

**A U S**

**Análisis Matemático II**

*Integrales*

**Mgter. Viviana Paula D'Agostini**

## **TEMARIO**

Integral indefinida. Definición. Integral Definida. Sumas de Riemann. Propiedades de la integral definida. Teorema Fundamental del Cálculo. Regla de Barrow. Cálculo de área  
Método de sustitución. Integración por partes.

Ejercicios.

Bibliografía.

### **Integral indefinida**

Hemos estudiado la función derivada de una función. ¿Será posible determinar una función conociendo su función derivada?

**Definición.** Una función  $F(x)$  es una **primitiva** o una **antiderivada** de  $f(x)$  en un intervalo  $I = [a, b]$  si  $F'(x) = f(x) \quad \forall x \in I$ .

**Ejemplo:** La función  $F(x) = \frac{x^2}{2}$  es una primitiva de  $f(x) = x$  ya que  $F'(x) = f(x)$ .

$F(x) = \frac{x^2}{2} + 8$  también es una primitiva de  $f(x)$  porque  $F'(x) = f(x)$ .

Por lo tanto también lo es cualquier función de la forma  $F(x) = \frac{x^2}{2} + C$  siendo  $C$  un valor constante.

**Definición.** Al conjunto de todas las primitivas de una función  $f(x)$ , se le llama **integral indefinida** de  $f(x)$ . Se simboliza  $\int f(x) dx = F(x) + C$  ( $C$  constante). El símbolo  $\int$  se lee “integral”, la función es el integrando y  $x$  es la variable de integración.

#### **Tabla de integrales** ( $C$ constante)

$$\int k dx = kx + C \quad (k \text{ constante})$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad n+1 \neq 0$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int \cos x dx = \operatorname{sen} x + C$$

$$\int \operatorname{sen} x dx = -\cos x + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

$$\int (f(x) - g(x)) dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$$

Ejemplos:

$$1) \int x^4 dx = \frac{x^5}{5} + C \quad 2) \int 2x^4 dx = 2 \frac{x^5}{5} + C \quad 3) \int (x^3 + 3x) dx = \frac{x^4}{4} + 3 \frac{x^2}{2} + C$$

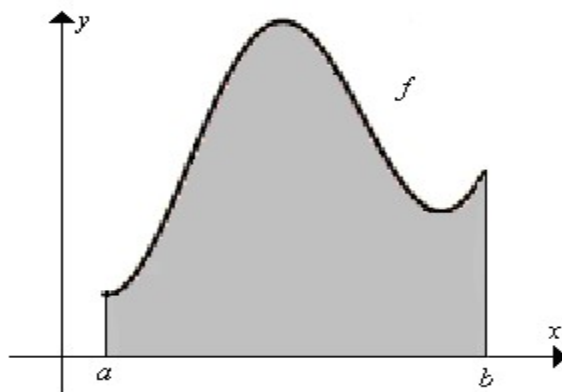
$$4) \int \sqrt{2x} dx = \int \sqrt{2} \sqrt{x} dx = \sqrt{2} \int \sqrt{x} dx = \sqrt{2} \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{2\sqrt{2}}{3} x^{\frac{3}{2}} + C$$

$$5) \int \frac{8}{\sqrt{x}} dx = 8 \int x^{-\frac{1}{2}} dx = 8 \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C = 16x^{\frac{1}{2}} + C$$

**Propuesta 1.** Resolver el ejercicio 1.

Integral Definida**Sumas de Riemann**

El problema planteado es hallar el área de la región encerrada entre la curva  $y = f(x)$ , el eje  $x$  y las abscisas  $x = a$  y  $x = b$ . Una idea sencilla consiste en dividir la región en rectángulos de igual base, luego sumar sus áreas logrando una aproximación del área.



Sea  $f$  una función definida en un intervalo  $[a, b]$ . Subdividimos dicho intervalo en subintervalos del mismo ancho eligiendo  $n-1$  puntos  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1}\}$  que satisfagan  $x_0 = a < x_1 < x_2 < \dots < x_n = b$ . El conjunto  $P = \{x_0, x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1}, x_n\}$  se llama partición de  $[a, b]$ .  $P$  divide al intervalo en  $n$  subintervalos cerrados  $[x_0, x_1], [x_1, x_2], \dots, [x_{n-1}, x_n]$ . Llamamos  $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$  al ancho de cada intervalo. En cada subintervalo elegimos un punto  $c_i$ . Y consideramos rectángulos de altura  $f(c_i)$  y base  $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$  (diámetro de la partición).

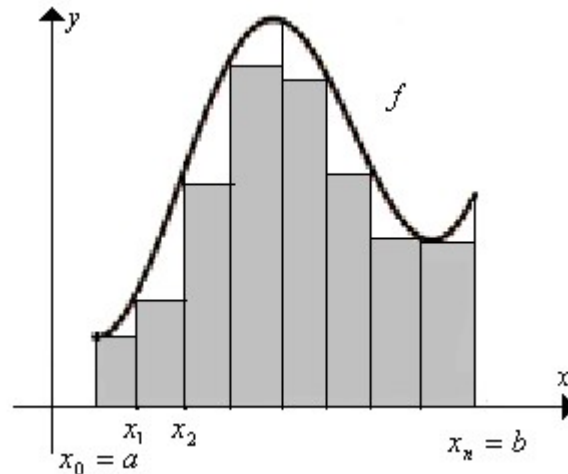
Una aproximación del área será

$$S = f(c_1)\Delta x_1 + f(c_2)\Delta x_2 + \dots + f(c_n)\Delta x_n = \sum_{i=1}^n f(c_i)\Delta x_i$$

Suma inferior: (suma por defecto)

Si  $f(c_i) = m_i$  es el valor mínimo en  $[x_{i-1}, x_i]$

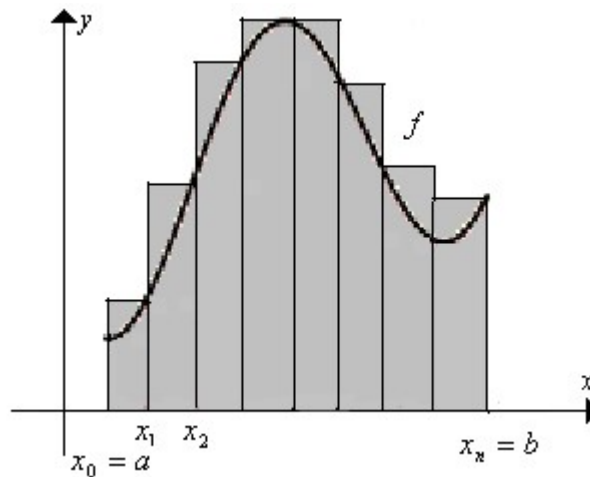
$$S_{\inf} = f(c_1)\Delta x_1 + f(c_2)\Delta x_2 + \dots + f(c_n)\Delta x_n = \sum_{i=1}^n f(c_i)\Delta x_i, \quad S_{\inf} \leq \text{Área}$$



Suma superior: (suma por exceso)

Si  $f(c_i) = M_i$  es el valor máximo en  $[x_{i-1}, x_i]$

$$S_{\sup} = f(c_1)\Delta x_1 + f(c_2)\Delta x_2 + \dots + f(c_n)\Delta x_n = \sum_{i=1}^n f(c_i)\Delta x_i, \quad S_{\sup} \geq \text{Área}$$



Se tiene así que  $S_{\inf} \leq \text{Área} \leq S_{\sup}$

A medida que aumentamos el número de rectángulos  $n$ ,  $n \rightarrow \infty$  con  $\Delta x \rightarrow 0$  tanto el área por defecto como por exceso se aproximan al área buscada.

Si  $f$  es una función continua en  $[a, b]$ . El área entre la gráfica de  $f$  el eje  $x$  y las abscisas  $x = a$  y  $x = b$  la representamos con el símbolo  $\int_a^b f(x) dx$ . (Se lee integral entre  $a$  y  $b$  de  $f$ ,  $a$  es el límite inferior de integración,  $b$  es el límite superior de integración).

Si a cada partición  $P$  de  $[a, b]$  le asociamos un área por defecto  $s$  y un área por exceso  $S$ :

$$s = \sum_{i=1}^n m_i(x_i - x_{i-1}), \quad S = \sum_{i=1}^n M_i(x_i - x_{i-1}) \quad \text{resulta } s \leq \int_a^b f \leq S.$$

Si tenemos una sucesión de particiones  $P_1, P_2, \dots, P_k \dots$  le corresponden  $s_1, s_2, \dots, s_k \dots$  (áreas por defecto),  $S_1, S_2, \dots, S_k \dots$  (áreas por exceso). Si los diámetros tienden a 0, las diferencias  $S_1 - s_1, S_2 - s_2, \dots, S_k - s_k \dots$  tienden a 0 y ambas sucesiones tienden al área buscada,

$$s_k \leq \int_a^b f \leq S_k, \quad S_k - s_k \rightarrow 0 \quad \text{entonces } s_k \rightarrow \int_a^b f \text{ y } S_k \rightarrow \int_a^b f.$$

El símbolo  $\sum$  de sumatoria se convirtió en una “s” estilizada  $\int$  quedando  $\int_a^b f(x) dx$ .

### Teorema:

Si  $f$  es una función continua en  $[a, b]$  entonces su integral definida existe en  $[a, b]$ .

Propiedades de la integral definida. Sean  $f$  y  $g$  dos funciones continuas en un intervalo  $I$ , y  $a, b, c$  valores reales:

$$1) \int_a^a f(x) dx = 0$$

$$2) \int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$$

$$3) \int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx \quad \text{con } k \text{ cte}$$

$$4) \int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

$$5) \int_a^b (f(x) - g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$$

$$6) \text{ Si } a < b < c \text{ y } f \text{ es continua en } [a, c] \text{ entonces } \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$$

$$7) \text{ Si } f(x) > 0 \text{ y continua en } [a, b] \text{ entonces } \int_a^b f(x) dx > 0$$

Si  $f(x) < 0$  y continua en  $[a, b]$  entonces  $\int_a^b f(x) dx < 0$

8) Si  $f(x) \geq g(x)$  en  $[a, b]$  entonces  $\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$

9) Si  $f$  es continua en  $(a, b)$  y existen los límites laterales  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \alpha$  y

$\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = \beta$  entonces tomamos una función continua en  $[a, b]$

$$g(x) = \begin{cases} \alpha & \text{si } x = a \\ f(x) & \text{si } x \in (a, b) \\ \beta & \text{si } x = b \end{cases} \text{ y definimos } \int_a^b f(x) dx = \int_a^b g(x) dx$$

### Definición

Si  $y = f(x)$  es positiva e integrable en un intervalo  $[a, b]$  entonces el **área** debajo de la curva  $y = f(x)$  en  $[a, b]$  es  $A = \int_a^b f(x) dx$ .

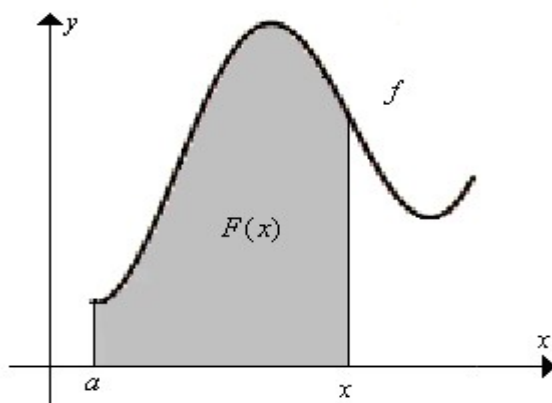
### Teorema Fundamental del Cálculo

Sea  $f$  una función continua en el intervalo  $[a, b]$  y derivable en  $(a, b)$  entonces la

función  $F(x) = \int_a^x f(x) dx$  es derivable y  $F'(x) = f(x)$   $x \in (a, b)$ .

El teorema demuestra que la función integral que da las áreas entre  $a$  y  $x$  para cada

valor de  $x$   $F(x) = \int_a^x f(x) dx$  es una función cuya derivada es la función  $f(x)$ .



$\int_a^b f(x) dx$  representa un número y  $\int_a^x f(x) dx$  representa una función de  $x$ .

**Regla de Barrow**

Sea  $f$  una función continua en el intervalo  $[a, b]$  y  $G(x)$  una primitiva de  $f$  entonces

$$\int_a^b f(x) dx = G(b) - G(a).$$

Para hallar la integral definida seguiremos el siguiente proceso:

- a) Se halla una primitiva cualquiera de la función,
- b) Se sustituyen en esta primitiva los límites de integración superior e inferior y se restan los resultados.

**Ejemplos:**

$$1) \int_0^{\pi} \cos x dx = \text{sen}(\pi) - \text{sen}(0) = 0$$

$$2) \int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} - \frac{0}{3} = \frac{1}{3}$$

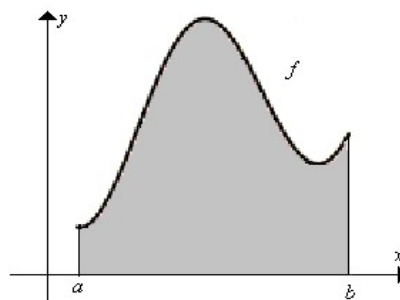
**Propuesta 2.** Resolver el ejercicio 2.

**Cálculo de área**

Para determinar el área bajo la curva de  $f(x)$  distinguimos el signo de  $f(x)$ .

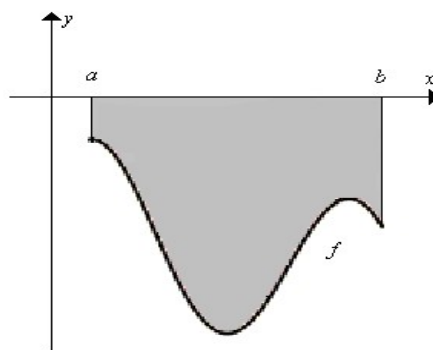
Si  $f(x) > 0$   $x \in [a, b]$  entonces la integral definida es positiva y

$$\text{Área} = \int_a^b f(x) dx$$



Si  $f(x) < 0$   $x \in [a, b]$  entonces la integral definida es negativa y

$$\text{Área} = - \int_a^b f(x) dx = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$$

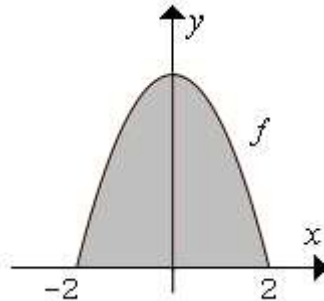




Ejemplo: Hallar el área limitada por  $y = 4 - x^2$  y el eje  $x$ .

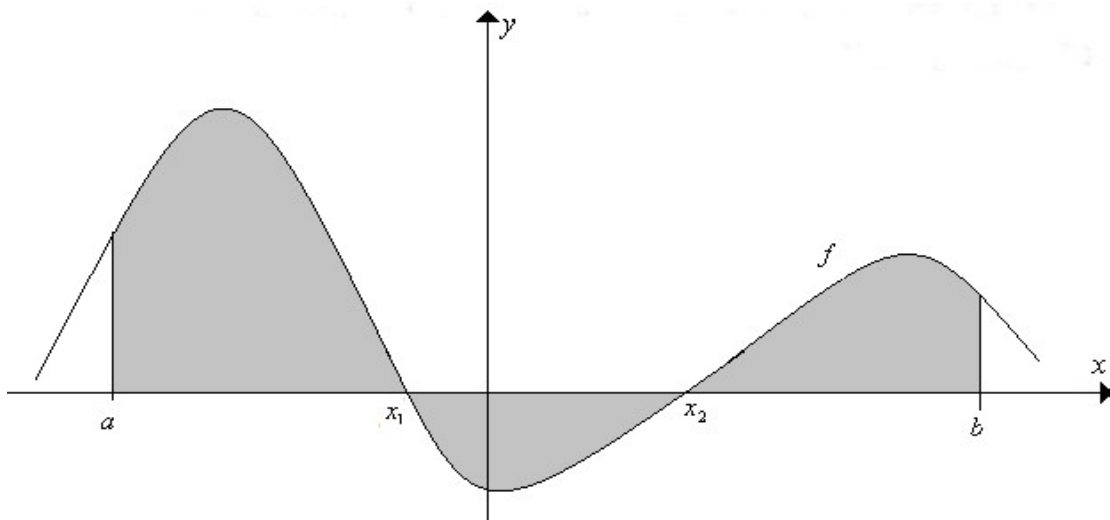
La función  $y = 4 - x^2$  corta al eje  $x$  en  $x = \pm 2$ .

$$\text{Área} = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \left( 4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-2}^2 = 8 - \frac{8}{3} + 8 - \frac{8}{3} = 16 - \frac{16}{3} = \frac{32}{3}$$



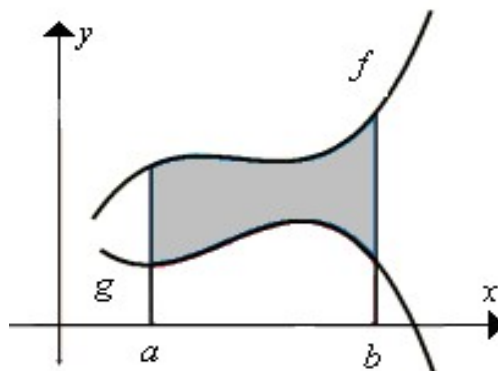
Área del recinto para una función

$$\text{Área} = \int_a^b f(x) dx = \int_a^{x_1} f(x) dx + \left| \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx \right| + \int_{x_2}^b f(x) dx$$



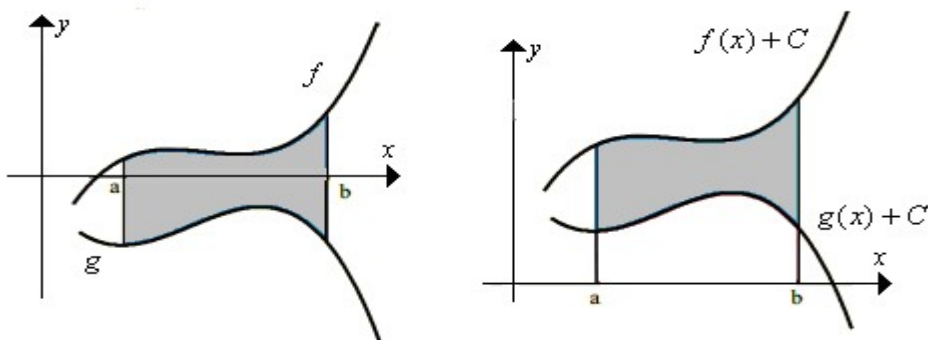
Para dos funciones positivas sin corte

$$\text{Área} = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx \quad f > g$$

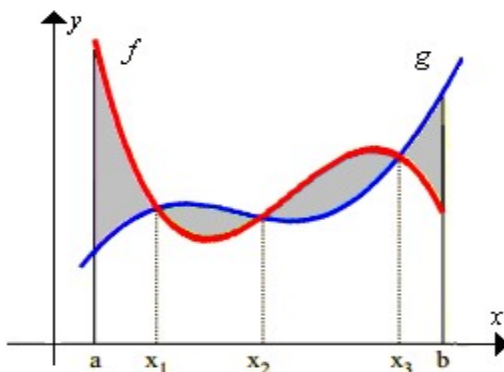


Para dos funciones cualesquiera sin corte

$$\text{Área} = \int_a^b (f(x) + C - (g(x) + C)) dx = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

Para dos funciones que se cortan

$$A = \int_a^{x_1} (f(x) - g(x)) dx + \int_{x_1}^{x_2} (g(x) - f(x)) dx + \int_{x_2}^{x_3} (f(x) - g(x)) dx + \int_{x_3}^b (g(x) - f(x)) dx$$

Ejemplo 1:

Hallar el área de la región encerrada entre  $f(x) = -x^2 + 2x + 3$  y  $g(x) = x^2 - 4x + 3$ .

Representar gráficamente.

$$f(x) = -x^2 + 2x + 3 = -(x+1)(x-3)$$

$$g(x) = x^2 - 4x + 3 = (x-3)(x-1)$$

$$x_1 = -1 \quad x_2 = 3 \quad V_1(1, 4)$$

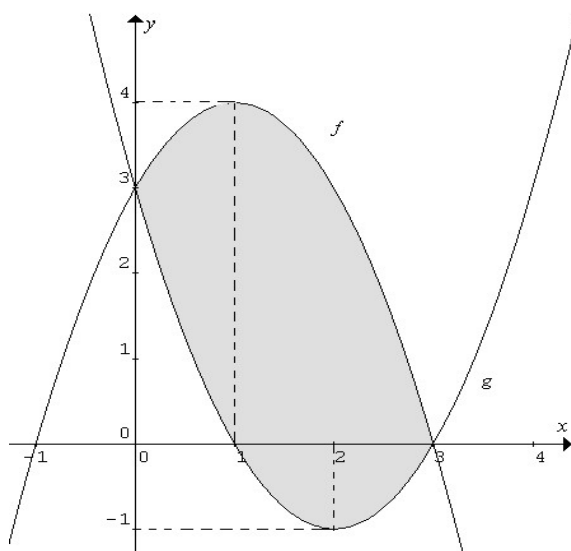
$$x_3 = 1 \quad x_4 = 3 \quad V_2(2, -1)$$

$$-x^2 + 2x + 3 = x^2 - 4x + 3$$

$$-2x^2 + 6x = 0$$

$$-2x(x-3) = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x = 3$$



$$\int_0^3 (f - g) dx = \int_0^3 (-2x^2 + 6x) dx = \left( -2 \frac{x^3}{3} + 6 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^3 = -18 + 27 = 9$$

Ejemplo 2:

Hallar el área de la región encerrada entre  $f(x) = -x^2 + 2x + 3$  y  $g(x) = x + 1$ .

Representar gráficamente.

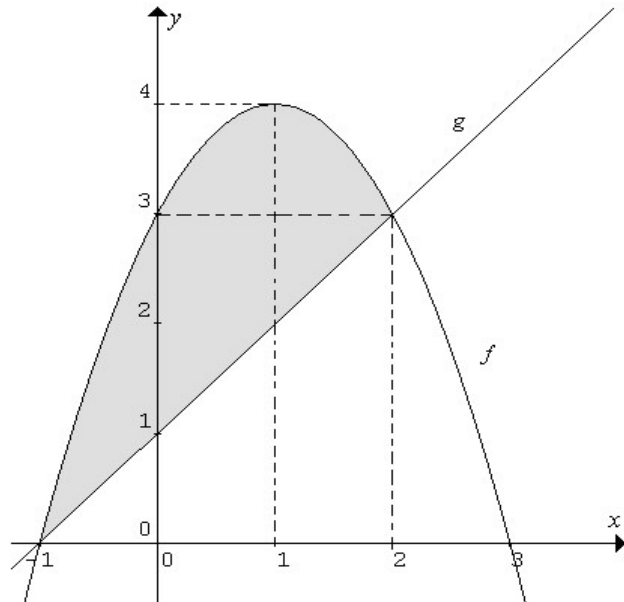
$$f(x) = -x^2 + 2x + 3 = -(x+1)(x-3)$$

$$g(x) = x + 1$$

$$-x^2 + 2x + 3 = x + 1$$

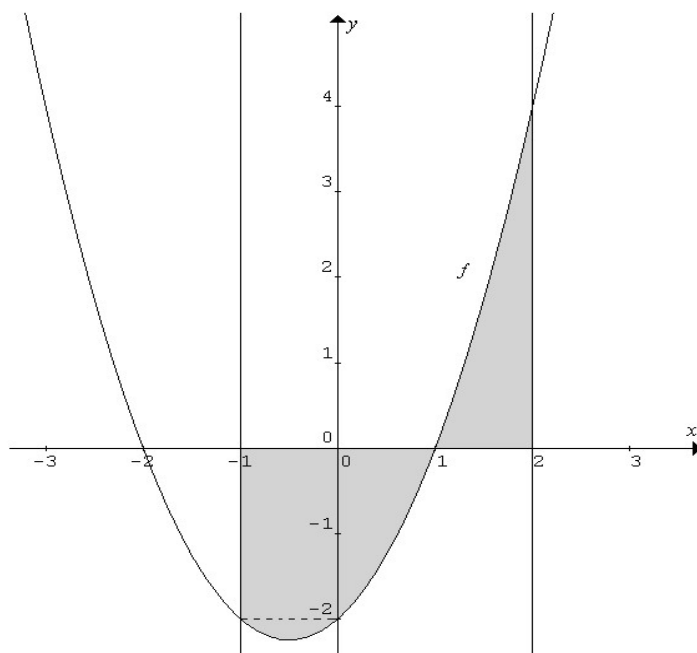
$$-x^2 + x + 2 = 0$$

$$x_1 = -1 \quad x_2 = 2 \quad V_1(1,4)$$



$$\int_{-1}^2 (f - g) dx = \int_{-1}^2 (-x^2 + x + 2) dx = \left( -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_{-1}^2 = \frac{9}{2}$$

Ejemplo 3: Hallar el área de la región encerrada entre  $f(x) = x^2 + x - 2$ ,  $x = -1$  y  $x = 2$ . Representar gráficamente.



$$\begin{aligned}
& -\int_{-1}^1 (x^2 + x - 2) dx + \int_1^2 (x^2 + x - 2) dx = -\left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x\right)\Big|_{-1}^1 + \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x\right)\Big|_1^2 = \\
& = -\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 2 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} - 2\right) + \left(\frac{8}{3} + 2 - 4 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 2\right) = -\frac{2}{3} + 4 + \frac{7}{3} - \frac{1}{2} = \frac{31}{6}
\end{aligned}$$

**Propuesta 3.** Resolver los ejercicios 3, 4, 5, 6 y 7.

### Método de sustitución

Deseamos calcular  $\int h(x) dx$  reconociendo que  $h(x) = f[g(x)]g'(x)$  y suponemos que

$\int f(t) dt = F(t)$  nos resulta fácil de obtener. Entonces:

Si  $\int h(x) dx = \int f[g(x)]g'(x) dx$  y realizamos el cambio de variable  $t = g(x)$

$$dt = g'(x) dx \text{ resulta } \boxed{\int f(t) dt = F(t) = F(g(x))}$$

Ejemplos:

$$\begin{aligned}
1) \int (x-1)^3 dx &= \int t dt = \frac{t^4}{4} + C = \frac{1}{4}(x-1)^4 + C \\
t &= x-1 \quad y \quad dt = dx
\end{aligned}$$

$$\text{Verificación: } \left(\frac{1}{4}(x-1)^4 + C\right)' = \frac{1}{4}4(x-1)^3 = (x-1)^3$$

$$\begin{aligned}
2) \int (2x-1)^3 dx &= \int t^3 \frac{1}{2} dt = \frac{1}{2} \int t^3 dt = \frac{1}{2} \frac{t^4}{4} + C = \frac{1}{2} \frac{(2x-1)^4}{4} + C \\
t &= 2x-1 \quad dt = 2dx \quad \frac{1}{2} dt = dx
\end{aligned}$$

$$\text{Verificación: } \left(\frac{1}{4}(x-1)^4 + C\right)' = \frac{1}{4}4(x-1)^3 = (x-1)^3$$

$$\begin{aligned}
3) \int 3(x^2 - 4x)^2 (2x - 4) dx &= \int 3t^2 dt = 3 \int t^2 dt = 3 \frac{t^3}{3} + C = t^3 + C = (x^2 - 4x)^3 + C \\
t &= x^2 - 4x \quad y \quad dt = (2x - 4) dx
\end{aligned}$$

$$\text{Verificación: } ((x^2 - 4x)^3 + C)' = 3(x^2 - 4x)^2 (x^2 - 4x)' + 0 = 3(x^2 - 4x)^2 (2x - 4)$$

$$\begin{aligned}
4) \int 2x \sin(3x^2) dx &= \int \sin t \frac{1}{3} dt = \frac{1}{3} \int \sin t dt = \frac{1}{3} (-\cos t) + C = -\frac{1}{3} \cos(3x^2) + C \\
t &= 3x^2 \quad dt = 6x dx \quad \frac{1}{3} dt = 2x dx
\end{aligned}$$

Verificación:  $((x^2 - 4x)^3 + C)' = 3(x^2 - 4x)^2 (x^2 - 4x)' + 0 = 3(x^2 - 4x)^2 (2x - 4)$

$$5) \int 14x(7x^2 - 4)^3 dx = \int t^3 dt = \frac{t^4}{4} + C = \frac{(7x^2 - 4)^4}{4} + C$$

$$t = 7x^2 - 4 \quad y \quad dt = 14x dx$$

Verificación:  $\left[ \frac{(7x^2 - 4)^4}{4} + C \right]' = \frac{4(7x^2 - 4)^3}{4} (7x^2 - 4)' + 0 = (7x^2 - 4)^3 14x$

**Propuesta 4.** Resolver el ejercicio 8.

### Integración por partes

$$D[u(x).v(x)] = u'(x).v(x) + u(x).v'(x)$$

en notación diferencial:  $d[u(x).v(x)] = du(x).v(x) + u(x).dv(x)$

despejando el último sumando:  $u(x).dv(x) = d[u(x).v(x)] - v(x)du(x)$

integrando miembro a miembro:  $\boxed{\int u(x).dv(x) = u(x).v(x) - \int v(x)du(x)}$

Ahora podemos calcular la integral de  $\int u dv$  a partir de  $\int v du$

Ejemplo:

$$\int x e^x dx = x e^x - \int e^x dx = x e^x - \int e^x dx = x e^x - e^x + C$$

$$u = x \quad dv = e^x dx$$

$$du = dx \quad v = e^x$$

Verificación:  $[x e^x - e^x + C]' = e^x + x e^x - e^x + 0 = x e^x$

**Propuesta 5.** Resolver el ejercicio 9.

**EJERCICIOS**

1) Calcular:

a)  $\int x^6 dx =$

b)  $\int (6x^3 + 8x^2 - 3) dx =$

c)  $\int -3\sqrt{2x} dx =$

d)  $\int \frac{1}{\sqrt[5]{x}} dx =$

e)  $\int (5x^2 + 2x - 3) dx =$

f)  $\int (3e^x - 4) dx =$

g)  $\int (\operatorname{sen} x + \sqrt{x} + e^x) dx =$

h)  $\int (x-1)(x^2 - 3x) dx =$

i)  $\int \left( \frac{1}{2}x + \frac{1}{\sqrt{x}} - 3 \right) dx =$

j)  $\int \left( \cos x + \frac{\operatorname{sen} x}{2} \right) dx =$

2) Calcular:

a)  $\int_0^1 e^x dx =$

b)  $\int_0^{2\pi} \operatorname{sen} x dx =$

c)  $\int_{-1}^1 (4x^2 - 8x - 2) dx =$

d)  $\int_1^2 (2x - 3) - (3x^2 + 2) dx =$

e)  $\int_{-1}^1 (x^3 + 1)x dx =$

f)  $\int_0^{\pi} (\operatorname{sen} x + \cos x) dx =$

3) Hallar el área de la región encerrada entre  $f(x) = 9 - x^2$  y el eje  $x$ .4) Hallar el área de la región encerrada entre  $f(x) = 4 - x^2$  y  $g(x) = 3$ .5) Hallar el área de la región encerrada entre  $f(x) = x^2 - 4x$  y  $g(x) = -x + 4$ .6) Hallar el área de la región encerrada entre  $f(x) = x^2 - 2x$  y  $g(x) = -x^2 + 3x - 2$ .7) Hallar el área de la región encerrada entre  $f(x) = x^2 - 2x - 3$ , el eje  $x$  y las rectas  $x = 1$  y  $x = 4$ .

8) Calcular:

a)  $\int (x-5)^4 dx =$

b)  $\int e^{2x+1} dx =$

c)  $\int 6 \cos(2x-1) dx =$

d)  $\int \sqrt{(x+3)^5} dx =$

e)  $\int \operatorname{sen}(x+5) dx =$

f)  $\int \operatorname{sen} x \cos x dx =$

g)  $\int \sqrt{5x+2} dx =$

h)  $\int x \cos x^2 dx =$

i)  $\int 3x\sqrt{2-x^2} dx =$

j)  $\int 4\operatorname{sen}(2x+3) dx =$

9) Calcular:

a)  $\int 2x e^x dx =$

b)  $\int \ln x dx =$

c)  $\int x \ln x dx =$

d)  $\int x \operatorname{sen} x dx =$

e)  $\int x \cos x dx =$

f)  $\int x^3 \ln x dx =$

g)  $\int x \cos(3x) dx =$

h)  $\int (x-2)e^x dx =$

i)  $\int \sqrt{x} \ln x dx =$

j)  $\int x^2 \ln x dx =$

k)  $\int \frac{1}{2} x e^{x-1} dx =$

**PRÁCTICA COMPLEMENTARIA**1) Hallar el área comprendida entre  $y = -x^2 - 2x + 3$ , el eje  $x$  y las rectas  $x = -2$  y  $x = 1$ 2) Calcular el área comprendida bajo la recta de ecuación  $y = 3x - 2$ , entre  $x = -1$  y  $x = 1$ .3) Calcular el área comprendida bajo la curva  $y = \sqrt{x}$ , entre  $x = 0$  y  $x = 4$ .4) Calcular el área comprendida entre  $y = x^2$  e  $y = 1$ .

5) Calcular

a)  $\int_{-1}^2 \left( x^3 - \frac{3}{2} x^2 \right) dx =$

b)  $\int_1^3 (e^x + x + 3) dx =$

c)  $\int_0^1 (\sqrt{x} + 5x^4) dx =$

d)  $\int_1^4 (x + \sqrt{x}) dx =$

6) Resolver

a)  $\int 4x(2x^2 - 1)^2 dx =$

b)  $\int (2x+1)(x^2 + x - 1)^2 dx =$

c)  $\int 3(6x-2)^2 dx =$

d)  $\int 3\operatorname{sen}(3x+2) dx =$

e)  $\int \frac{1}{2} \cos(x-3) dx =$

f)  $\int x \operatorname{sen}(2x^2) dx =$

g)  $\int \frac{1}{3} e^{3x+1} dx =$

h)  $\int (x+2)^{3/2} dx =$

i)  $\int 2x\sqrt{3x^2-1} dx =$

j)  $\int \cos x \operatorname{sen} x \operatorname{sen} x dx =$

k)  $\int \frac{x}{(x^2-1)^3} dx =$

l)  $\int x^4 e^{x^5} dx =$

7) Resolver

a)  $\int \frac{x}{\sqrt[3]{x}} dx =$

b)  $\int \frac{\ln x}{x^3} dx =$

c)  $\int x^2 \ln x dx =$

d)  $\int 2x \cos x dx =$

e)  $\int x^2 \cos x dx =$

f)  $\int \frac{x}{e^x} dx =$

g)  $\int (x^3 - 2x)(x-3) dx =$

h)  $\int 6 \operatorname{sen}(3x-2) dx =$

i)  $\int_0^1 (\sqrt{x} + 5x^4) dx =$

j)  $\int (e^x + x + 3) dx =$

k)  $\int 3x\sqrt{3x^2+7} dx =$

l)  $\int 2x e^{3x^2+1} dx =$

m)  $\int \frac{2x}{(x^2-3)^4} dx =$

n)  $\int x\sqrt{2x^2-3} dx =$

ñ)  $\int_0^1 (\sqrt{x} + 2e^x + x^3) dx =$

**BIBLIOGRAFÍA**

- Steward J. Cálculo. (2008). Sexta Edición. Cengage Learning.
- Thomas. Cálculo Una variable. (2005). Undécima edición. Pearson Addison Wesley
- Rabuffetti Hebe T. (1995) Introducción al Análisis Matemático.
- Miguel de Guzmán. Análisis Matemático I. Editorial Anaya.
- Spivack Michael. (1988). Cálculo Infinitesimal. Editorial Reverté.