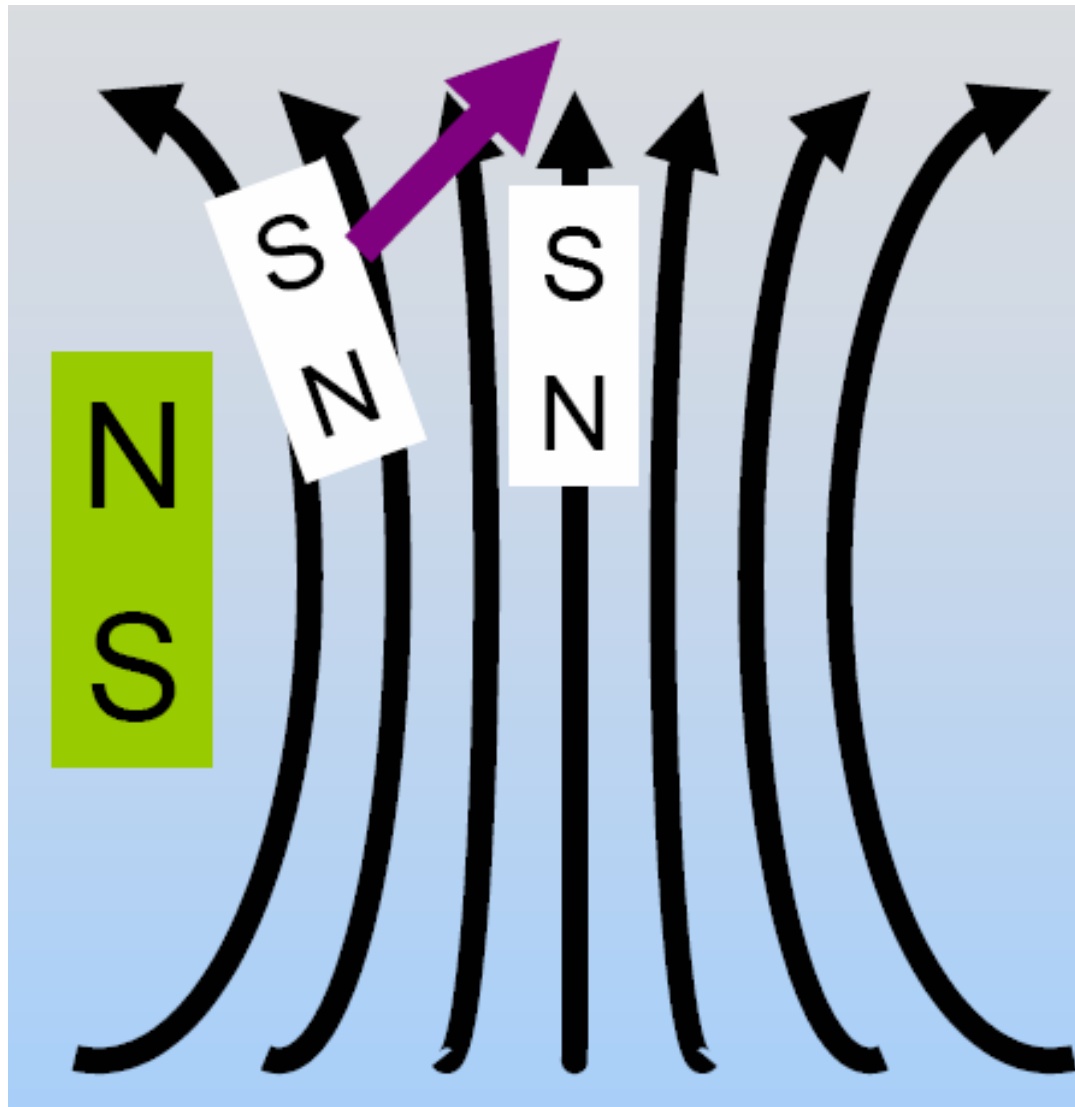


diamagnético

Susceptibilidades magnéticas de diversas sustancias a temperatura ambiente

Sustancias Diamagnéticas	χ_m	Sustancias Paramagnéticas	χ_m
Hidrógeno (1 atm)	-2.1×10^{-9}	Oxígeno (1 atm)	2.1×10^{-6}
Nitrógeno (1 atm)	-5.1×10^{-9}	Magnesio	1.2×10^{-5}
Sodio	-2.4×10^{-6}	Aluminio	2.3×10^{-5}
Cobre	-1.0×10^{-5}	Tungsteno	6.8×10^{-5}
Bismuto	-1.7×10^{-5}	Titanio	7.1×10^{-5}
Diamante	-2.2×10^{-5}	Platino	3.0×10^{-4}
Mercurio	-3.2×10^{-5}	Cloruro de Gadolinio	2.8×10^{-3}

Levitación magnética





Rana y frutilla en campo magnético de 16 T

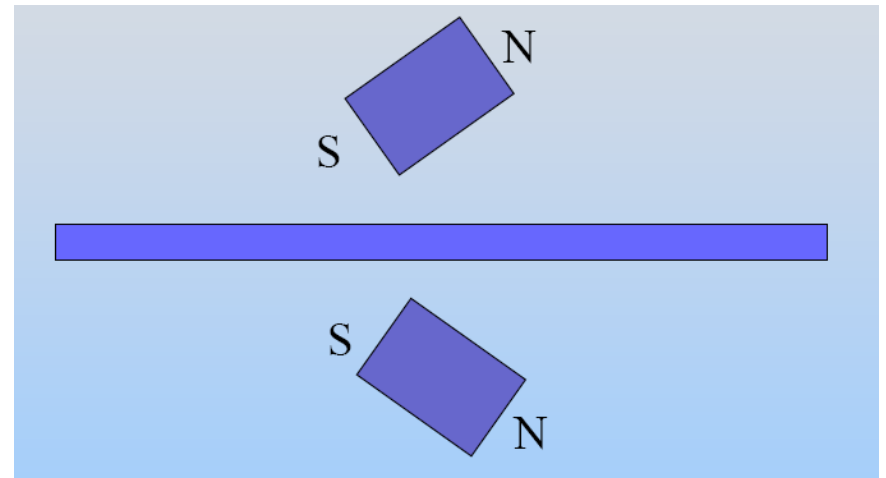
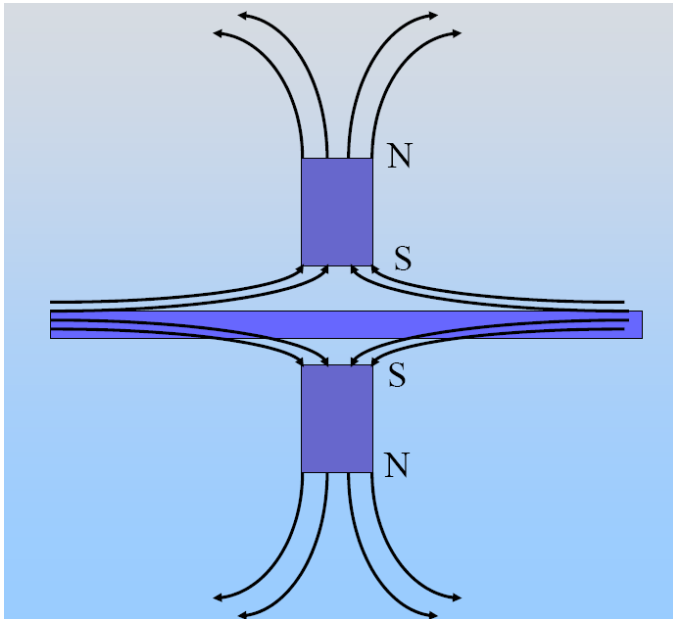
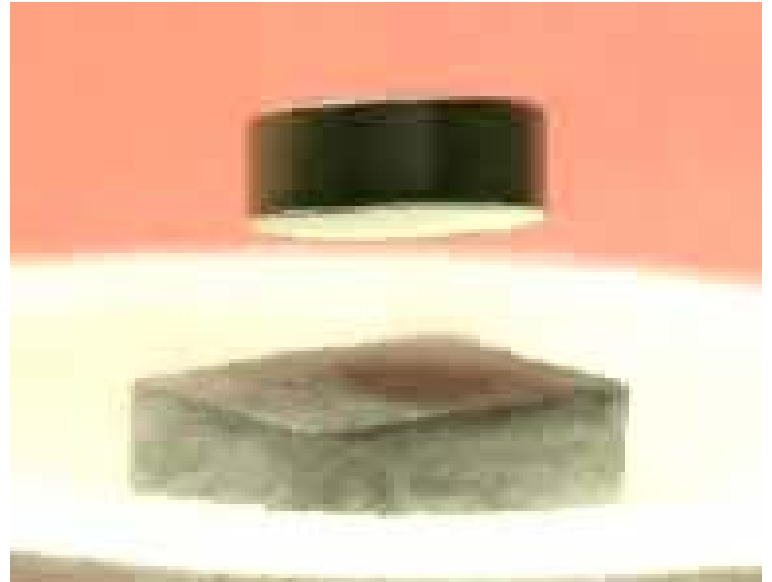
La fuerza de levitación es ejercida sobre las moléculas *diamagnéticas* del *agua* existentes en el cuerpo de la rana y en la frutilla.

<http://www.hfml.ru.nl/levitation-movies.html>

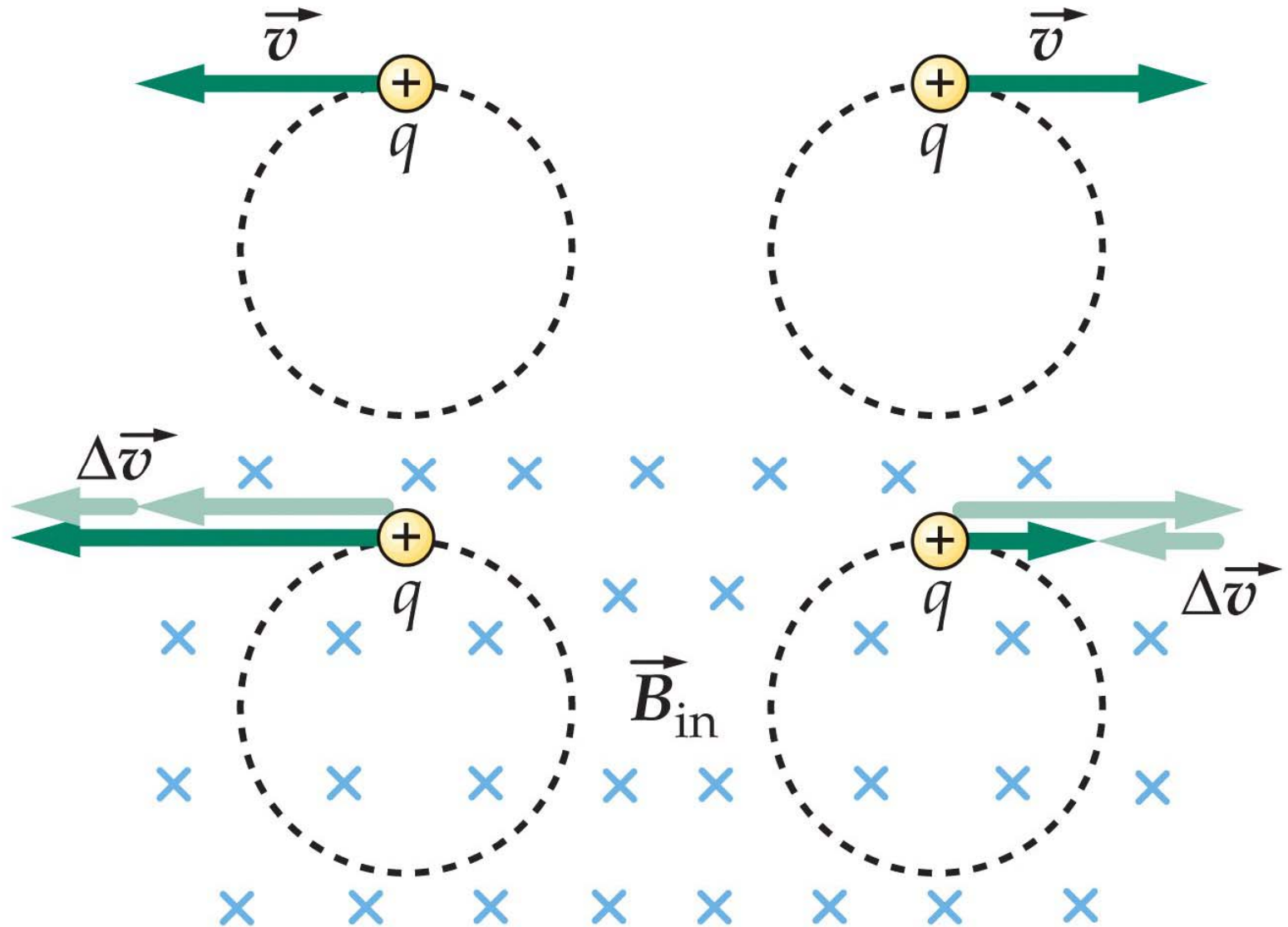


Superconductores Diamagnéticos perfectos

Espejo magnético

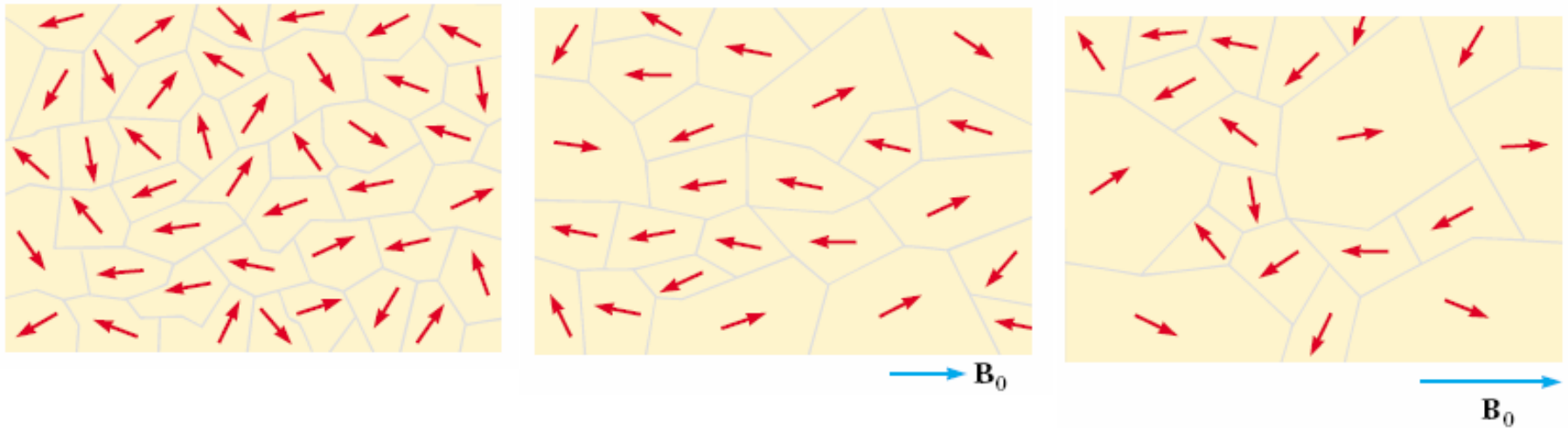


Modelo clásico para el diamagnetismo

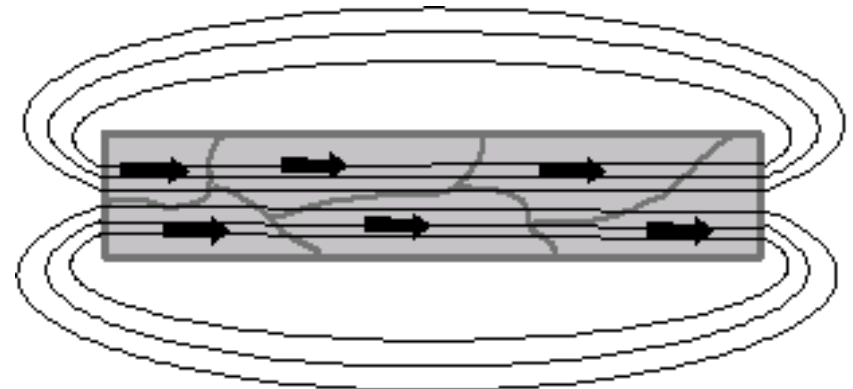


Materiales ferromagnéticos ($\mu \gg \mu_0$, $\mu_r \gg 1$, $\chi_m \gg 0$)

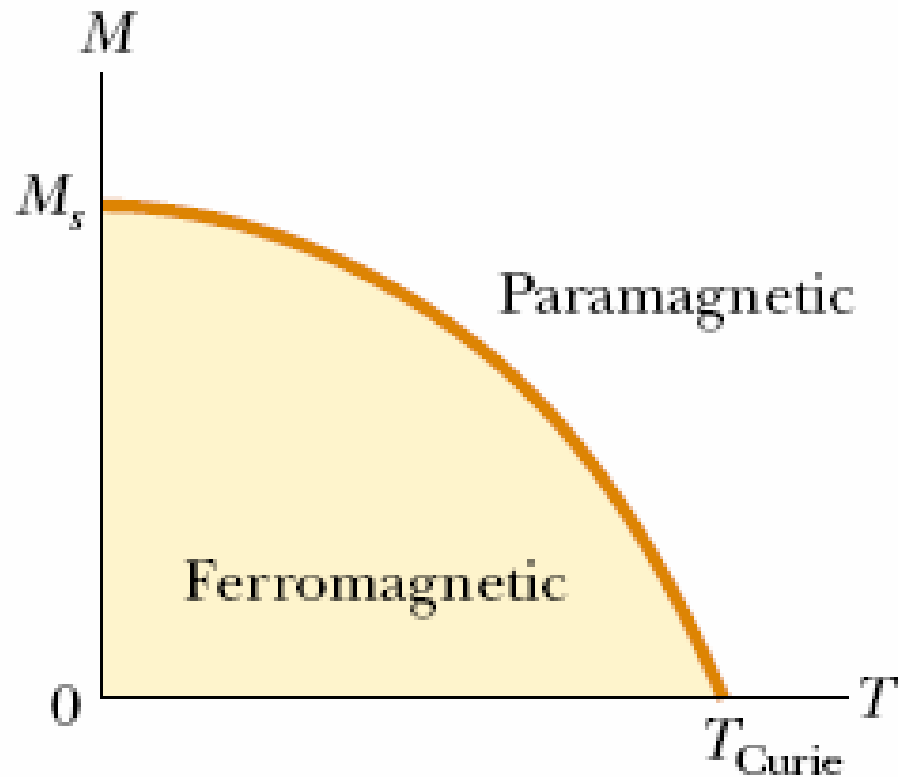
Poseen momento magnético permanente que se puede reorientar mediante la aplicación de un campo magnético externo



Imán de barra

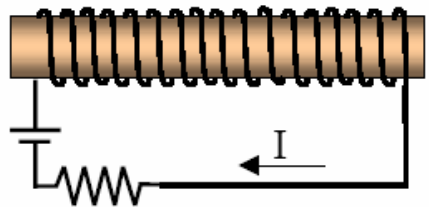


El ferromagnetismo se destruye con la temperatura

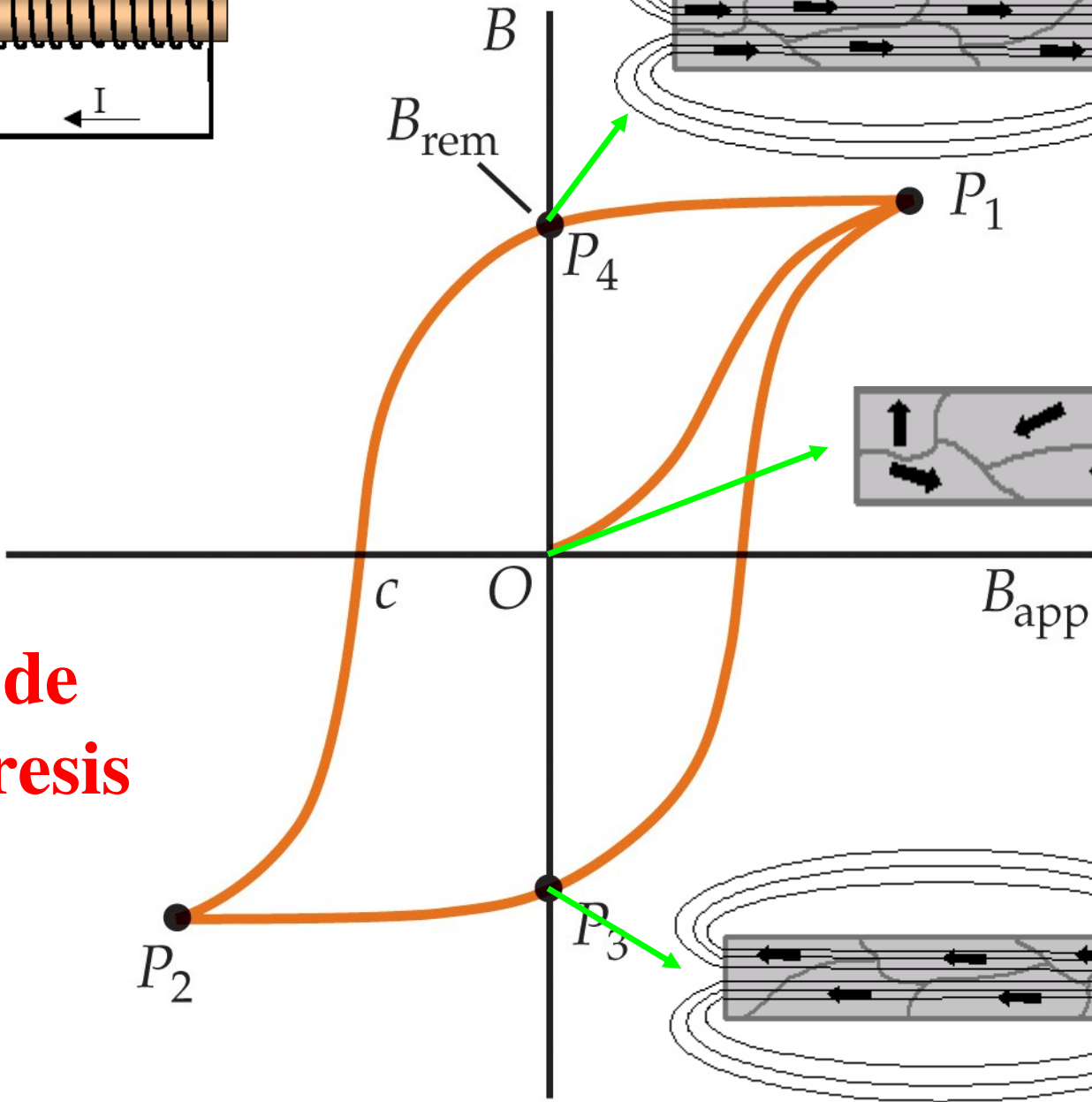
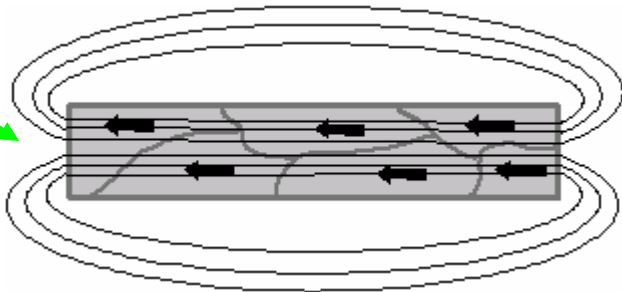
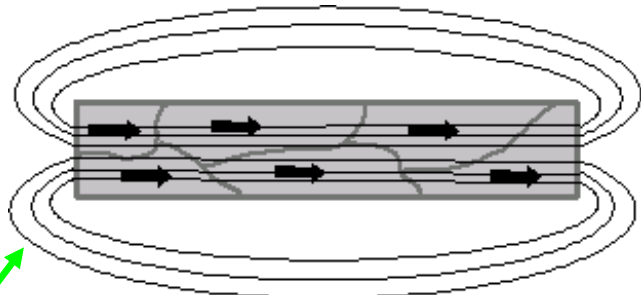


Curie Temperatures for Several Ferromagnetic Substance

Substance	T_{Curie} (K)
Iron	1 043
Cobalt	1 394
Nickel	631
Gadolinium	317
Fe_2O_3	893



B
 B_{rem}



Ciclo de Histéresis

