Cálculo II 2016 – Comisión 670
Trabajo Práctico Unidad III – NOV-2016

Nombre:
Mail:
Nº de grupo: **Carrera:** **Legajo:**

Ej 1: En este ejercicio intentamos encontrar la lógica detrás de las gráficas de superficies cuadráticas (o cuádricas, como también se las conoce). Para construirlas una muy buena idea es observar qué ocurre cuando se intersecta una tal superficie con algún plano, que normalmente es un plano coordenado o uno paralelo a estos. A estas curvas se las llama *secciones*. Para las siguientes superficies cuadráticas ejecute los pasos pedidos. Trabaje con lápiz y papel, sin utilizar por el momento software. Nos interesa más que obtenga una gráfica cualitativamente correcta que las dimensiones exactas.

i. $x^2 - \frac{y^2}{4} - z^2 = 1$

a) Dibuje las curvas resultado de intersectar esta superficie con los planos *xy* y *xz*.
b) Dibuje algunas curvas resultado de intersectar esta superficie con planos de la forma $x = k$. (Si se las proyecta sobre el plano *yz*, ¿qué forma tienen? ¿Para qué valores de k dichos planos intersectarán a la superficie?)
c) Esboce la gráfica de la superficie.

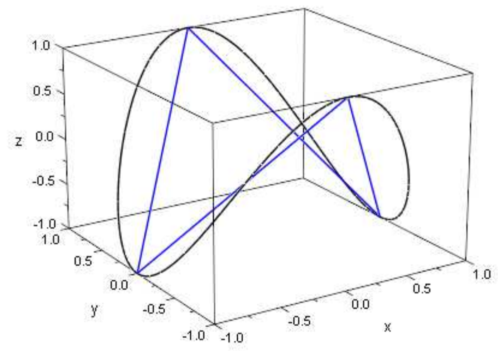
ii. $\frac{4}{9}x^2 - y^2 + \frac{z^2}{9} = 1$

a) Dibuje las curvas resultado de intersectar esta superficie con los planos *xy*, *yz* y *xz*.
b) Dibuje algunas curvas resultado de intersectar esta superficie con planos de la forma $x = k$. (Si se las proyecta sobre el plano *xz*, ¿qué forma tienen? ¿Para qué valores de k dichos planos intersectarán a la superficie?)
c) Esboce la gráfica de la superficie.

iii. $z - x^2 - \frac{9}{4}y^2 = 0$

a) Dibuje las curvas resultado de intersectar esta superficie con los planos *xy*, *yz* y *xz*.
b) Dibuje algunas curvas resultado de intersectar esta superficie con planos de la forma $z = k$. (Si se las proyecta sobre el plano *xy*, ¿qué forma tienen? ¿Para qué valores de k dichos planos intersectarán a la superficie?)
c) Esboce la gráfica de la superficie.

Ej 2: En la figura se observa una curva que es la representación gráfica de la siguiente función vectorial:



$$\mathbf{r}(t) = \langle \operatorname{sen} t; \cos t; \cos 2t \rangle, \quad 0 \le t \le 2\pi$$

También se observan 4 segmentos de recta que unen igual número de puntos de la curva.

1. Muestre a qué valores de *t* corresponden cada uno de los puntos unidos por los segmentos azules, y marque con flechas el sentido en que se recorre la curva conforme va aumentando *t*.
2. Esta curva está situada sobre una superficie cuadrática. Determine la ecuación cartesiana de dicha superficie.
3. Usando un software, represente esa superficie cuadrática y la curva $\mathbf{r}(t)$ en un mismo gráfico, de modo que se note que esta está situada sobre aquella.
4. En el punto $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}; 0 \right)$ ¿cuál es la curvatura de la curva? Determine también la expresión de la recta tangente a la curva en dicho punto.
5. Considere el tramo de la curva entre los puntos (–1;0;–1) y (0;1;1). Escriba una integral para obtener la longitud de ese tramo de curva, con el integrando y los extremos perfectamente especificados. Resuélvala usando un software e informe el resultado numérico. Compare la longitud obtenida con la del segmento de recta que une esos dos puntos. ¿Tiene lógica su resultado?
6. Obtenga ahora la expresión de la función vectorial que representa al segmento que une los puntos (–1;0;–1) y (0;1;1).

<u>Ej 3</u>: En este ejercicio le pedimos que modelice objetos de la realidad usando superficies cuadráticas. Esto significa que deberá elegir algún objeto limitado por una superficie que sea parecida a alguna de las que hemos estudiado. Por ejemplo, un timbal de orquesta sinfónica (figura) puede modelizarse como un sólido limitado por un círculo arriba y un paraboloide circular abajo (pero no creemos que usted tenga un timbal en su casa, así que no use ese ejemplo). Para concretar el modelo, deberíamos hallar qué parábola se ajusta al borde del instrumento, y escribir la ecuación de un paraboloide en que dicha parábola fuera una de las secciones con los planos coordenados. Probablemente para esto tendríamos que sacarle una foto de frente al timbal y medir sobre ella el ancho y la altura del trozo de parábola que se observaría en la captura.

Los pasos que deberá seguir son:

1. Seleccione un objeto cotidiano limitado por una superficie que se parezca a alguna de las superficies cuadráticas que hemos visto. **Cada alumno o grupo de alumnos tiene asignada una superficie** (ver tabla en página siguiente) **y deberá escoger un objeto limitado al menos por esa superficie**.
2. Tome fotografías donde se aprecie la superficie en cuestión, y de donde se puedan inferir las relaciones entre las distintas dimensiones del objeto.
3. Determine la ecuación cartesiana de la superficie cuadrática que representa (de manera exacta o aproximada) el objeto elegido.
4. Represente con un software la superficie cuya ecuación obtuvo, de manera que se observe cómo se parece al objeto seleccionado.
5. **Prepare un Power Point donde se informen todos los pasos indicados arriba, con todos los gráficos y ecuaciones perfectamente detallados. El mismo será presentado en la clase del jueves 17 de noviembre**.

GRUPO	ALUMNO	SUPERFICIE ASIGNADA
1	Cardozo, Elías	Hiperboloide elíptico (puede ser circular) de una hoja
	Fortugno, Agustín	
	Furno, Juan Cruz	
	Garione, Franco	
	Puntunet, Laureano	
2	Di Giannantonio, Nino	Paraboloide "achatado" (el contorno responde a una parábola $y = ax^2$, con $a < 1$)
	Suarez, Martin	
	Venturutti, Facundo	
3	Brenni, Julieta	Paraboloide "alargado" (el contorno responde a una parábola $y = ax^2$, con $a > 1$)
	Dona, Claudio	
	López, Nahuel	
	Vivas, Leandro	
4	Bergamasco, Franco	Hiperboloide elíptico (puede ser circular) de dos hojas
	Gaeta, Andrés	
	Rauch, Germán	
5	Bracco, Alejandro	Cilindro parabólico
	Jayo, Rafael	
	Moglia, Jose	
6	Bortoli, Gastón	Elipsoide "achatado" (dos radios iguales o parecidos y el tercero bastante más pequeño).
	Martin, Gonzalo	
	Moreno, Pablo Leandro	
	Pelayo, Verónica Ruth	
7 y 8	Costamagna, Pablo	Cono
	Jacquelia, Virginia	
	Jiménez Castillo, Deybis	
	Santos, Ailén	
	Silvero, Eugenia	
9	Baldi, Lucía	Elipsoide "alargado" (dos radios iguales o parecidos y el tercero bastante más grande).
	Farías, Elías	
	Pacino, Lucas	
	Rodriguez Ghirardi, Juan	
10, 11 y 12	Alfaro, Elías Manuel	Cilindro elíptico (no circular)
	Gomez Valle, Miguel	
	Perichón, Carlos Sebastián	
	Burgos, Carlos	
	Castro, Oscar Raúl Andrés	
	Cruz, Joaquín H	
	Páez, Gabriel	
	Acosta, Gastón	
	Cofre, Lucas	
	Mamarelia, Giulano	
	Villarruel, Emanuel	