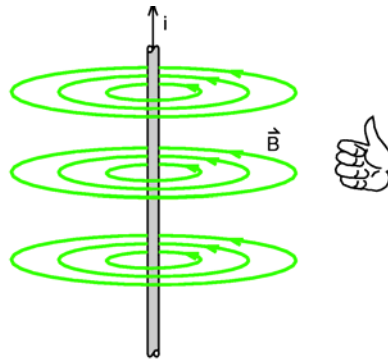
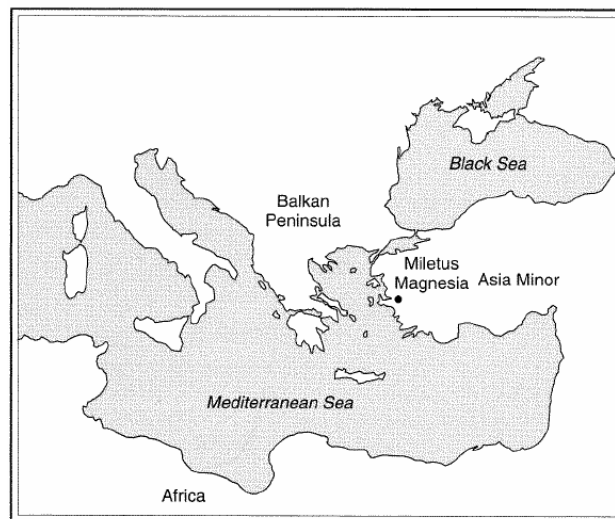


## Capítulo 2:

# Interacción Magnética



## Un poco de historia

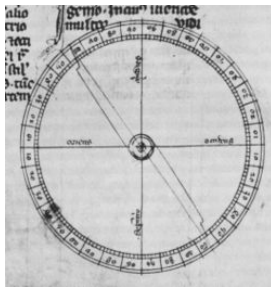


## Magnetita

La **magnetita** es un mineral de hierro constituido por óxido  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  que debe su nombre a la ciudad de Magnesia.

Sus propiedades magnéticas las reconocieron los chinos en el Siglo XI a. c.

El naturalista Plinio el Viejo habló de su existencia al sugerir que el nombre se deriva de Magnes, un pastor cuyos zapatos con clavos de hierro se fijaron en piedras que contenían dicho mineral.



Aguja rotatoria de una brújula en una copia de la "Epistola de magnete" de P. Mauricourt (1269)

## Pier de Mauricourt (1269)

Su trabajo se destaca por la primera discusión detallada de una brújula.

Estudia una piedra imán de forma esférica mediante una aguja que se orienta por la acción del campo magnético.

Decubre los **polos** magnéticos

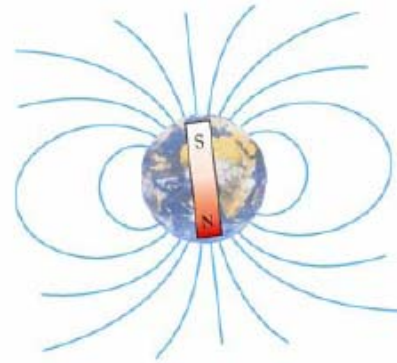




### Willian Gilbert (1544-1603)

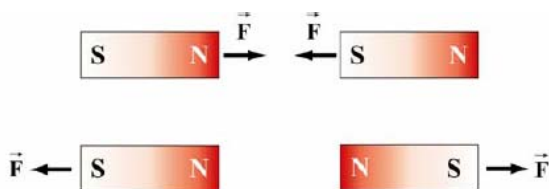
Descubrió la imantación por influencia, y observó que la imantación del hierro se pierde cuando se calienta al rojo.

Estudió la inclinación de una aguja magnética concluyendo que la Tierra se comporta como un gran imán.



De Magnete, Magneticisque Corporibus, et de Magno Magnete Tellure (Sobre los imanes, los cuerpos magnéticos y el gran imán terrestre)

Experimentos posteriores revelaron:



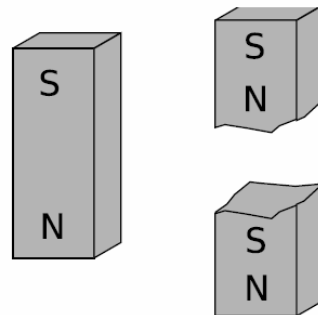
John Michell (1750)

Balanza de Torsion

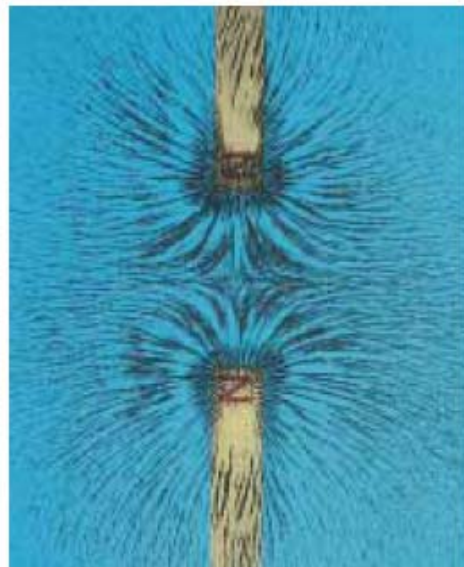
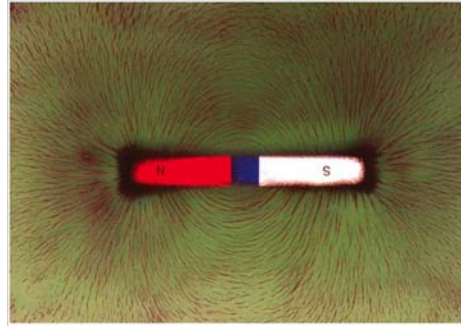
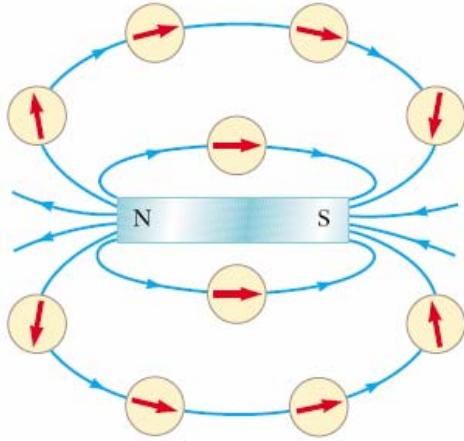
$$F \sim 1/r^2$$

Diferencia importante con las cargas eléctricas:

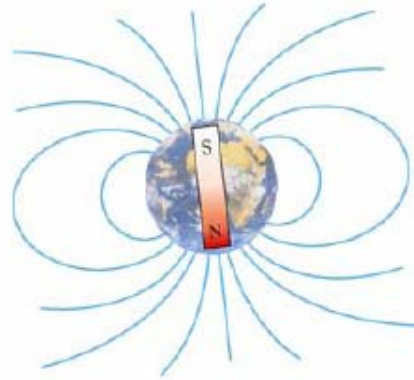
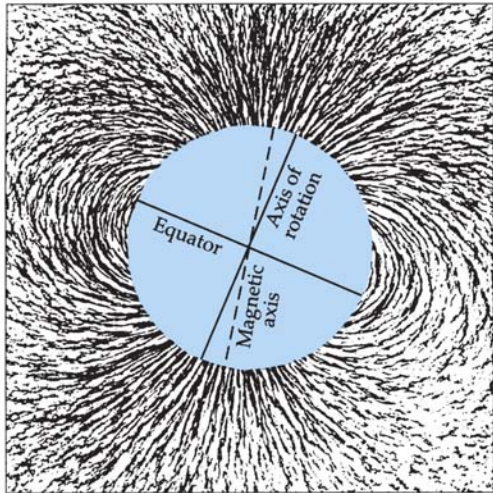
Los polos magnéticos no se pueden aislar



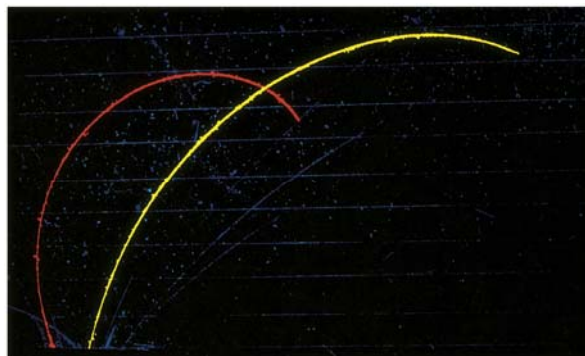
### Campo Magnético producido por un imán de barra



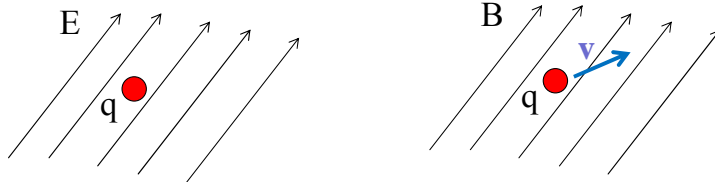
## Campo magnético terrestre



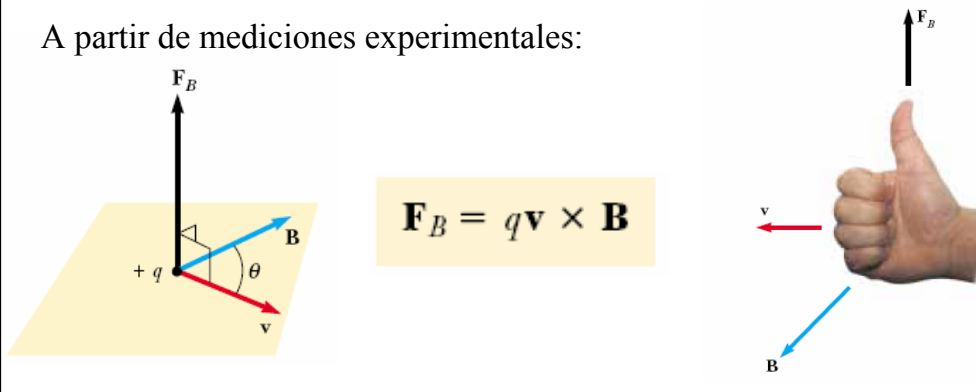
## Fuerza ejercida por un campo magnético sobre una carga



Definiremos el campo magnético ( $B$ ) en un punto del espacio en términos de la fuerza ejercida sobre un objeto de prueba apropiado



A partir de mediciones experimentales:



**$F_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$**

$F_B = |q|vB \sin \theta$

[B] = [F] / [q] [v] = N / C (m/s) = T (Tesla)  
 1T = 10<sup>4</sup> G (Gauss)

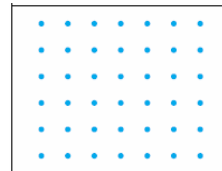
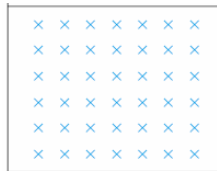


### Some Approximate Magnetic Field Magnitudes

Source of Field	Field Magnitude (T)
Strong superconducting laboratory magnet	30
Strong conventional laboratory magnet	2
Medical MRI unit	1.5
Bar magnet	$10^{-2}$
Surface of the Sun	$10^{-2}$
Surface of the Earth	$0.5 \times 10^{-4}$
Inside human brain (due to nerve impulses)	$10^{-13}$

### Representación:

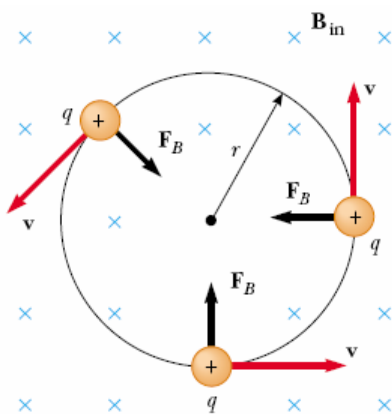
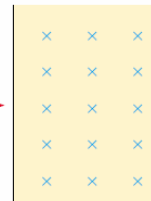
B entra  
pantalla



B sale  
pantalla

### Ejemplo:

B homogéneo  
v perpendicular a B



Movimiento circular

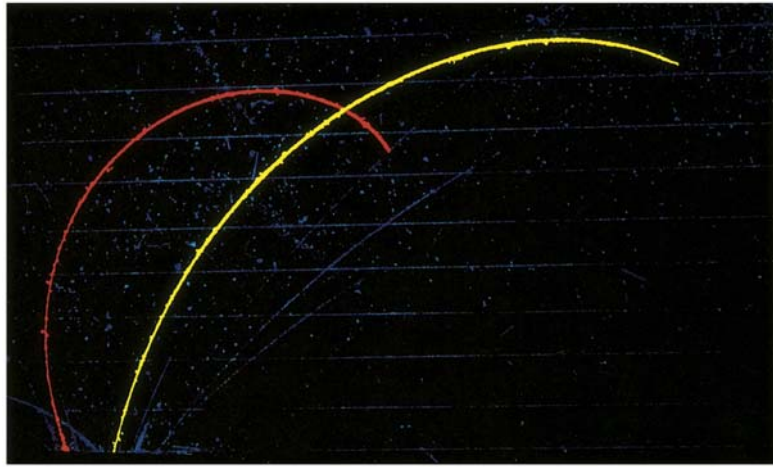
$$\sum F = ma_c$$

$$F_B = qvB = \frac{mv^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$$



Trayectoria de un protón (rojo) y una partícula alfa (amarillo) en una cámara de niebla.

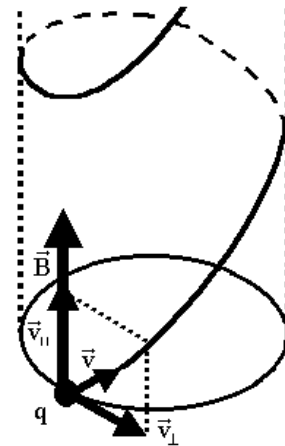
Si la velocidad no es perpendicular a B:

$$\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}$$

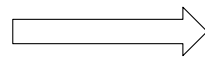
$$\vec{F}_{\parallel} = q(\vec{v}_{\parallel} \wedge \vec{B}) = 0 \rightarrow \mathbf{v}_{\parallel} = cte$$

$$\rightarrow \vec{F}_{\perp} = q(\vec{v}_{\perp} \wedge \vec{B}) \rightarrow$$

$$\rightarrow F_{\perp} = qv_{\perp}B$$

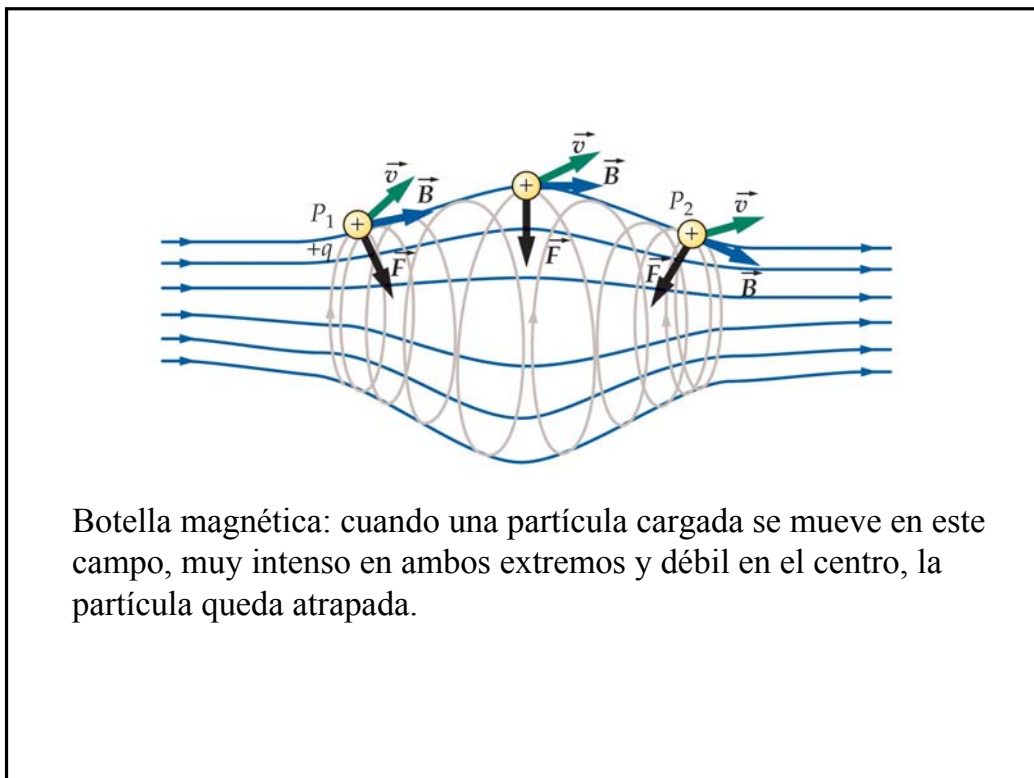
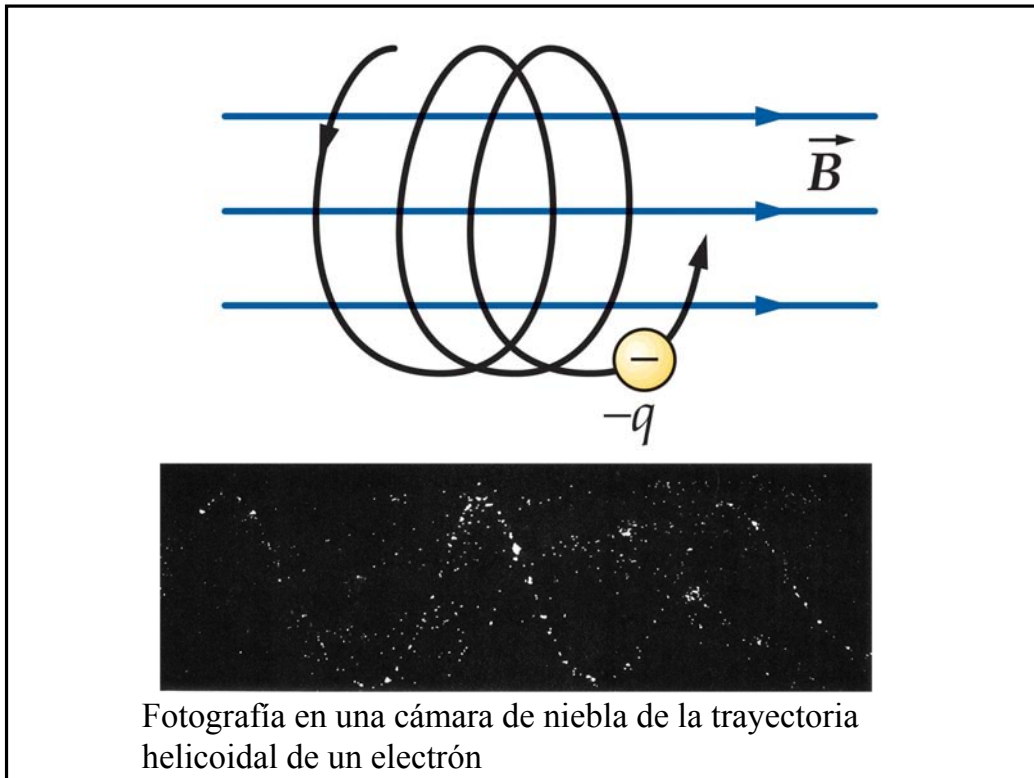


Movimiento circular en el plano perpendicular al campo

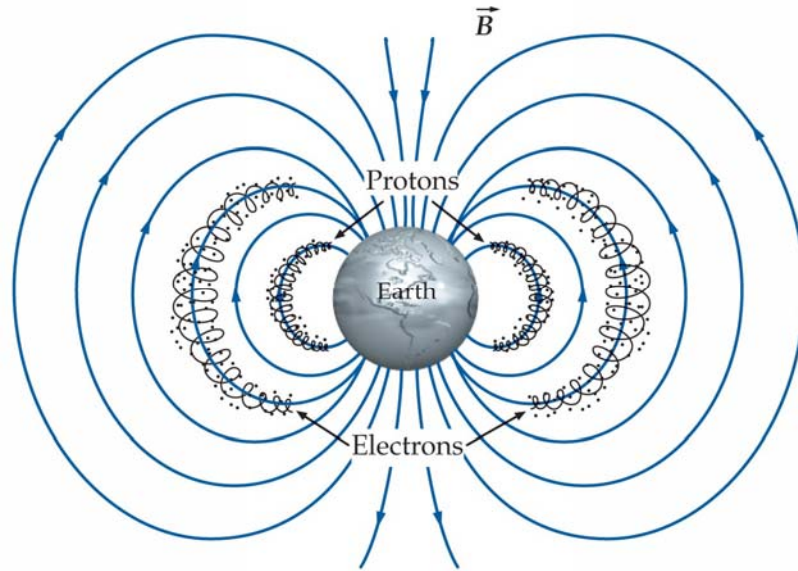


Hélice





## Partículas atrapadas en el campo magnético terrestre



Partículas chocan con los átomos de la atmósfera

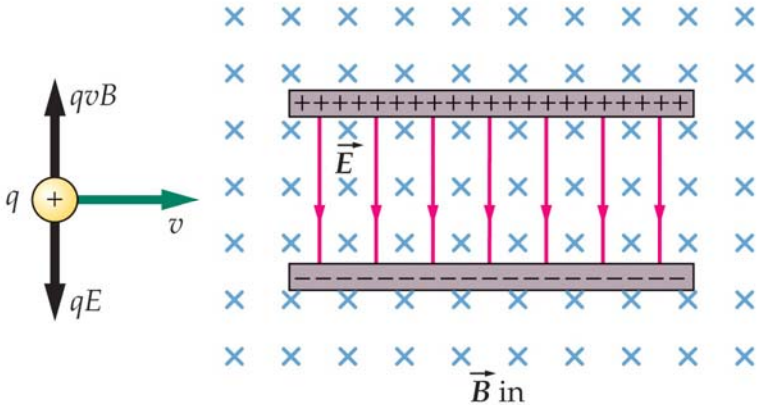


Emiten luz

Origen de las auroras boreales - australes

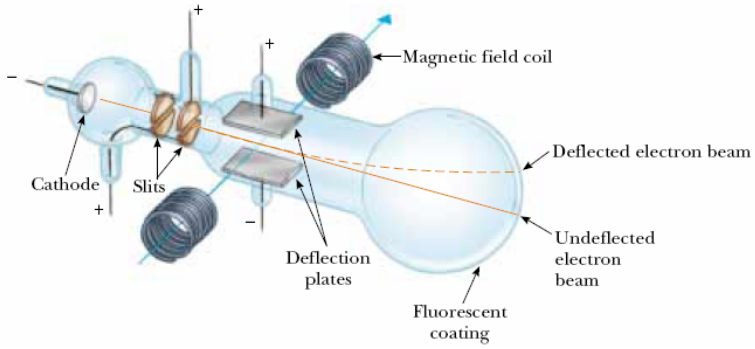
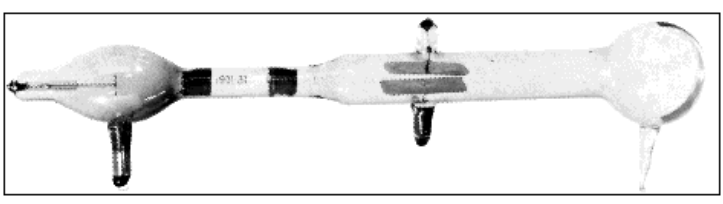


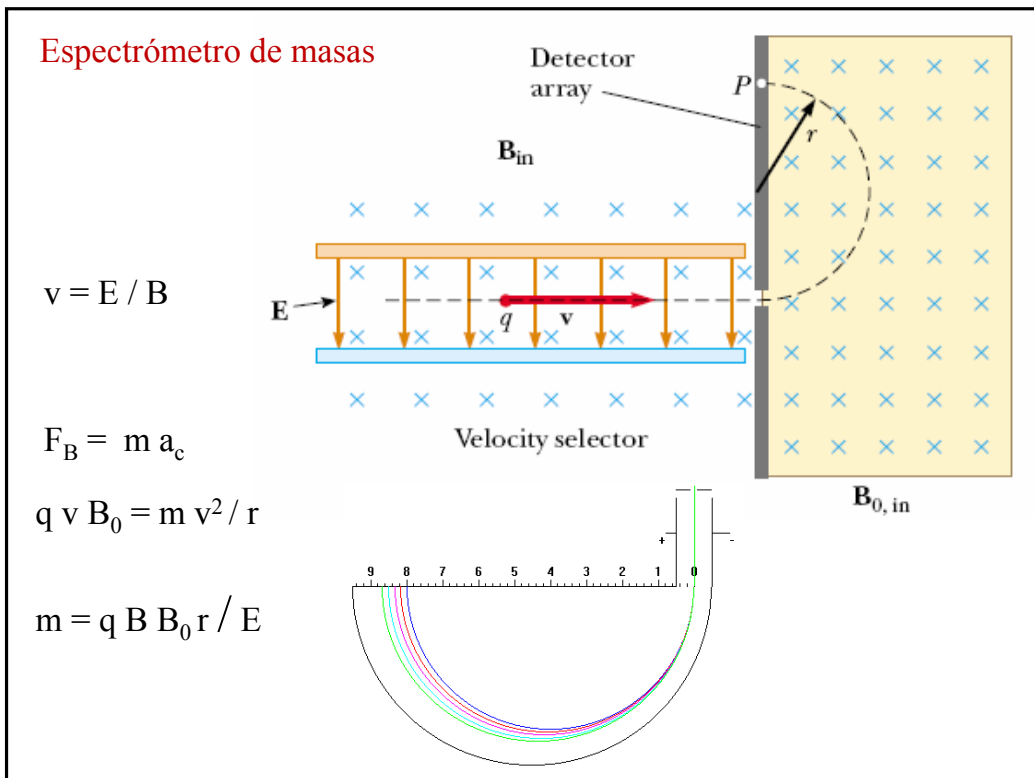
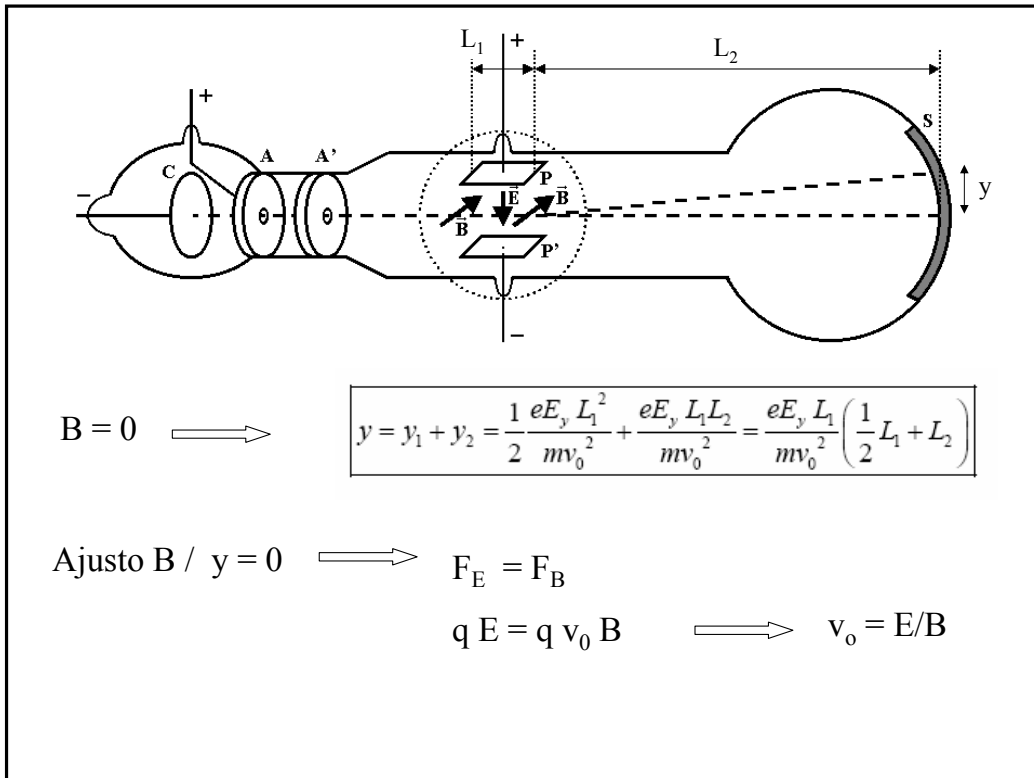
Selector de velocidades



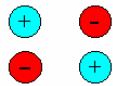
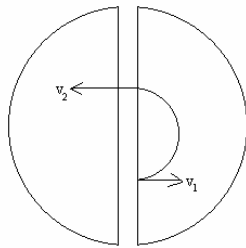
$$v = \frac{E}{B}$$

Medicion de e/m - Experimento de J.J Thomson (1897)





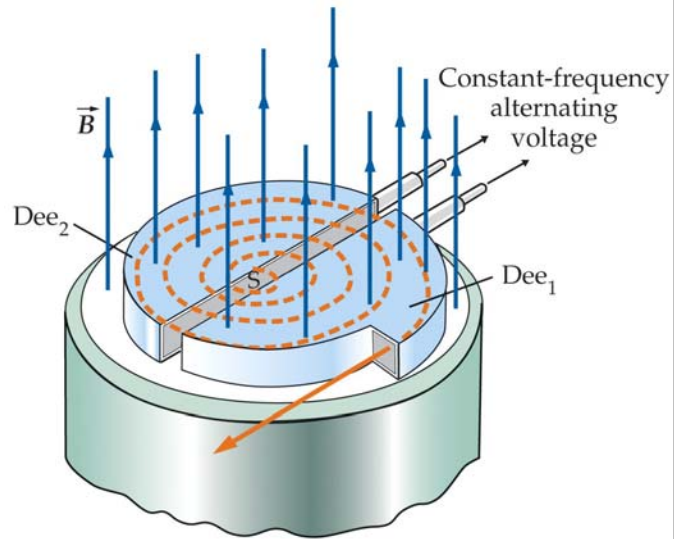
## Ciclotrón



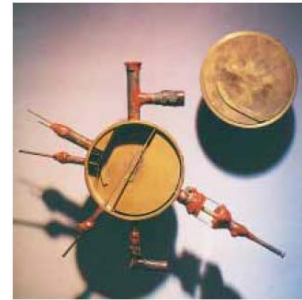
$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$

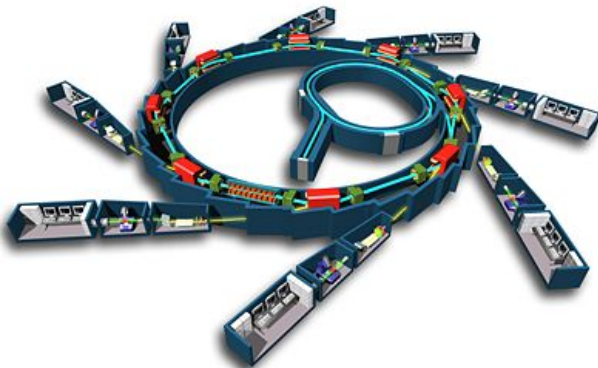
$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m}$$



La mayoría de los actuales aceleradores de partículas de alta energía descienden del primer ciclotrón de protones de 1 MeV construido por E. O. Lawrence y M. S. Livingstone en Berkeley (California). El artículo original fue publicado en la revista Physical Review, volumen 40, del 1 de abril de 1932, titulado "Producción de iones ligeros de alta velocidad sin el empleo de grandes voltajes"

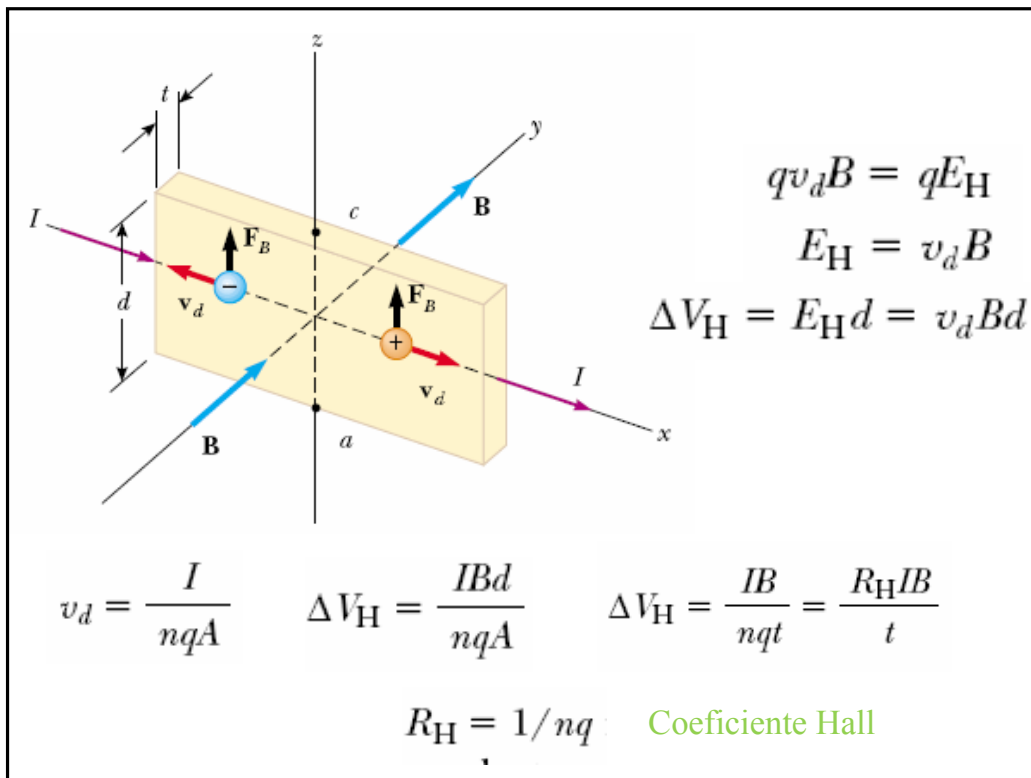
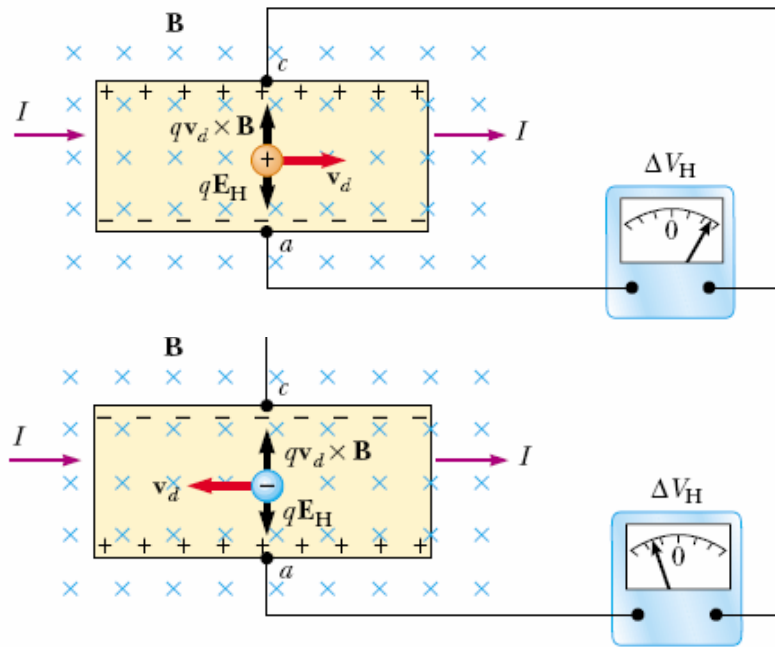


## Esquema de un sincrotrón



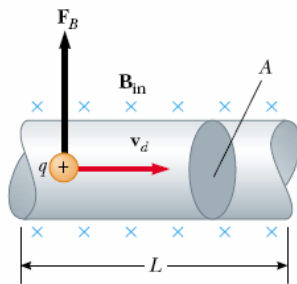
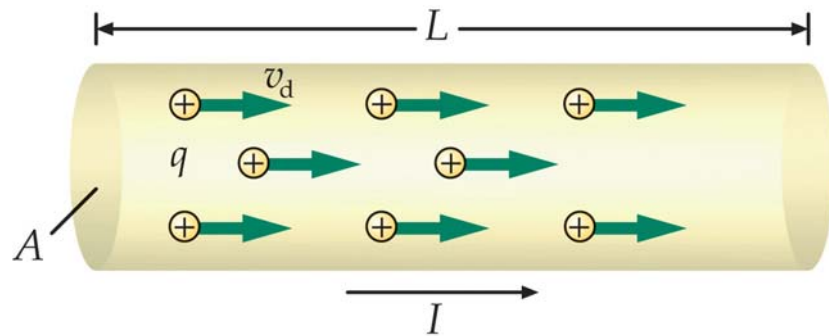
En el sincrotrón ambos campos se hacen variar para mantener el camino de las partículas de forma constante, o sea, el radio no varía demasiado. La velocidad máxima a la que las partículas se pueden acelerar está dada por el punto en que la radiación sincrotrón emitida es igual a la energía inyectada

## Efecto Hall (Edwin Hall 1879)





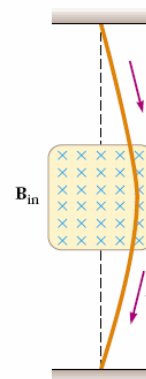
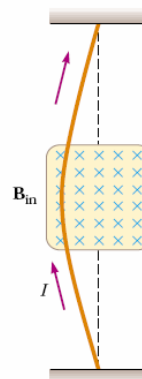
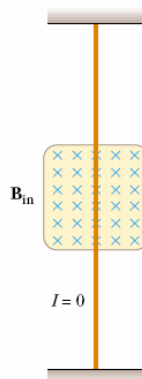
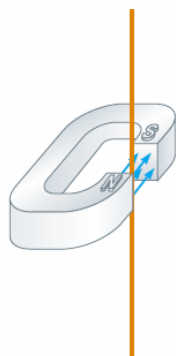
# Fuerza Magnética sobre un conductor de corriente

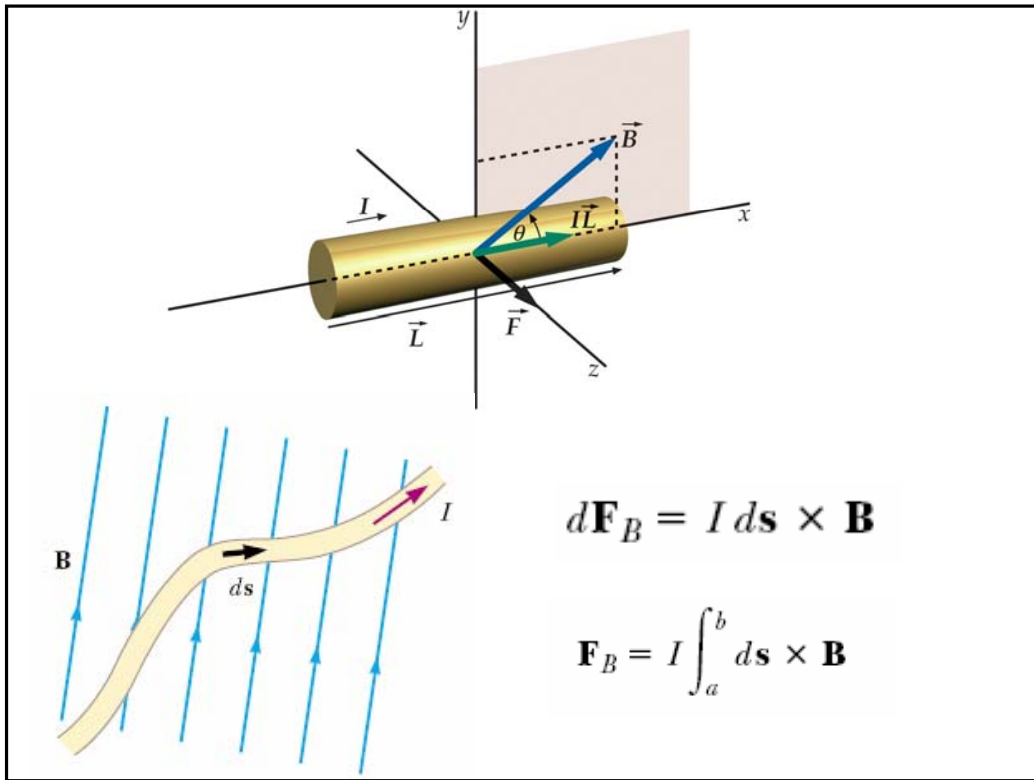


$$\mathbf{F}_B = (q\mathbf{v}_d \times \mathbf{B})nAL$$

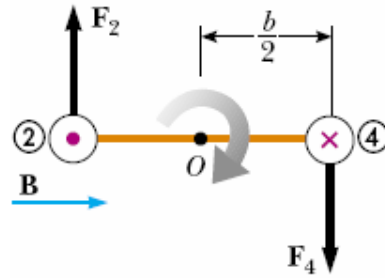
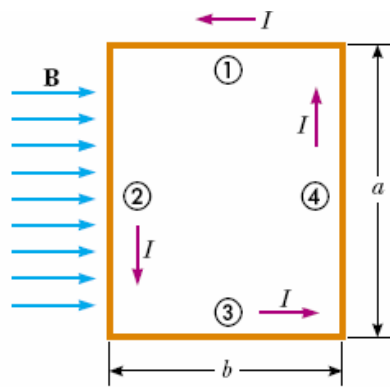
$$I = nqv_dA$$

$$\mathbf{F}_B = I\mathbf{L} \times \mathbf{B}$$





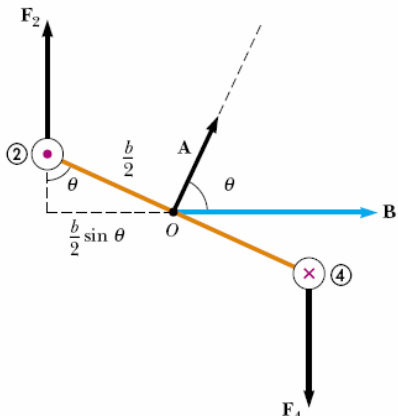
Torque sobre una espira



$$F_2 = F_4 = IaB$$

$$\tau_{\max} = F_2 \frac{b}{2} + F_4 \frac{b}{2} = (IaB) \frac{b}{2} + (IaB) \frac{b}{2} = IabB$$

$$\tau_{\max} = IAB$$



$$\tau = F_2 \frac{b}{2} \sin \theta + F_4 \frac{b}{2} \sin \theta$$

$$= IaB \left( \frac{b}{2} \sin \theta \right) + IaB \left( \frac{b}{2} \sin \theta \right) = IabB \sin \theta$$

$$= IAB \sin \theta$$

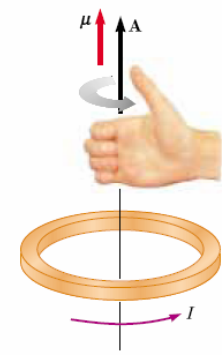
$$\tau = I\mathbf{A} \times \mathbf{B}$$

Definimos el momento dipolar magnético de la espira

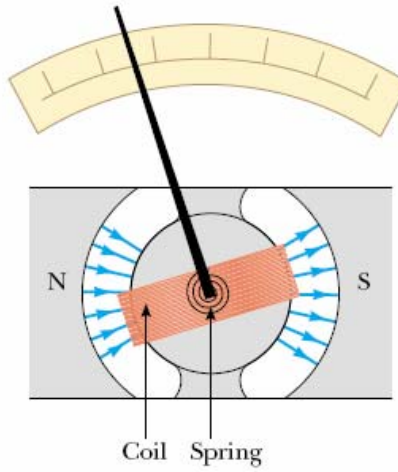
$$\mu = IA$$

$$\tau = \mu \times \mathbf{B}$$

Se puede probar que:

$$U = -\mu \cdot \mathbf{B}$$


**Aplicación: Galvanómetro de bobina móvil**

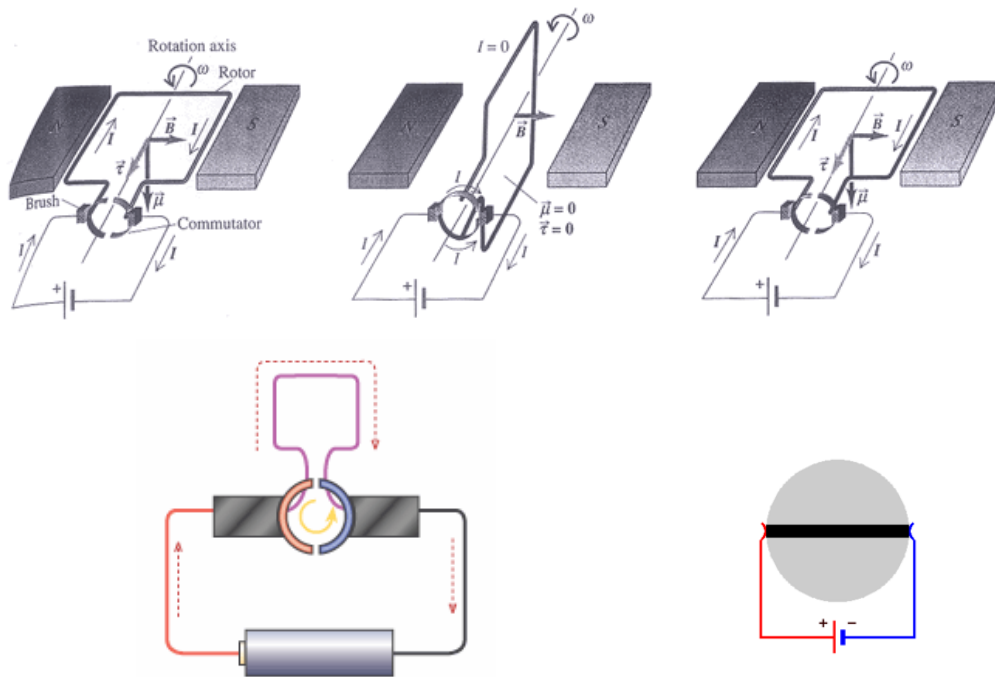


$$\tau = N I S B$$

$$\tau_{\text{res}} = K \alpha$$

$$I = K \alpha / N S B$$

## Motor eléctrico

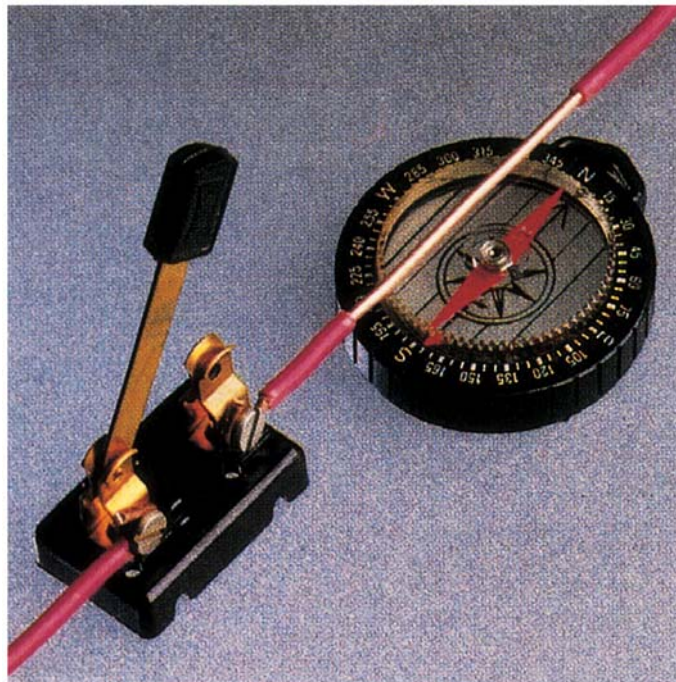


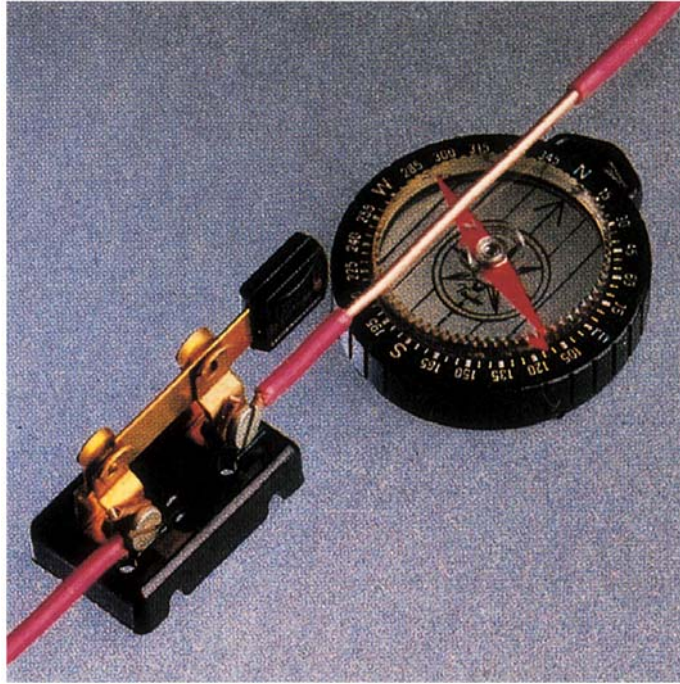
51



Campo magnético que rota como suma de vectores magnéticos a partir de 3 bobinas de la fase

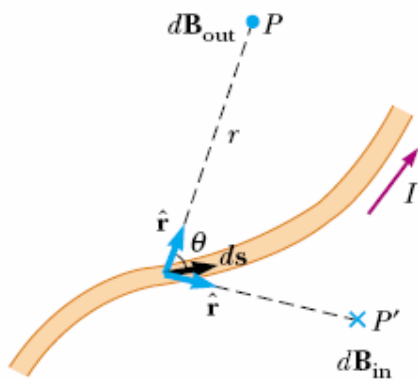
## Fuentes de campo magnético





### Hans Oersted (1820)

Una corriente eléctrica produce un campo magnético en el espacio que la rodea.



$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

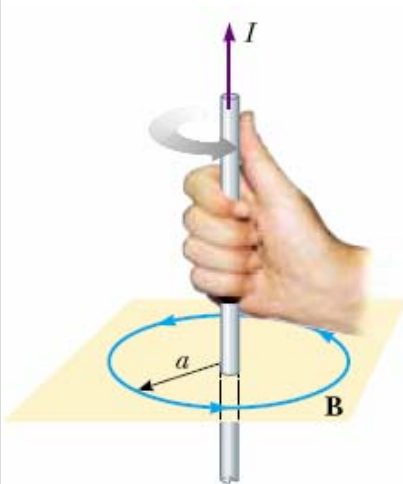
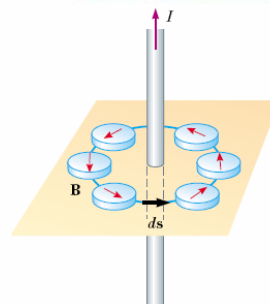
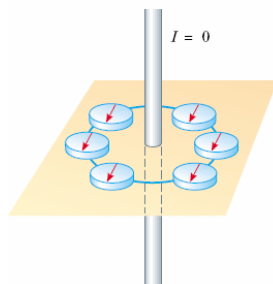
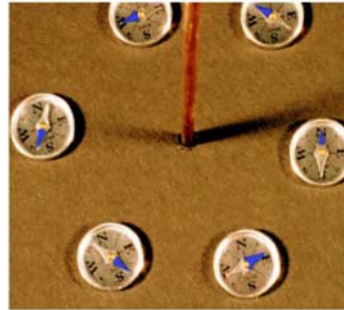
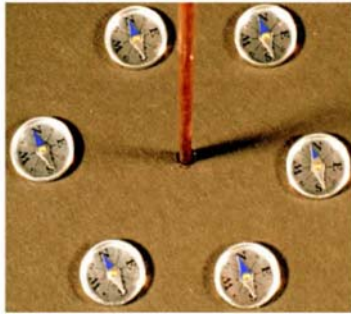
$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A}$   
Permeabilidad del vacío

Ley de Biot y Sabart



## Campo magnético producido por un conductor rectilíneo



Regla de la mano  
derecha

$|ds| = dx$

$r = \frac{a}{\sin \theta} = a \csc \theta$

$x = -a \cot \theta$

$dx = a \csc^2 \theta d\theta$

$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$

$d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}} = |d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}| \hat{\mathbf{k}} = (dx \sin \theta) \hat{\mathbf{k}}$

$d\mathbf{B} = (dB) \hat{\mathbf{k}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dx \sin \theta}{r^2} \hat{\mathbf{k}} \implies dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dx \sin \theta}{r^2}$

$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{a \csc^2 \theta \sin \theta d\theta}{a^2 \csc^2 \theta} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \sin \theta d\theta$

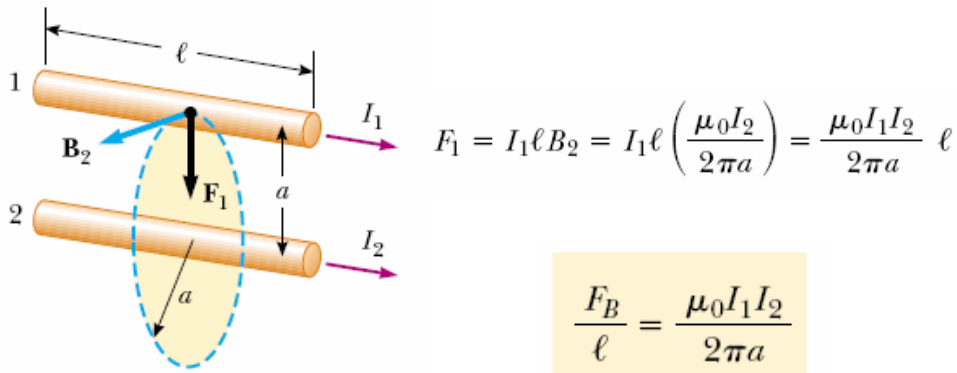
$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$

Para el caso de un conductor infinito:

$(\cos \theta_1 - \cos \theta_2) = (\cos 0 - \cos \pi) = 2,$

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

### Fuerza magnética entre dos conductores paralelos



Caso particular:

$$I_1 = I_2$$

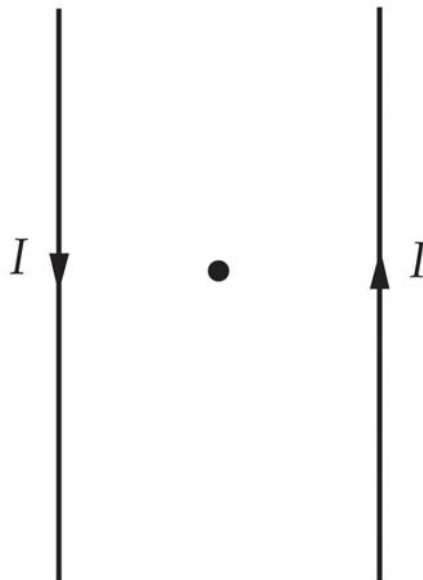
$$a = 1\text{m}$$

$$\text{Si } F_L = 2 \cdot 10^{-7} \text{ N/m}$$

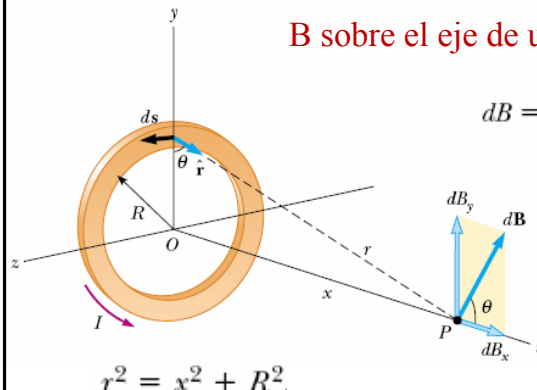


La corriente que circula por los alambres es 1 A.

Cómo es la fuerza entre los alambres si las corrientes son opuestas ?



### B sobre el eje de un lazo de corriente circular



$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{|d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}|}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{ds}{(x^2 + R^2)}$$

$$\mathbf{B} = B_x \hat{\mathbf{i}}$$

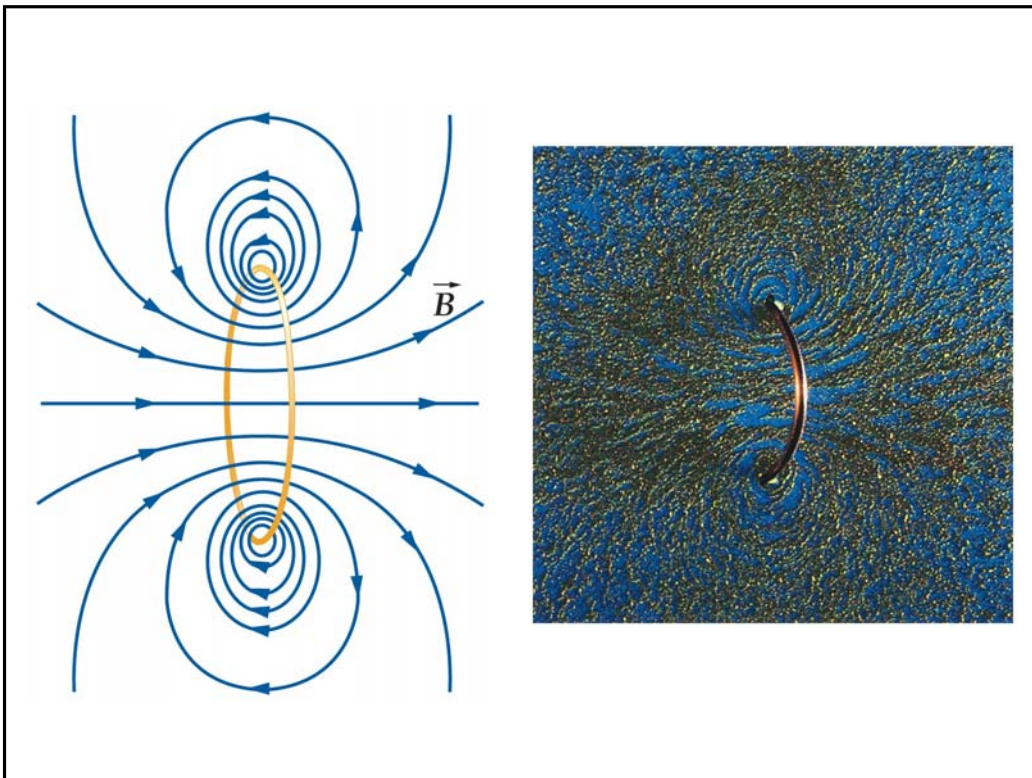
$$B_x = \oint dB \cos \theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{ds \cos \theta}{x^2 + R^2}$$

$$r^2 = x^2 + R^2.$$

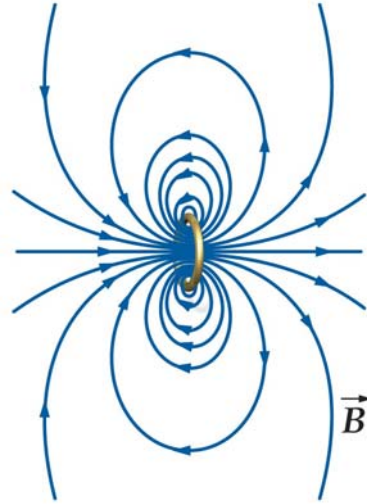
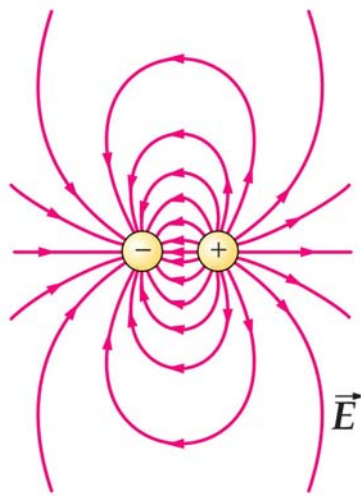
$$B_x = \frac{\mu_0 I R}{4\pi (x^2 + R^2)^{3/2}} \oint ds = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

✨  $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$  (at  $x = 0$ )

✨  $B \approx \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3}$  (for  $x \gg R$ )  $\implies B \approx \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mu}{x^3}$   
 $\mu = I(\pi R^2)$



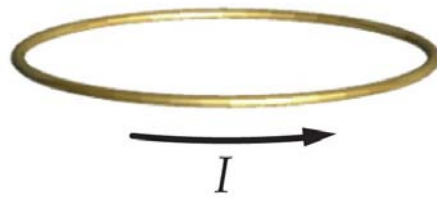
Analogía con el dipolo eléctrico



$\oplus +q$

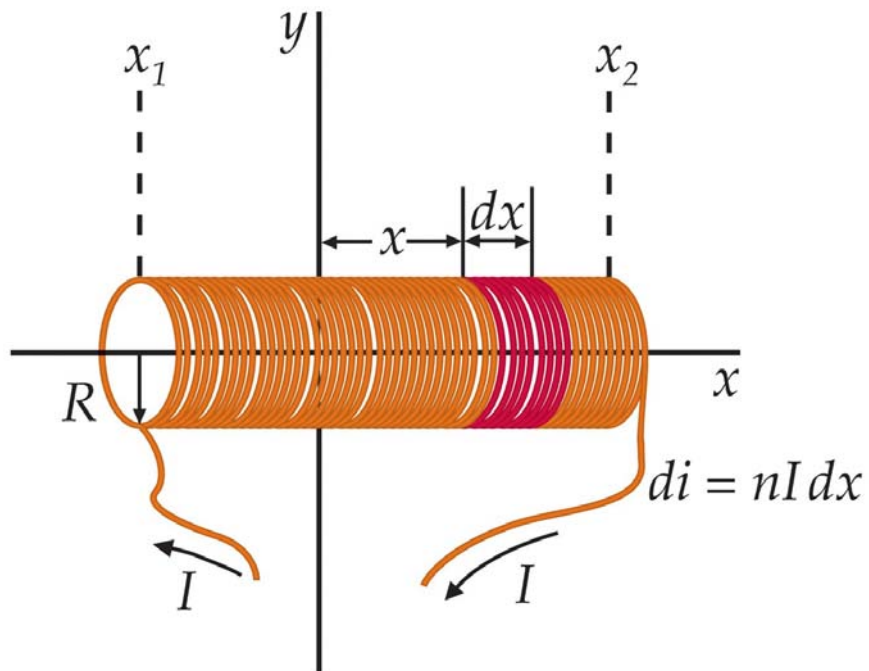
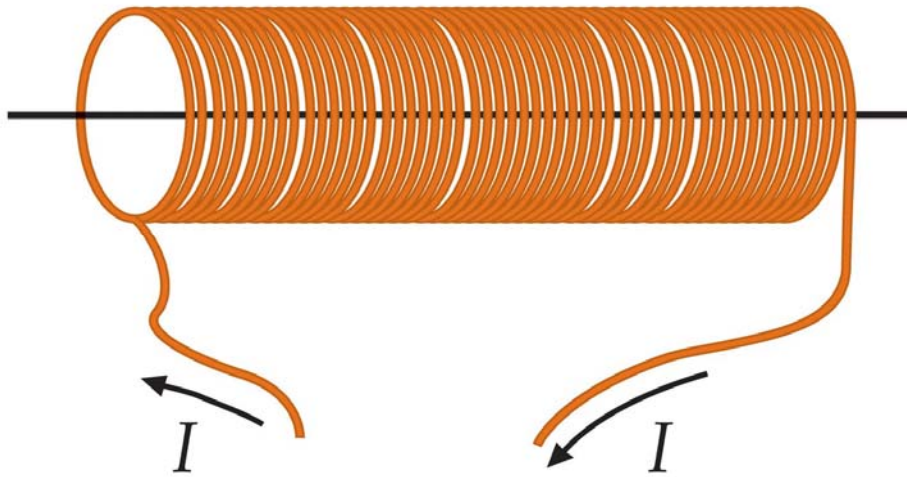
$\ominus -q$

Electric dipole

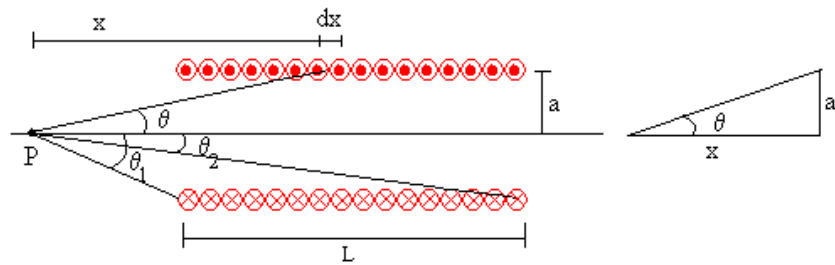


Magnetic dipole

Campo magnético a lo largo del eje de un solenoide







B producido por una espira de radio  $a$  en un punto P de su eje distante  $x$

$$B = \frac{\mu_0 i a^2}{2(\sqrt{a^2 + x^2})^{3/2}}$$

B producido por el número  $dn$  de espiras

$$dB = \frac{\mu_0 i a^2}{2(\sqrt{a^2 + x^2})^{3/2}} \frac{N}{L} dx$$

$$a = x \cdot \tan \theta$$

$$1 + \tan^2 \theta = 1 / \cos^2 \theta$$

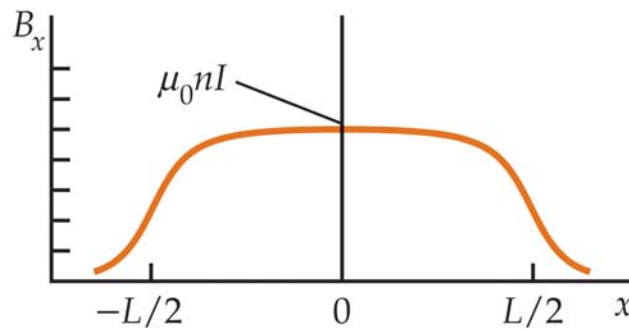
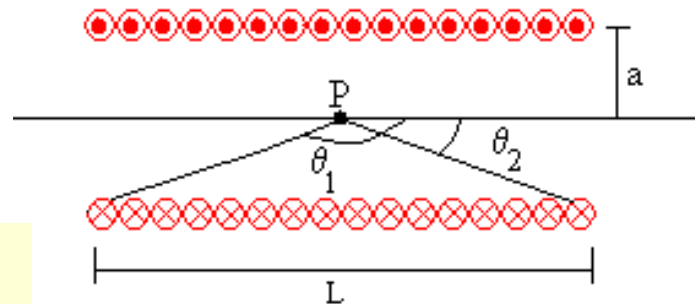
$$B = \frac{\mu_0 i N}{2L} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta \cdot d\theta = \frac{\mu_0 i N}{2L} (\cos \theta_2 - \cos \theta_1)$$

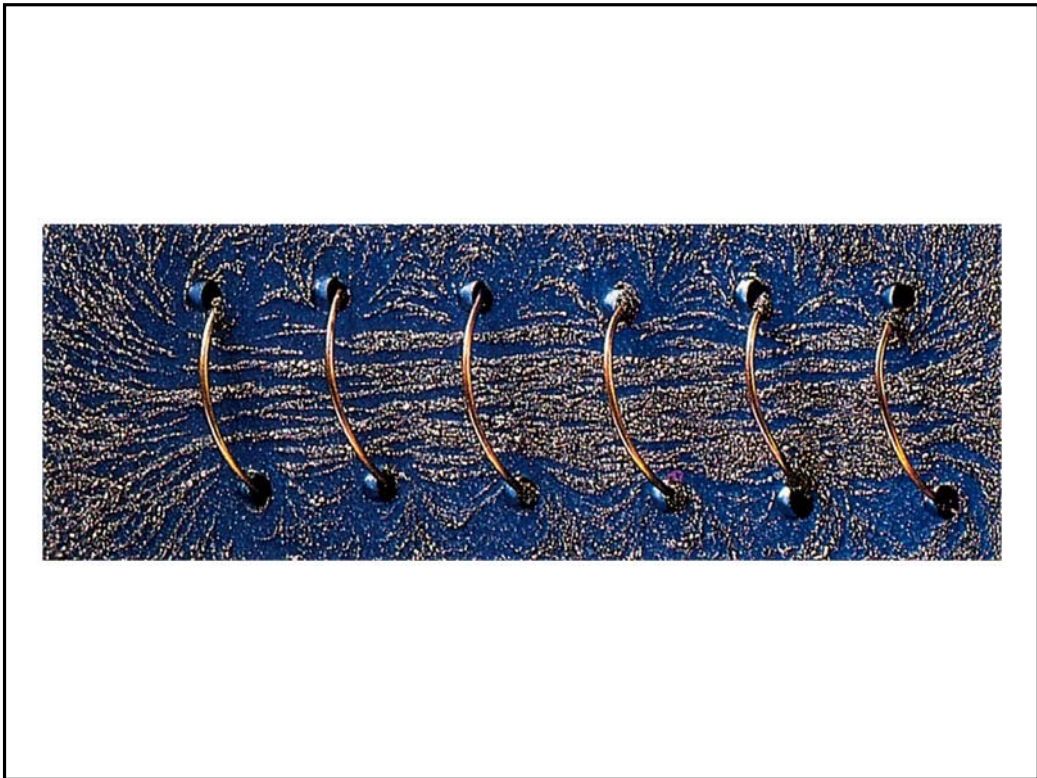
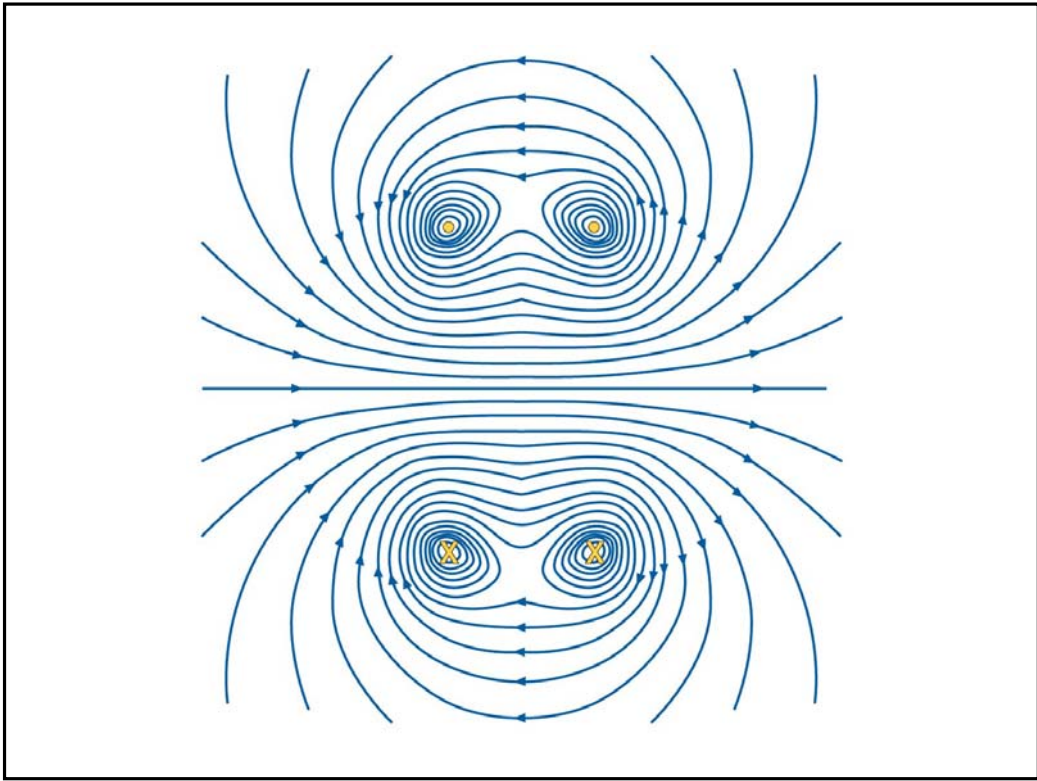
Si el solenoide es muy largo

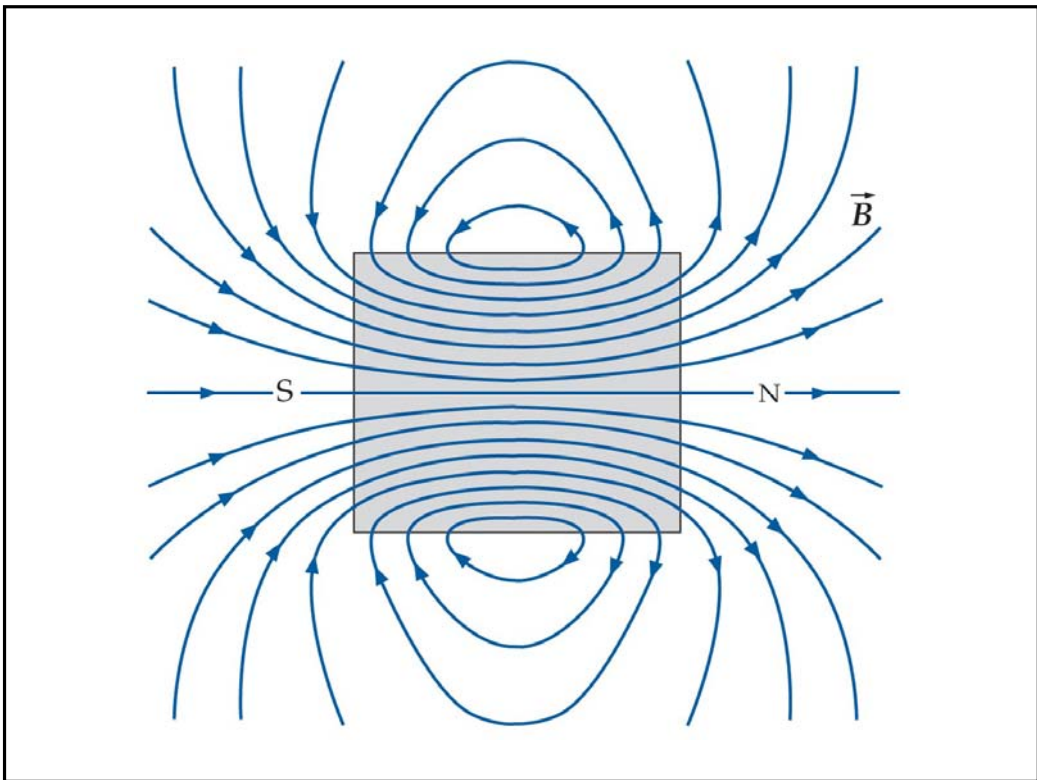
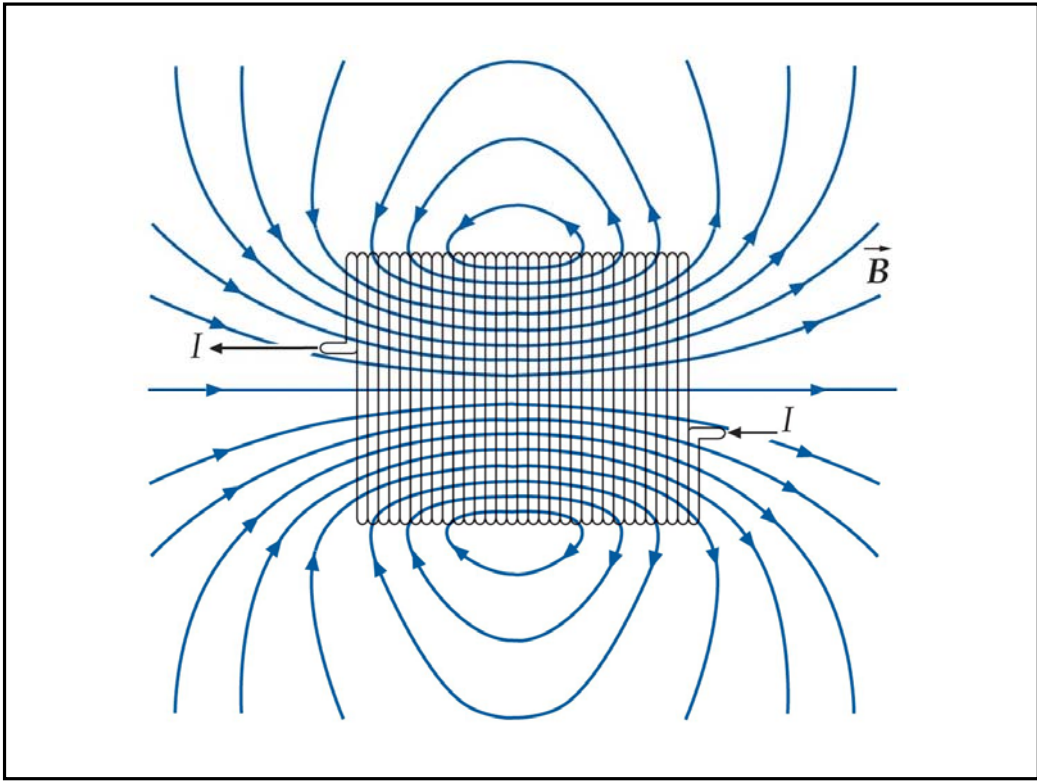
$$\theta_1 \rightarrow \pi$$

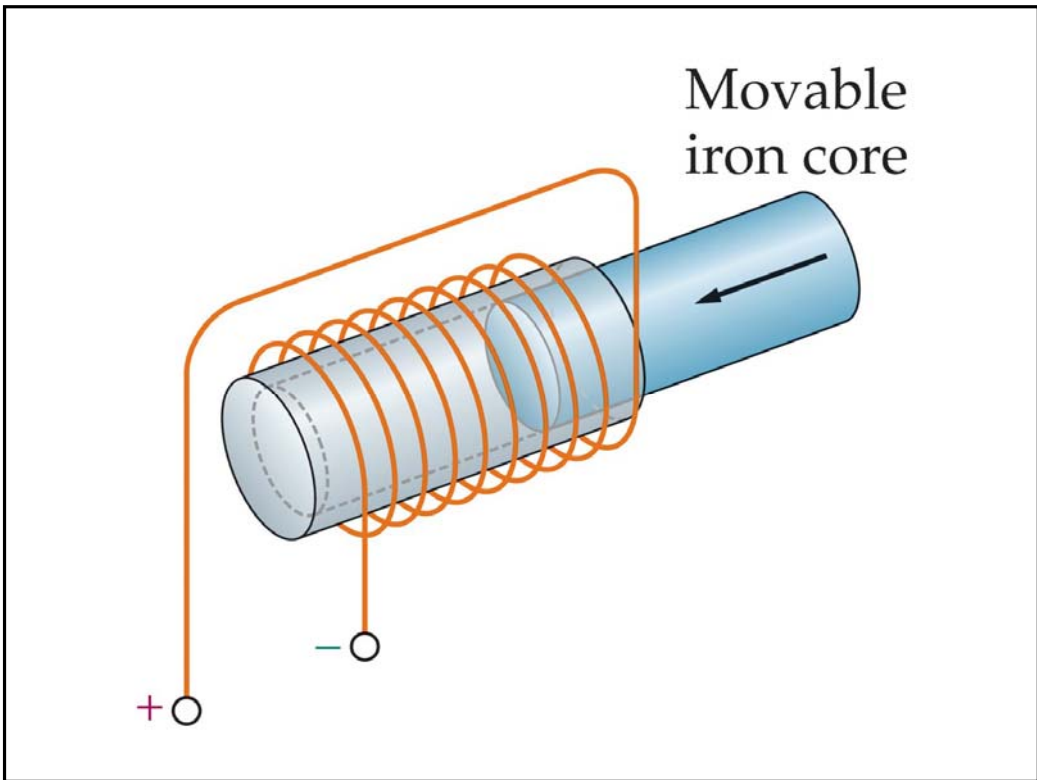
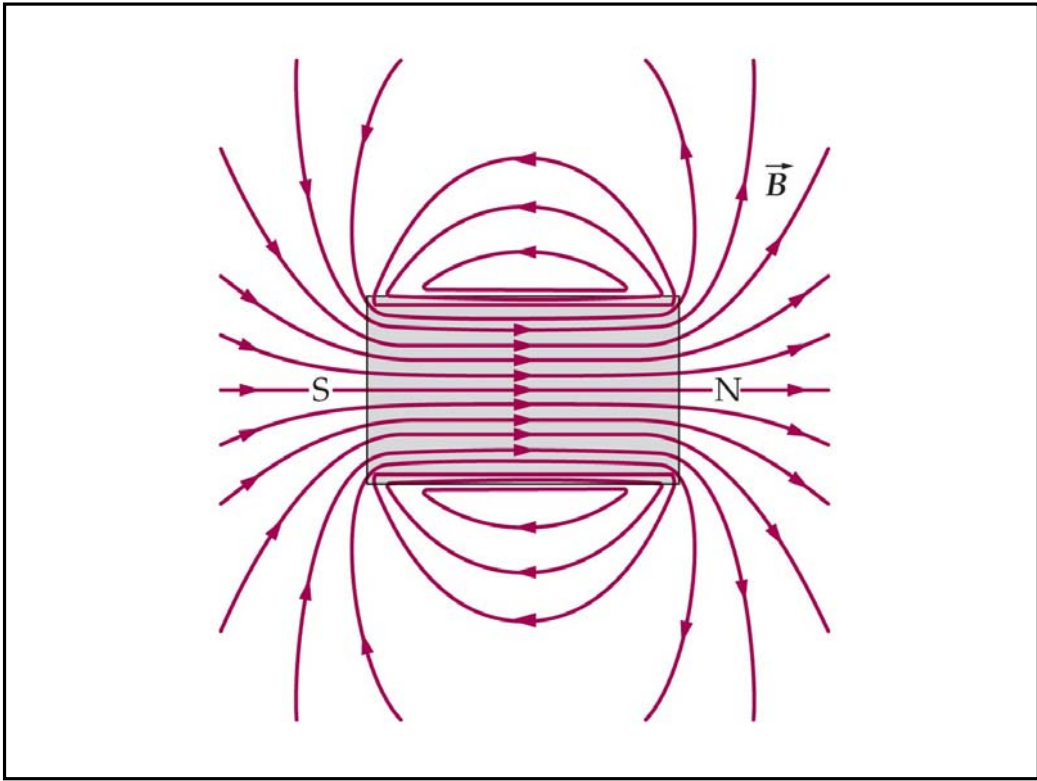
$$\theta_2 \rightarrow 0$$

$$B_x = \mu_0 n I$$

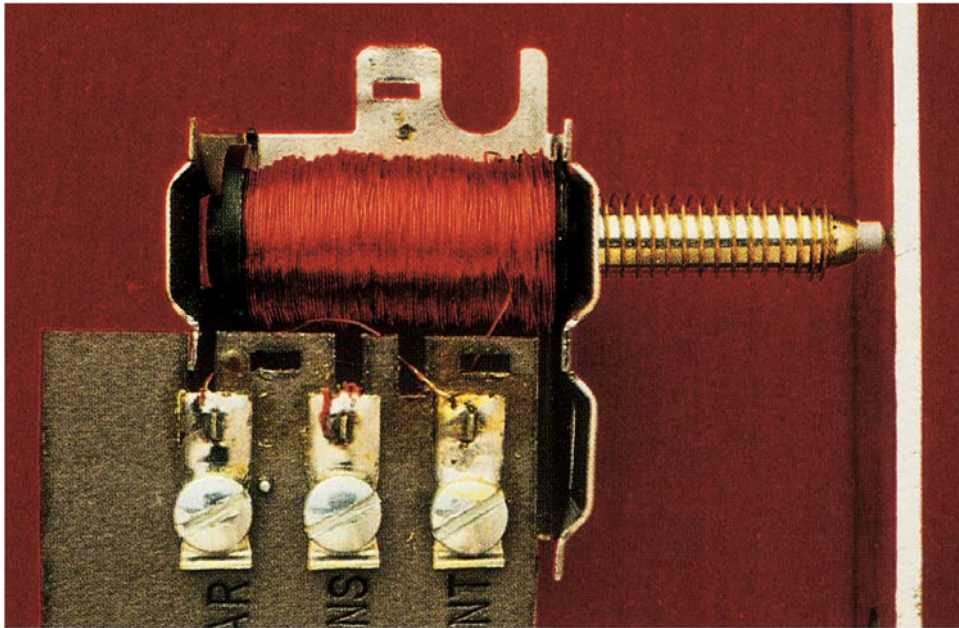




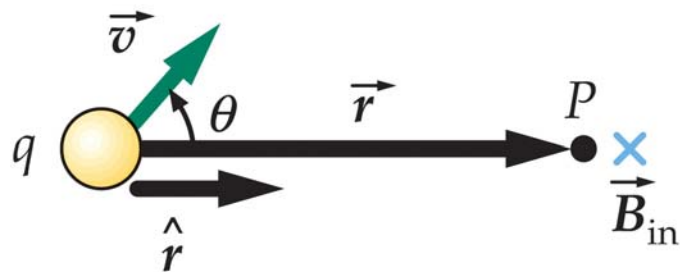


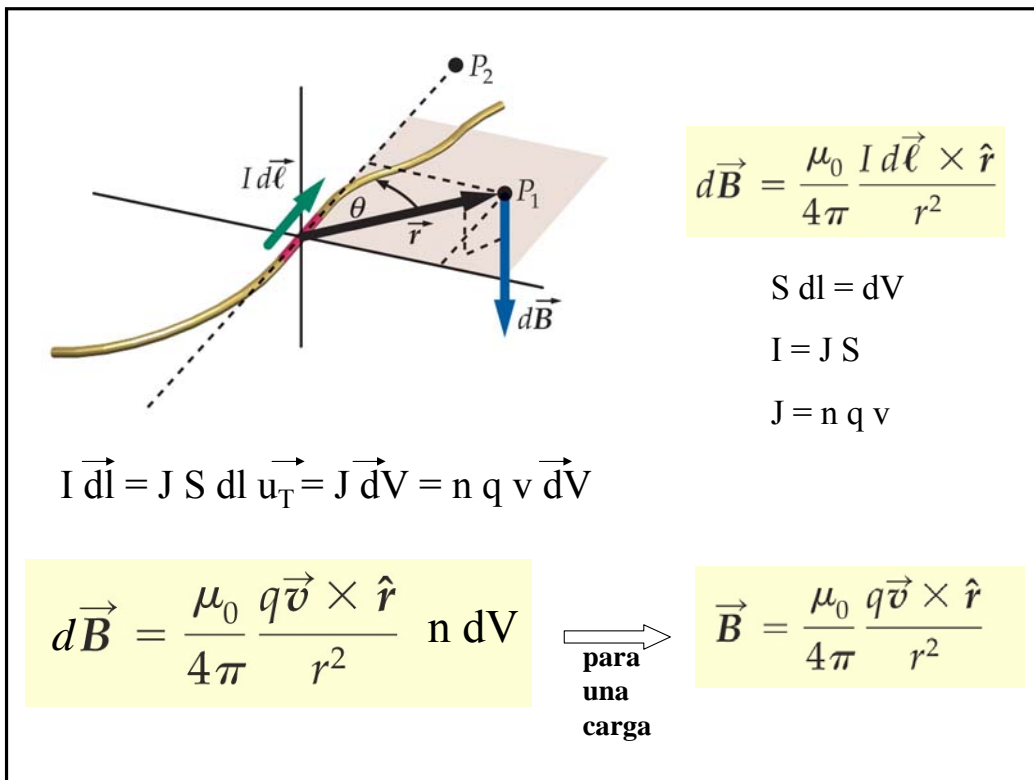
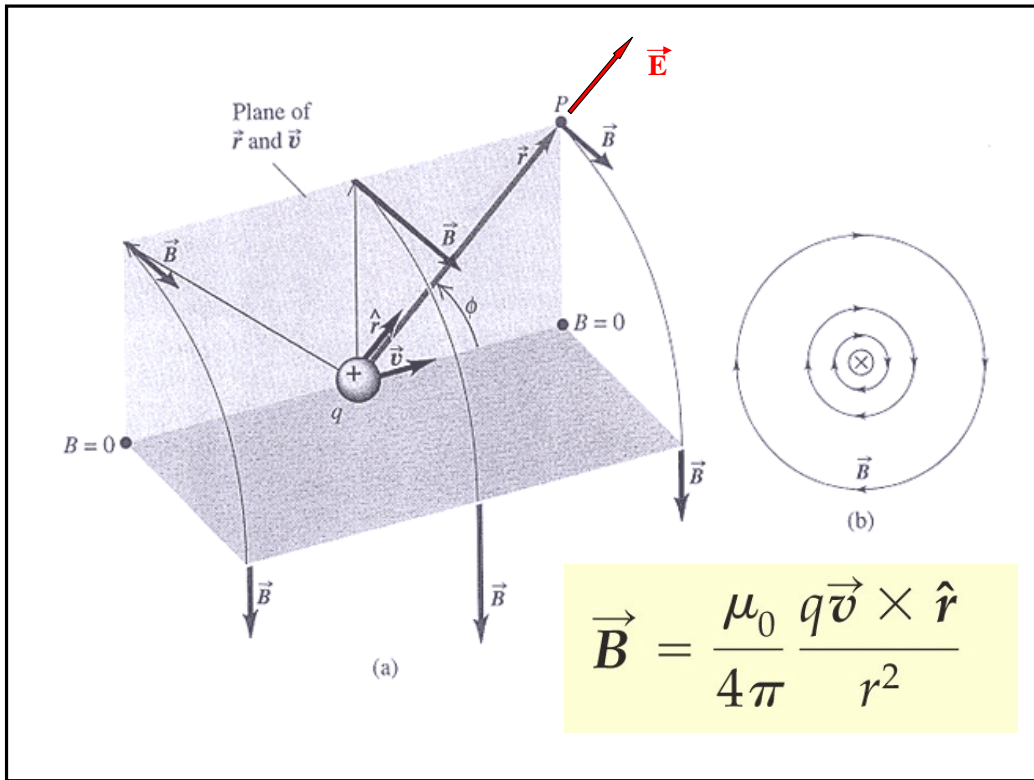




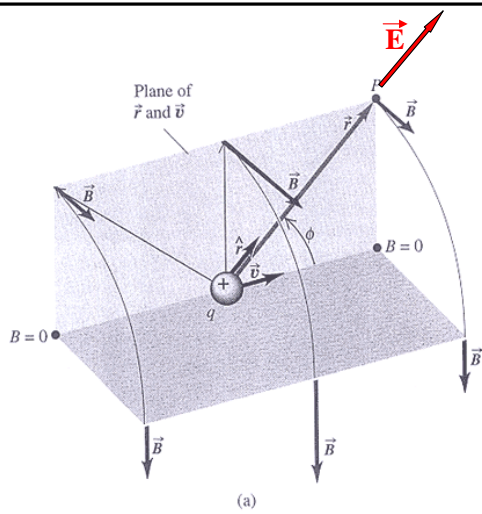


Campo producido por una carga en movimiento









$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\vec{E}_{i,P} = \frac{kq_i}{r_{i,P}^2} \hat{r}_{i,P}$$

**E y B son  
perpendiculares**



$$\vec{B} = 1/c^2 \vec{v} \times \vec{E}$$

Determine el valor y las unidades de la constante c !!!!