CARRERA: Licenciatura en Física

TRABAJO PRÁCTICO N° 2: GEOMETRÍA LINEAL EN EL PLANO

I. LA RECTA EN EL PLANO

2.1 Sea la recta de ecuaciones paramétricas $R)\ \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 3 - 2t. \end{cases}$ Se pide:

a. Representar gráficamente los puntos de $R)$ correspondientes a los siguientes valores de t:

$$0,\ \ 1,\ \ \tfrac{1}{4},\ \ -\tfrac{1}{4},\ \ \tfrac{1}{2},\ \ \sqrt{3}\ .$$

b. Analizar si los puntos $p(31,-12)$ y $q(-31,-13)$ pertenecen a R. En caso afirmativo, hallar los correspondientes valores del parámetro.

c. Analizar la relación que existe entre cada una de las siguientes rectas y la dada.

S1) $\begin{cases} x = 1 + 2\alpha \\ y = 3 - \alpha \end{cases}$ S2) $\begin{cases} x = 1 - 2\beta \\ y = 3 + \beta \end{cases}$

S3) $\begin{cases} x = 5 + 4\gamma \\ y = 1 - 2\gamma \end{cases}$ S4) $\begin{cases} x = 31 + \delta \\ y = -12 - \dfrac{1}{2}\delta \end{cases}$

d. Hallar los valores de $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ para los que en las ecuaciones anteriores se obtiene el punto p.

e. Hallar el punto de abscisa 18 que pertenece a R.

2.2 Sea la recta de ecuaciones $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = -2 + 3t. \end{cases}$ Se pide:

a. Determinar si los puntos $a(2,-11)$ y $b(-3,2)$ pertenecen a la misma.

b. Hallar el intervalo de variación del parámetro t que corresponde al segmento de la recta determinado por los puntos en que la misma corta a los ejes coordenados.

c. Representarla gráficamente.

2.3 Sea la recta R) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \end{cases}$ y el punto $c(2,-1)$; hallar las coordenadas de los puntos de R que están a 3 unidades de distancia de c.

2.4 En cada caso dar una forma de la ecuación de la recta R que se define y graficarla:

a. El punto $a(2,-3) \in R$ y $\vec{u} = (-2,-1)$ es perpendicular a R.

b. R contiene al punto $b(-1,2)$ y es paralela al eje x.

c. R forma un ángulo de 60^o con el semieje positivo x, y contiene al punto $c(-2,-5)$.

d. R es paralela a la recta de ecuación $y = \frac{x}{2} - 1$ y su ordenada al origen es 7.

e. Contiene a los puntos $d(-2,7)$ y $e(-3,0)$.

f. Pasa por el punto $q(8,4)$ y su abscisa al origen es el doble de su ordenado al origen.

g. Siendo O el origen de coordenadas es $d(O,R) = 3$ y, además, $R \perp \overline{u} = (2,-3)$.

2.5 Un móvil representado por un punto $p(x,y)$ se desplaza siguiendo una trayectoria descripta por las ecuaciones:

$$\begin{cases} x = 2t^2 + 1 \\ y = t^2 \end{cases}$$

donde *t* representa el tiempo. Graficar dicha trayectoria y determinar en qué instantes t_1, t_2 y t_3 el móvil alcanza los puntos $a(19,9)$, $b(51,25)$ y $c(73,36)$ respectivamente.

¿Son iguales las velocidades medias desarrolladas entre *a* y *b*, y entre *b* y *c*?

2.6 Desde el punto $m(-2,3)$ se emite hacia la derecha un rayo de luz que se refleja en el eje *x* formando el rayo reflejado, un ángulo de 30º con el semieje positivo de las *x*. Hallar las ecuaciones de las semirrectas que representan a los rayos incidente y reflejado.

II. PROBLEMAS RELATIVOS A RECTAS

2.7 Las siguientes ecuaciones corresponden a rectas que se dividen en tres grupos, formadas cada uno por rectas paralelas entre sí. Determinar cuáles son esos grupos, señalar cuáles rectas son coincidentes y analizar si hay perpendicularidad entre rectas de distintos grupos.

$R1)\ \begin{cases} x = 1 + \frac{1}{2}t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$ $\quad R2)\ 2x + 3y + 1 = 0$ $\quad R3)\ \frac{1}{2}x + 2y + 3 = 0$

$R4)\ \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 10 + 2t \end{cases}$ $\quad R5)\ \begin{cases} x = -6t \\ y = 5 + \frac{3t}{2} \end{cases}$ $\quad R6)\ 2x + 3y - 33 = 0$

$R7)\ \frac{1}{\sqrt{5}}x + \frac{4}{\sqrt{5}}y + 5 = 0$ $\quad R8)\ \frac{1}{4}x + y = 1$ $\quad R9)\ x + 4y + 5\sqrt{5} = 0$

$R10)\ y = 4x + 19$ $\quad R11)\ \frac{2}{\sqrt{13}}x + \frac{3}{\sqrt{13}}y + 8 = 0$ $\quad R12)\ y = -\frac{1}{4}x + 5$ $\quad R13)\ \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 7 + 4t \end{cases}$

2.8 Hallar ecuaciones cartesianas de las rectas *R* que pasa por $a(5,3)$ y $b(15,4)$, y *S* que pasa por $c(9,-2)$ y $d(0,-3)$. Graficar las rectas. A partir de las ecuaciones obtenidas, determinar:

a. el punto de intersección de *R* y *S.*

b. el ángulo que forman *R* y *S.*

2.9 Dada la recta $R)\ 3x + 4y - 11 = 0$, hallar:

a. La distancia del origen de coordenadas a *R.*.

b. El conjunto $\{p(x,y) \in R \,/\, d(p,0) = \sqrt{5} \vee d(p,0) = 1\}$.

2.10 Sean los puntos $r(9,-9)$, $s(1,2)$ y $t(3,1)$, hallar las coordenadas del punto simétrico de *r* respecto a la recta definida por *s* y *t.*

2.11 Sea la recta R) $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -4t \end{cases}$. Hallar:

a. Las coordenadas del punto de intersección con el eje *x.*

b. Las ecuaciones de las rectas, que siendo paralelas a *R*, están a 4 unidades de distancia de la misma.

2.12 Las rectas

$$R1)\quad 4x-3y-16=0$$
$$R2)\quad 3x+4y-18=0$$
$$R3)\quad 5x-12y-2=0$$

son sostén de los lados de un triángulo; hallar los vértices y el área del mismo, y además obtener los ángulos interiores.

2.13 Sean $5x+2y-7=0$ y $5x+2y-36=0$ las ecuaciones de las rectas que contienen a dos de los lados de un rectángulo, y $3x+7y-10=0$ la de la recta que contiene a una de sus diagonales; hallar las ecuaciones de las rectas que contienen a los restantes lados y a la otra diagonal.

2.14 Sean las ecuaciones

$(2+\alpha)x-(3-\alpha)y+4\alpha+11=0$ (1)

$\beta x+(3-\beta)y+7=0$ (2)

$2x+y=\gamma$ (3)

Determinar α, β, γ para que la ecuación (1) sea la de una recta que contiene a $p(2,3)$; la (2) de una recta con pendiente 7 y la (3) la de una recta que forma con los ejes coordenados un triángulo cuya área es 3.

2.15 En cada caso discutir qué familia de rectas está representada por la ecuación dada y graficar:

a. $y-4=m(x-3)$ donde $m\in\Re$.

b. $y-y_0=m(x-x_0)$ donde $m\in\Re$ y x_0, y_0 son fijos en $\Re$.

c. $y=m_0x+h$ donde $h\in\Re$ y m_0 está fijo en $\Re$.

2.16 Dos alimentos sólo contienen carbohidratos y proteínas. El alimento *A* contiene 80% de carbohidratos (en peso) y el alimento *B*, un 60% de carbohidratos.

a. Dar 5 posibles combinaciones de los alimentos *A* y *B* que proporcionen:

i. 2 kg de carbohidratos

ii. 1 kg de proteínas

b. Si llamamos x a los kg de *A* e y a los de *B* que integran la combinación elegida, representar geométricamente en un sistema de referencia $o\,x\,y$ todas las posibles combinaciones anteriores.