



Trabajo Práctico N°1: Números Complejos

1. Calcular:

a) $(6, 2) - (3, \frac{2}{3})$

c) $(1 + i)^2$

e) $1_{\frac{\pi}{2}} 1_{\frac{3\pi}{2}}$

b) $(4, -1) \cdot (-2, 3)$

d) $\frac{(3+i)^2 + (1-i)^3 - 2 \cdot (2+i)}{4+2i}$

f) $3_{\frac{\pi}{5}} : 4$

2. Representar gráficamente y escribir en forma polar y trigonométrica cada uno de los siguientes números complejos:

a) $\sqrt{3} - i$

c) -1

b) $\frac{1+i}{1-i}$

d) $-2 + 6i^{10}$

3. Representar gráficamente y escribir en forma binómica los siguientes números complejos:

a) 3

b) 1_{-45°

c) $\sqrt{2}_{420^\circ}$

d) $3(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$

4. ¿Cuántos números complejos verifican $Re(z) = 2\sqrt{3}$ y $|z| = 9$? ¿Cuáles son? Expresarlos en forma binómica, polar y trigonométrica.

5. Indicar si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Justificar las respuestas.

a) Si $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$ entonces $|a| \leq |z|$

b) $\arg(z) = \arg(\bar{z}) \quad \forall z \in \mathbb{C}, z \neq 0$

c) $\exists z \in \mathbb{C} / \arg(z) = \arg(\bar{z})$

d) Si $z = -4(\cos \frac{7\pi}{3} + i \sin \frac{7\pi}{3})$ entonces $\arg(z) = \frac{7\pi}{3}$

6. Expresar en forma polar los resultados de las operaciones indicadas:

a) $2 \cdot (2\sqrt{3} - 2i) \cdot (1 + i)$

b) $(-1 + \sqrt{3}i)^6$

c) $2_{30^\circ} + 5_{315^\circ}$

d) $\frac{6_{60^\circ} \frac{1}{2} 2_{30^\circ}}{\frac{1}{4} \frac{\pi}{4}}$

7. a) Representar gráficamente los siguientes conjuntos:

1) $A_1 = \{z \in \mathbb{C} / |z| = 1\}$

2) $A_2 = \{z \in \mathbb{C} / \arg(z) = \frac{\pi}{6}\}$

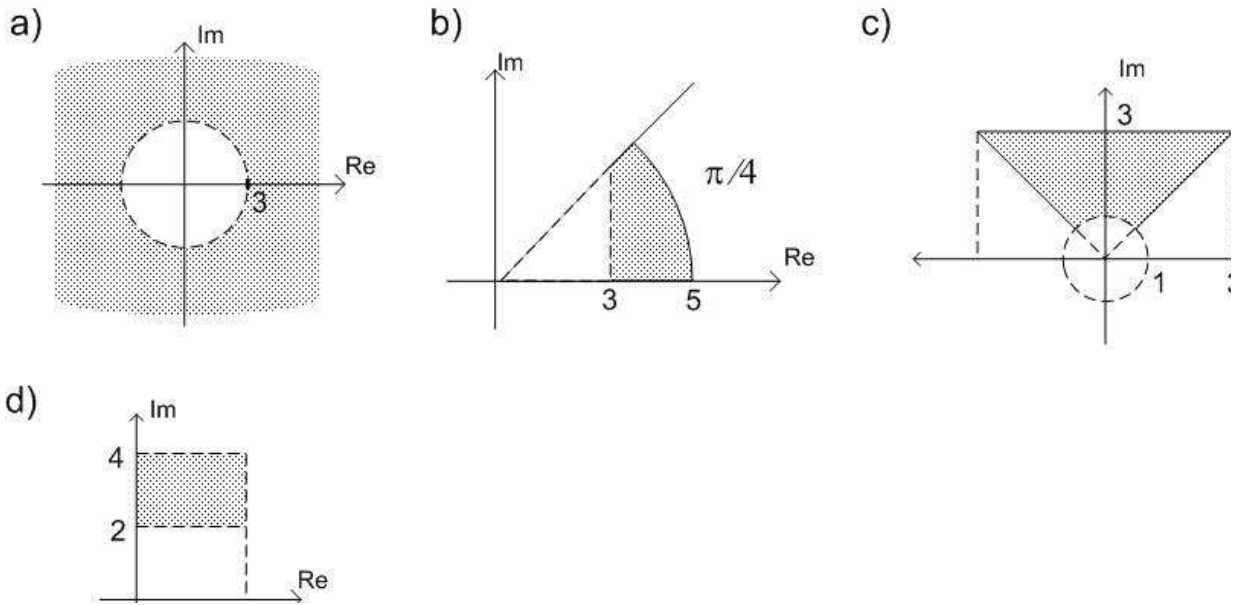
3) $A_3 = \{z \in \mathbb{C} / |z| \leq 2, \frac{\pi}{4} \leq \arg(z) \leq \frac{\pi}{2}\}$

4) $A_4 = \{z \in \mathbb{C} / 1 < Re(z) \leq 3, 2 \leq Im(z) \leq 4\}$

5) $A_5 = \{z \in \mathbb{C} / |z - i| = |z + i|\}$

b) Dar en cada uno de los casos anteriores dos números complejos que pertenezcan y dos que no pertenezcan al conjunto indicado justificando adecuadamente su elección.

8. Caracterizar las siguientes regiones graficadas mediante un subconjunto de $\mathbb{C}$.



9. Hallar las soluciones *reales* de cada una de las ecuaciones lineales con dos incógnitas a coeficientes en $\mathbb{C}$:

a) $x + iy = 1$

c) $(1 + i)x + (2 - i)y = 7$

b) $ix + y = 1 + i$

d) $(3 + i)(x + iy) = 6 + 2i$

10. Hallar las soluciones complejas de cada una de las ecuaciones lineales con una incógnita a coeficientes en $\mathbb{C}$:

a) $z = 1$

c) $(3 + i)z = 6 + 2i$

b) $(3 + i)z = 4i$

d) $4iz = 7 + 2i - 6z$

11. Calcular:

a) $\sqrt{2i}$

d) $\sqrt[4]{1}$

b) $\sqrt[3]{-27}$

e) $\sqrt[6]{-i}$

c) $\sqrt[5]{-\sqrt{2} - \sqrt{2}i}$

12. Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $z^5 - 32 = 0$

c) $(i - 1) - z^3 = 0$

b) $z + \bar{z} = 5 + 3i$

d) $1 + z^4 + i = 0$

13. Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $z^2 - (2 + i)z - 7i = 0$

c) $z^4 + z^2 + i = 0$

b) $z^2 - (3 - 2i)z + 5 - 5i = 0$