

Práctica 6: Dinámica de cuerpo rígido.

- Determinar en cada caso el momento de inercia del sistema respecto de los ejes indicados. Utilizar cuando sea conveniente el teorema de Steiner.

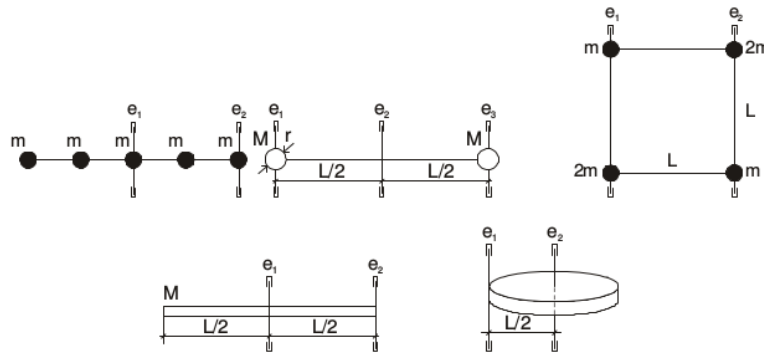


Figura 1

- Un disco de masa $m = 50 \text{ kg}$ y radio $R = 2 \text{ m}$ puede girar alrededor de un eje que pasa por su centro. Se ejerce una fuerza constante de 20 N en el borde del disco. Determinar:
 - La aceleración angular.
 - El ángulo total girado en 3 s .
 - La velocidad angular a los 3 s si parte del reposo.
 - El momento angular y la energía cinética a los 3 s .
- Un cilindro cuyo momento de inercia es $I = 80 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ está rotando a 1200 rpm con respecto a un eje que pasa por su centro. ¿Cuál es la fuerza tangencial que debe aplicarse para detenerlo después de 1800 revoluciones?
- Encontrar la aceleración angular α del disco, las tensiones en las cuerdas y la aceleración de traslación de las masas en los siguientes sistemas. En todos los casos el disco es un cilindro homogéneo de masa $m = 10 \text{ kg}$ y radio $R = 10 \text{ cm}$.

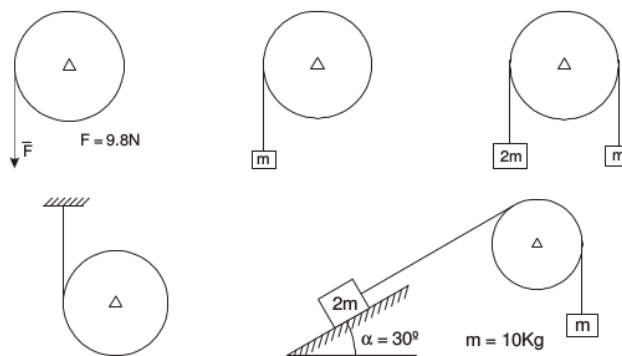


Figura 2

5. Se monta una plataforma circular sobre un eje vertical sin roce. Su radio es de 1.5 m y su momento de inercia es $70 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Un hombre de masa $m_h = 80 \text{ kg}$ está parado en su centro. Determinar, en cada uno de los siguientes casos, la velocidad angular que adquiere la plataforma y la energía cinética que adquiere el sistema:
- El hombre se desplaza hasta el borde de la plataforma.
 - Estando el hombre en el borde (condición final del caso a) comienza a pasear a lo largo del borde con una velocidad $v_1 = 1 \text{ m/s}$ (módulo) respecto del suelo.
 - A continuación, el hombre salta tangencialmente abandonando la plataforma con velocidad $v_2 = 2 \text{ m/s}$ respecto al suelo.
6. El hombre del problema anterior está de pie en el centro de la plataforma manteniendo sus brazos extendidos horizontalmente con una masa de 5 kg en cada mano. Las masas están a 0.8 m del eje de rotación. El individuo acerca las masas a su cuerpo hasta que está a 15 cm del eje de rotación. Si la plataforma giraba inicialmente a 10 rpm, determine la velocidad angular final y el cambio de energía cinética.
7. Un disco de momento de inercia I_1 está girando con velocidad ω_1 alrededor de un eje sin roce. Cae sobre él otro disco de momento I_2 inicialmente en reposo. Debido al roce superficial los dos discos finalmente adquieren una velocidad angular común. ¿Cuál es?
8. Un disco uniforme de 100 kg y 0.6 m de radio se coloca sobre hielo liso. Dos patinadores arrollan cuerdas alrededor del disco como se muestra en la figura 3. Cada uno de ellos tira de su cuerda y patina alejándose de modo que ejercen fuerzas constantes durante 5 s. Describir el movimiento del disco: indicar la aceleración, velocidad y posición del centro de masa en función del tiempo y, la aceleración y velocidad angular respecto del centro de masa en función del tiempo.

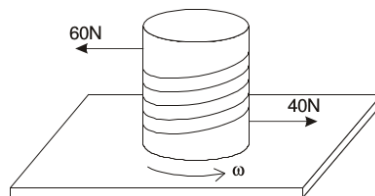


Figura 3

9. Una esfera homogénea de masa m y radio R está apoyada en una superficie horizontal sin roce. Se aplica sobre la misma una fuerza \mathbf{F} a una distancia d del centro de masa de la esfera, como indica la figura 4.
- Determinar la aceleración a_{cm} de traslación del centro de masa (CM) y la aceleración angular de la esfera respecto del CM.
 - ¿Qué valor debe tomar d para que se cumpla $a_{cm} = \alpha \cdot R$?
10. Un cilindro de masa M y radio R rueda sin resbalar sobre un plano inclinado un ángulo α . Hallar la aceleración del centro de masa, la aceleración angular del cilindro y el valor de la fuerza de roce.

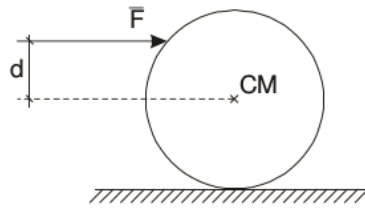


Figura 4

11. En el problema anterior, si la longitud del plano es L y el cilindro partió del reposo en la parte superior, determinar la velocidad con que llega a la parte más baja del plano.
 - a) Resolver el problema utilizando las conclusiones del problema anterior.
 - b) Resolver teniendo en cuenta consideraciones de trabajo y energía.
12. Una esfera, un disco y un aro hechos de material homogéneo tienen el mismo radio (10 cm) y masa (3 kg). Se dejan libres desde el reposo en la parte superior de un plano inclinado 30° y ruedan sin deslizar recorriendo una distancia vertical de 2 m. Si parten juntos en el instante $t = 0$ s, ¿en qué momento llegará cada uno de ellos al punto inferior?
13. Cualquier cuerpo rígido colgado de algún punto diferente del centro de masa recibe el nombre de péndulo físico y oscilará cuando se lo desplace de su posición de equilibrio (figura 5).
 - a) Demuestre que el péndulo físico describe un movimiento armónico simple cuando el desplazamiento angular es pequeño.
 - b) Calcular el período de oscilación.



Figura 5

14. Un carrito con una masa de 2000 g tiene 4 ruedas de 6 cm de radio y 150 g de masa.
 - a) Calcular la aceleración lineal del carrito cuando se ejerce sobre el mismo una fuerza de 0.6 N. Suponer que las ruedas no resbalan.
 - b) Hallar el valor de las fuerzas de roce.
15. En el sistema de la figura 6, las partículas **A** y **B** (de masa m) y la varilla **CD** (masa M y longitud L) están apoyadas sobre una mesa sin roce. La masa **A**, en la posición mostrada, tiene una velocidad v .

- a) Determinar la posición del centro de masa del conjunto para la posición mostrada en la figura.
- b) La masa **A** choca plásticamente con la masa **B** y luego ambas se adhieren a la varilla en el punto **D**. Calcular la velocidad angular del sistema si la varilla está fija en la mesa en el punto **O**.

$l = 1.2 \text{ m}$ $m = 0.8 \text{ kg}$ $OC = 0.3 \text{ m}$ $M = 1.6 \text{ kg}$ $d = 1 \text{ m}$ $v = 2.4 \text{ m/s}$
 $I^{cm}(\text{barra}) = 1/12 M l^2$

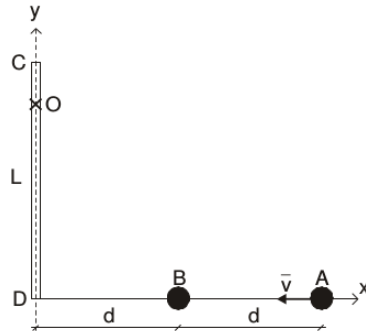


Figura 6

16. Considerar un cuerpo de masa M de forma esférica y de radio R que cuelga de una varilla de longitud L y masa m , articulada en O , como muestra la figura 7. Sobre M incide un proyectil de masa m , a la altura del CM de la esfera, y se incrusta en ella. ¿Qué velocidad debería llevar el proyectil para levantar el péndulo hasta la posición horizontal?

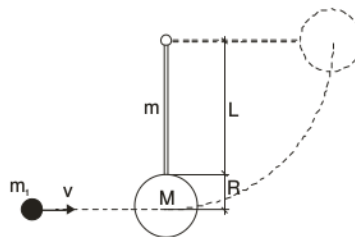


Figura 7

17. Un péndulo físico se compone de una lenteja esférica de radio r y masa m colgada de una cuerda de longitud $L - r$, como muestra la figura 8 . Con frecuencia, cuando r es mucho menor que L , esta situación se considera como un péndulo simple de longitud L .
- a) Utilizando el teorema de Steiner, hallar el momento de inercia de este péndulo respecto de O .
 - b) Demostrar que el período puede escribirse como: $T = T_0 \sqrt{1 + \frac{2r^2}{5L^2}}$ donde $T_0 = 2\pi \sqrt{L/g}$ es el período de un péndulo simple de longitud L .

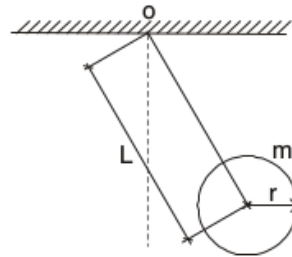


Figura 8

Preguntas sugeridas

1. Efectuar una analogía entre fuerza y masa con variables de rotación de cuerpos rígidos.
2. ¿Puede considerarse la masa de un cuerpo como concentrada en su centro de masa cuando se trata de calcular su momento de inercia?
3. ¿Bajo qué condiciones podemos escribir $L = I\omega$?
4. ¿Puede especificarse el momento de inercia de un objeto sin describir dónde está el eje de rotación? ¿Puede un cuerpo tener más de un momento de inercia?
5. Si dos discos circulares del mismo peso y espesor se hacen de metales de densidad diferentes, ¿tendrán el mismo momento de inercia? Si no lo tiene, ¿cuál tendrá mayor momento de inercia?
6. Se muestran secciones transversales de 5 sólidos; los cuales tienen la misma altura y el mismo ancho máximo; los sólidos tienen la misma masa. Para ejes de rotación que pasan por los puntos indicados, cuál de ellos tiene mayor momento de inercia? ¿Cuál menor?

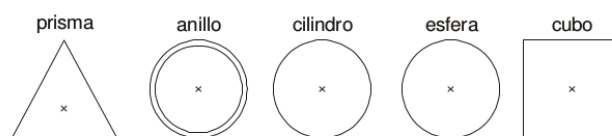


Figura 9

7. Una varilla, la mitad de la cual es de madera y la otra de acero, se hace girar en el extremo de madera o y se aplica una fuerza en el extremo a . Si ahora se la hace girar en el extremo o' y se aplica una fuerza en el extremo de madera en a' , se obtiene la misma aceleración?

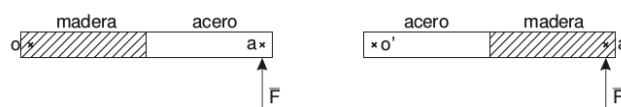


Figura 10

8. Una persona puede distinguir un huevo crudo de uno cocido haciéndolo girar sobre una mesa. ¿Por qué?
9. ¿Por qué una barra larga ayuda a mantener el equilibrio de un equilibrista?
10. Un hombre gira junto con la mesa giratoria sobre la que se encuentra, con velocidad angular ω , y sostiene dos masas iguales con sus brazos extendidos. Sin cambiar posición, deja caer las masas. ¿Varía su ω ? Si es así, ¿aumenta o disminuye? ¿Se conserva L ? Explicar.