LXII Reunión Anual de Comunicaciones Científicas - XXXVI Reunión de Educación Matemática
XXV Encuentro de Estudiantes de Matemática - V Festival de Matemática
17 al 20 de Septiembre de 2013 – Rosario
UMA 2013 ROSARIO

Comunicaciones UMA 2013

Índice

1. Álgebra y teoría de números

Conferencias invitadas

- Guillermo Cortiñas, VARIACIONES SOBRE EL TEOREMA DE HOCSHCHILD-KOSTANT-ROSENBERG.
- Dragos Stefan, ON KOSZUL RINGS.
- Andrea Solotar, ALGEBRAS 3-CALABI-YAU Y POTENCIALES.
- Alicia Dickenstein, DISCRIMINANTES MIXTOS Y JACOBIANOS TEÓRICOS.

Expositor: **Guillermo Cortiñas**
Lugar: Instituto de Matemática Santaó.

VARIACIONES SOBRE EL TEOREMA DE HOCSHCHILD-KOSTANT-ROSENBERG

Sea R un álgebra conmutativa sobre un cuerpo k de característica cero. El teorema de Hochschild-Kostant-Rosenberg y sus variantes expresan la homología de Hochschild y cíclica de $R\cdot$ en términos de formas diferenciales. En la charla comentaremos estos resultados y su aplicación al cálculo de la homología de cocientes ℓ^∞/S del álgebra de sucesiones acotadas de números complejos.

Expositor: **Natalia Bordino**
Autores: Natalia Bordino, Elsa Fernández y Sonia Trepode.
Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata.

ALGEBRAS CASI-INCLINADAS DADAS POR CARCAJ CON RELACIONES

Un problema interesante en la teoría de representaciones de álgebras es saber si un álgebra dada por un carcaj con relaciones es un álgebra inclinada. Este problema fue estudiado por varios autores y ha sido resuelto en casos particulares. En este trabajo consideramos una clase más general de álgebras, es decir, las álgebras casi-inclinadas introducidas por Happel, Reiten y Smalø.

Introducimos la noción de relaciones consecutivas ligadas, y probamos que, si un álgebra con dimensión global dos no contiene relaciones consecutivas ligadas, entonces es un álgebra casi-inclinada; y que la recíproca de este resultado no es cierta. Además, damos condiciones necesarias sobre sus relaciones consecutivas ligadas en el caso de que un álgebra casi-inclinada tenga este tipo de relaciones. Esta condición está en concordancia con la dada por Assem y Redondo.

Con el fin de determinar cuándo un álgebra dada por un carcaj con relaciones tiene dimensión global a lo sumo dos, introducimos una familia de álgebras, que llamamos álgebras críticas. Demostramos que un álgebra fuertemente simplemente conexa y schurian tiene dimensión global a lo sumo dos, si no contiene una subcategoría plena que es un álgebra crítica. Juntando estos dos resultados damos una condición suficiente para que un álgebra fuertemente simplemente conexa y schurian sea un álgebra casi-inclinada.

Referencias:

[AR] I. Assem, M. J. Redondo. *The first Hochschild cohomology group of a schurian cluster-tilted algebra.* Manuscripta Math. 128, (2009), no. 3, 373-388.

[ARS] M. Auslander, I. Reiten, S. Smalø. *Representation Theory of Artin Algebras*, Cambridge Studies in Advanced Mathematics, vol 36, Cambridge University Press (1995).

[BFT1] N. Bordino, E. Fernández, S. Trepode, *A criterion for global dimension two for strongly simply connected algebras.* Preprint. arXiv:1110.6160.

[BFT2] N. Bordino, E. Fernández, S. Trepode, *On the quiver with relations of a quasi-tilted algebra and applications.* Preprint.

Expositor: **Julián Eisenschlos**
Autores: Julián Eisenschlos.
Lugar: Universidad de Buenos Aires.

Álgebras de Calabi-Yau a partir de sistemas de Steiner

Como parte de nuestra tesis de licenciatura construimos una familia de álgebras de *Calabi-Yau* a partir de objetos combinatorios muy ricos como son los sistemas de Steiner, y hacemos un estudio completo de su homología y de la forma en que se relaciona con la combinatoria del objeto de partida. La construcción es una generalización natural de las estudiadas por R. Berger y V. Ginzburg en [2], S.P. Smith en [**S**] y M. Suárez-Alvarez en [4].

Más específicamente, fijemos un sistema de Steiner (E, S) de tipo $(s, s+1, n)$, donde E y S son los conjuntos de puntos y bloques respectivamente; ver [3]. Para cada bloque $b \in S$ elegimos un polinomio no conmutativo multilineal $\phi_b \in k\langle x_i : i \in b\rangle$ en el álgebra libre generada por variables indexadas por los puntos del bloque. Consideramos el álgebra jacobiana $A(S, \Phi)$ correspondiente al potencial $\Phi = \sum_{b\in S} \phi_b$, como en [6], es decir, construimos el cociente del álgebra libre $k\langle x_i : i \in E\rangle$ por el ideal generado por las derivadas cíclicas de Φ,

$$A(S, \Phi) = \frac{k\langle x_i : i \in E\rangle}{(\partial_i \Phi : i \in E)}.$$

El resultado principal del trabajo es que hay un abierto Zariski no vacío en el espacio de potenciales que se obtienen de esta forma, tal que para cualquiera de sus elementos Φ el álgebra $A(S, \Phi)$ resulta ser 3-*Calabi-Yau*, s-*Koszul*, *Gorenstein*, no *noetheriana* y con dimensión de *Gel'fand-Kirillov* infinita. En esos casos, obtenemos información sobre la cohomología de Hochschild de estas álgebras.

Referencias

[1] V. Ginzburg, Calabi–Yau algebras. `http://arxiv.org/abs/math/0612139`

[2] R. Berger and V. Ginzburg, Higher symplectic reflection algebras and non-homogeneous N-Koszul property, J. Algebra **304** (2006), no. 1, 577–601.

[3] S. P. Smith, A 3-Calabi–Yau algebra with G_2 symmetry constructed from the octonions, `http://arxiv.org/abs/1104.3824`

[4] M. Suárez-Alvarez, Calabi-Yau algebra from Steiner triple systems. *Preprint.*

[5] C. J. Colbourn and J. H. Dinitz, *Handbook of combinatorial designs*, Discrete Mathematics and its Applications (Boca Raton), Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, FL, 2007.

Expositor: **Mariano Suárez-Alvarez**
Autores: Mariano Suárez-Alvarez.
Lugar: Universidad de Buenos Aires — Conicet.

Álgebras de Calabi-Yau a partir de sistemas de triples de Steiner

S.P. Smith estudió en [**S**] un álgebra construida a partir del álgebra no asociativa de los octoniones de Cayley-Graves. Mostró allí, entre muchas cosas, que esa álgebra es un álgebra de Calabi-Yau de dimensión 3 y que su grupo de automorfismos es un grupo de Lie excepcional de tipo G_2. En este trabajo presentamos una construcción que generaliza la de Smith y que produce una gran cantidad de nuevos ejemplos de este tipo de álgebras.

Un *sistema de triples de Steiner* es un par (E, S) en el que E es un conjunto finito y S es una familia de subconjuntos de tres elementos de E con la propiedad de que cada par de elementos de E está contenido en exactamente un elemento de S; ver [3]. El ejemplo más sencillo es el llamado *plano de Fano*, esto es, el plano proyectivo $P^2(\mathbb{F}_2)$ sobre el cuerpo de dos elementos $\mathbb{F}_2$: basta tomar como E y como S a los conjuntos de puntos y de rectas de $P^2(\mathbb{F}_2)$, respectivamente.

A partir de un sistema de triples de Steiner (E, S) 'orientado' apropiadamente, construimos un álgebra graduada $A(E, S)$, que se presenta como un álgebra jacobiana en el sentido de V. Ginzburg [6], y nuestro resultado principal es que de esta forma obtenemos un álgebra de Calabi-Yau de dimensión 3, cuadrática y de Koszul. Cuando el sistema (E, S) de partida es el plano de Fano esta construcción da precisamente el álgebra estudiada por Smith en [**S**]. Una vez hecho esto, estudiamos nuestras álgebras desde el punto de vista de la geometría no conmutativa y, en particular, determinamos su cohomología de Hochschild, describimos la categoría derivada de la "variedad no conmutativa" correspondiente y obtenemos información sobre su grupo de automorfismos.

Referencias

[1] V. Ginzburg, Calabi–Yau algebras. http://arxiv.org/abs/math/0612139

[2] S. P. Smith, A 3-Calabi–Yau algebra with G_2 symmetry constructed from the octonions, http://arxiv.org/abs/1104.3824

[3] C. J. Colbourn and J. H. Dinitz, *Handbook of combinatorial designs*, Discrete Mathematics and its Applications (Boca Raton), Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, FL, 2007.

Expositor: **Sergio Chouhy**
Autores: Sergio Chouhy.
Lugar: IMAS.

Álgebras down-up que son 3-Calabi-Yau.

Dados $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{C}$, el álgebra *down-up* asociada $A(\alpha, \beta, \gamma)$ es la $\mathbb{C}$-álgebra con dos generadores d y u que verifican las relaciones:

$$\begin{aligned} d^2u &= \alpha dud + \beta ud^2 + \gamma d, \\ du^2 &= \alpha udu + \beta u^2 d + \gamma u. \end{aligned}$$

Estas álgebras fueron definidas por G. Benkart y T. Roby en [1] tomando como modelo álgebras de operadores down y up en un poset.

El álgebra $A(\alpha, \beta, \gamma)$ es noetheriana si y solo si $\beta \neq 0$ y en ese caso su dimensión global es 3 (ver [2]).

Partiendo de la resolución de Bardzell [3] de un álgebra monomial y utilizando ideas inspiradas en el lema del diamante de Bergman, obtuvimos una resolución de $A(\alpha, \beta, \gamma)$ por $A(\alpha, \beta, \gamma)$-bimódulos libres. Dicha resolución es de largo 3. A partir de ella demostramos que $A(\alpha, \beta, \gamma)$ es 3-Calabi-Yau si y solo si $\beta = -1$.

Referencias

[1] Benkart, Georgia; Roby, Tom Down-up algebras. J. Algebra 209 (1998), no. 1, 305–344.

[2] Kirkman, Ellen; Musson, Ian M.; Passman, D. S. Noetherian down-up algebras. Proc. Amer. Math. Soc. 127 (1999), no. 11, 3161–3167.

[3] Bardzell, Michael J. The alternating syzygy behavior of monomial algebras. J. Algebra 188 (1997), no. 1, 69–89.

Expositor: **Quimey Vivas**
Autores: Mariano Suarez-Alvarez, Quimey Vivas.
Lugar: Departamento de matemática, FCEN, UBA.

Automorfismos e isomorfismos de álgebras de Weyl generalizadas cuánticas

Las álgebras de Weyl generalizadas fueron introducidas por V. V. Bavula en [1]. Muchos ejemplos importantes de álgebras pertenecen a esta clase, por ejemplo:

1. el álgebra de Weyl usual y su análogo cuántico,
2. los cocientes primitivos de $\mathcal{U}\mathfrak{sl}_2$ de dimensión infinita y sus versiones cuánticas,
3. el plano cuántico

En nuestro trabajo [4], clasificamos a menos de isomorfismo las álgebras de Weyl generalizadas cuánticas y determinamos su grupo de automorfismos en todos los casos de una manera uniforme, incluyendo aquellos en los que el parámetro q es una raíz de la unidad, completando, por lo tanto, los resultados obtenidos por [2] y [3].

Referencias

[1] Bavula, V. V. *Generalized Weyl algebras and their representations.* (Russian) Algebra i Analiz 4 (1992), no. 1, 75–97

[2] Bavula, V. V.; Jordan, D. A. *Isomorphism problems and groups of automorphisms for generalized Weyl algebras.* Trans. Amer. Math. Soc. 353 (2001), no. 2, 769-794

[3] Richard, L.; Solotar, A. *Isomorphisms between quantum generalized Weyl algebras.* J. Algebra Appl. 5 (2006), no. 3, 271-285

[4] Suárez-Álvarez, M; Vivas, Q. *Automorphisms and isomorphisms of quantum generalized Weyl algebras*, `arXiv:1206.4417`

Expositor: **Nilda Isabel Pratti**
Autores: Claudia Chaio-Nilda Isabel Pratti-Maria Jose Souto Salorio.
Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata.

Complejos de ancho fijo y las categorias de m-comglomerado

Sea H un álgebra hereditaria. Denotamos $\operatorname{mod} H$ la categoría de H-módulos finitamente generados a derecha y $\operatorname{proy} H$ la subcategoría llena de $\operatorname{mod} H$ que consiste de todos los H-módulos proyectivos finitamente gene-rados. Consideramos $\mathbf{C_n}(\operatorname{proy} H)$ la subcategoría de $C(\operatorname{mod} H)$ cuyos objetos son los complejos

$X = (X^i, d_i)_{i\in Z}$ tal que $X^i \in \operatorname{proy} H$ y $X_i = 0$ si $i \notin \{1, \cdots, n\}$. Estas categorías fueron originariamente definidas y estudia-das por R. Bautista en [B] en un contexto más general, para $n = 2$, es decir consideró la categoría $\mathbf{C_2}(\operatorname{proy} \Lambda)$ para Λ un álgebra de artin. En 2005 Bautista, Souto Salorio y Zuazua generalizaron los resultados de [B] para $n \geq 2$ ([BSZ]).

En esta charla caracterizaremos los objetos indescomponibles y los morfismos irreducibles en la categoría exacta $\mathbf{C_n}(\operatorname{proy} H)$ como la unión disjunta de copias de $\mathbf{C_2}(\operatorname{proy} H)$.

La categoría de conglomerado $\mathcal{C}_H$ esta definida como el cociente de la categoría derivada acotada $\mathbf{D^b} = \mathbf{D^b}(\operatorname{mod} H)$ por el funtor $F = \tau^{-1}_{\mathbf{D^b}}[1]$, donde $\tau_{\mathbf{D^b}}$ denota el trasladado de Auslander-Reiten y [1] denota el funtor de traslado ([BMRRT]). Más generalmente Thomas ([T]) define la categoría de m-conglomerado $\mathcal{C}_m(H)$ como el cociente de la categoría derivada acotada por el funtor $F_m = \tau^{-1}_{\mathbf{D^b}}[m]$, donde [m] denota la composición del funtor de traslado m-veces. Estas categorías han sido fuertemente desarrolladas en los últimos años y toman especial importancia por su aplicación en otras áreas.

El resultado principal de este trabajo consiste en definir una categoría cociente de $\mathbf{C_4}(\operatorname{proy} H)$, para H un álgebra hereditaria de dimensión finita sobre un cuerpo algebraicamente cerrado, y dar un isomorfismo entre esta categoría cociente y la categoría de conglomerado $\mathcal{C}_H$. Generalizaremos este resultado para $m > 2$ dando un isomorfismo entre una categoría cociente de $C_{m+3}(\operatorname{proy} H)$ y la categoría de m-conglomerado $\mathcal{C}_m(H)$.

Referencias:

[B] R, Bautista. *The category of morphisms between projective modules.* Communications in Algebra 32 (11), 2004, 4303-4331.

[BSZ] R, Bautista, M.J. Souto Salorio, R. Zuazu. *Almost split sequences for complexes of fixed size.* J. Algebra 287, 2005, 140-168.

[BMRRT] A. Buan, R. Marsh, M. Reineke, I. Reiten, G. Todorov. *Tilting theory and cluster combinatorics.* Advances in Mathematics, Vol 204, Issue 2, 2006, 572 - 618.

[T] H. Thomas. *Defining an m-cluster category* Journal of Algebra 318, (1), 2007, 37-46.

Expositor: **Ariel Fernandez Costa**
Autores: Ariel Fernandez Costa.
Lugar: Departamento de Matemática, Universidad de Costa Rica.

Congruencias Permutables en Algebras Implicativas

Un álgebra implicativa (o álgebra de Tarski, en la terminología de A. Monteiro) es un álgebra $\mathbf{A} = \langle A, \rightarrow, 1\rangle$ de tipo $\langle 2, 0\rangle$ que satisface las ecuaciones:

1. $x \to x = 1$,
2. $(x \to y) \to x = x$,
3. $(x \to y) \to y = (y \to x) \to x$,
4. $x \to (y \to z) = y \to (x \to z)$.

La teoría de las álgebras implicativas fue desarrollada por Abbott en [1, 2]. Estas álgebras son la contraparte algebraica del $\{\vee, \to\}$–fragmento del cálculo proposicional clásico.

Recordemos que un álgebra **A** se dice a congruencias permutables si cada par de congruencias sobre **A** permuta . En [3], se estudió condiciones de permutabilidad de las congruencias en las álgebras implicativas. En la presente nota mostramos que algunos de los teoremas de [3] son consecuencia inmediata de resultados establecidos en [4].

Referencias

[1] Abbott, J.C.: Implicational algebras. Bull. Math. Soc. Sci. Math. Répub. Social. Roum. 11(59), 3–23 (1967)

[2] Abbott, J.C.: Semi-boolean algebras. Mat. Vesn. 4(19), 177–198 (1967).

[3] Castano D.N., Díaz Varela J.P.: Conditions for Permutability of Congruences in Implication Algebras. Order. 26, 245–254 (2009).

[4] Cornish, W.H.: 3-Permutability and quasicommutative BCK-algebras. Math. Jpn. 25, 477-–496 (1980).

Expositor: **M. Isabel Herrero**
Autores: M. Isabel Herrero, Gabriela Jeronimo, Juan Sabia.
Lugar: UBA, FCEyN, Depto de Matemática.

Cálculo de proyecciones para sistemas de ecuaciones polinomiales ralas genéricas

El cálculo de la clausura de la proyección lineal de una variedad algebraica es un problema clásico de teoría de eliminación. Este problema es un caso particular de la eliminación de cuantificadores algorítmica sobre cuerpos algebraicamente cerrados, que fue extensamente estudiada (ver por ejemplo [2], [1] y [4]). La complejidad de los algoritmos de eliminación conocidos depende de la cantidad de polinomios que definen la variedad, sus grados y el número de variables que involucran.

En esta comunicación presentamos un algoritmo probabilístico simbólico para resolver el problema en el caso de variedades definidas por sistemas de ecuaciones polinomiales ralas genéricas teniendo en cuenta la estructura monomial de los polinomios involucrados. Dada una variedad definida por un sistema ralo genérico en n variables, el algoritmo calcula la clausura de Zariski de su proyección a ℓ coordenadas con $\ell < n$. La complejidad del algoritmo es polinomial en invariantes combinatorios asociados al conjunto de los soportes de los polinomios del input.

La idea del algoritmo es, usando la descomposición de la variedad definida por los polinomios del sistema probada en [3], reducir el problema en primer lugar al caso de variedades equidimensionales tales que todas sus componentes tienen algún punto de coordenadas no nulas. Para cada una de estas variedades equidimensionales, se calcula la resolución geométrica de una variedad asociada respecto a un subconjunto apropiado de variables libres y, finalmente, a partir de esta resolución geométrica, se obtiene una resolución geométrica de la clausura de la proyección buscada.

Referencias

[1] A. L. Chistov, D. Y. Grigor'ev, *Complexity of quantifier elimination in the theory of algebraically closed fields.* Mathematical foundations of computer science, 1984 (Prague, 1984), 17–31, Lecture Notes in Comput. Sci., vol. 176, Springer, Berlin, 1984.

[2] J. Heintz, *Definability and fast quantifier elimination in algebraically closed fields.* Theoret. Comput. Sci. 24 (1983), no. 3, 239–277.

[3] M.I. Herrero, G. Jeronimo, J. Sabia. *Affine solution sets of sparse polynomial systems.* Journal of Symbolic Computation 51 (2013), pp. 34–54.

[4] S. Puddu, J. Sabia, *An effective algorithm for quantifier elimination over algebraically closed fields using straight line programs.* J. Pure Appl. Algebra 129 (1998), no. 2, 173–200.

Expositor: **Alicia Dickenstein**
Autores: Alicia Dickenstein.
Lugar: Dto. de Matemática, FCEN, Universidad de Buenos Aires.

Discriminantes mixtos y jacobianos tóricos

El discriminante mixto asociado a n polinomios de Laurent en n variables con soporte fijo expresa la existencia de una raíz común que no es simple [5]. En este trabajo relacionamos el discriminante mixto con el ciclo asociado a la resultante rala de los polinomios dados y su jacobiano tórico, extendiendo los resultados y aplicaciones para cálculos de grado y fórmulas multiplicativas, obtenidos en colaboración con I. Emiris y A. Karasoulou [3] en el caso $n = 2$. Este ciclo resultante se define como en el trabajo de C. D'Andrea y M. Sombra [2] y corresponde conjeturalmente al discriminante de Euler definido por A. Esterov en [4].

Referencias

[1] E. Cattani, M.A. Cueto, A. Dickenstein, S. Di Rocco and B. Sturmfels: *Mixed Discriminants*, por aparecer: Math. Z., 2013, arXiv:1112.1012.

[2] C. D'Andrea y M. Sombra: *Sparse resultants via multiprojective elimination theory*, enviado, 2012.

[3] A. Dickenstein, I. Emiris y A. Karasoulou: *Plane mixed discriminants and toric jacobians*, enviado, 2013, arXiv:1304.5809.

[4] A. Esterov: *Discriminant of system of equations*, enviado, 2011, arXiv:1110.4060.

Expositor: **Nicolás Botbol**
Autores: Nicolás Botbol, Laurent Busé y Marc Chardin.
Lugar: Universidad de Buenos Aires & CONICET.

FITTING IDEALS AND MULTIPLE-POINTS OF SURFACE PARAMETERIZATIONS.

Parameterized algebraic surfaces are ubiquitous in geometric modeling because they are used to describe the boundary of 3-dimensional shapes. To manipulate them, it is very useful to have an implicit representation in addition of their given parametric representation, process known as 'implicitization'. Although this problem can always be solved in principle, its practical implementation is not efficient enough. In order to overcome this difficulty, alternative implicit representations of parameterized surfaces under the form of a matrix have been considered.

The first family of such representations comes from resultant theory that produces a non-singular matrix whose determinant yields an implicit equation from a given surface parameterization. But the main advantage is also the main drawback of these resultant matrices: since they are universal with respect to the coefficients of the given surface parameterization, they are very easy to build in practice, but they are also very sensitive to the presence of base points. A second family of implicit matrix representations is based on the syzygies of the coordinates of a surface parameterization and have been deeply explored in a series of papers (see [BJ03, BC05, BDD09, Bot11] and the references therein). Compared to the resultant matrices, they are still very easy to build, although not universal and in general singular, but their sensitivity to the presence of base points is much more weaker.

The purpose of this talk is to give an algebraic descrition of the self-intersection locus of a surface parameterization through its matrix representations. Precisely, let $\phi : \mathbb{P}^2 \dashrightarrow \mathbb{P}^3$ be a rational parameterization of $\mathcal{S}$ and let $M(\phi)$ be a matrix representation. The main result of this paper is that the drop of rank of $M(\phi)$ at a given point $P \in \mathbb{P}^3$ is in relation with the fiber of the graph of ϕ over P. Thus, the Fitting ideals attached to $M(\phi)$ provide a filtration of the surface which is in correspondence with the degree and the dimension of the fibers of the graph of the parameterization ϕ.

Referencias

[BC05] Laurent Busé and Marc Chardin. Implicitizing rational hypersurfaces using approximation complexes. *J. Symbolic Comput*, 40(4-5):1150–1168, 2005.

[BDD09] Nicolás Botbol, Alicia Dickenstein, and Marc Dohm. Matrix representations for toric parametrizations. *Comput. Aided Geom. Design*, 26(7):757–771, 2009.

[BJ03] Laurent Busé and Jean-Pierre Jouanolou. On the closed image of a rational map and the implicitization problem. *J. Algebra*, 265(1):312–357, 2003.

[Bot11] Nicolás Botbol. Implicit equation of multigraded hypersurfaces. *J. Algebra*, 348(1):381–401, 2011.

Expositor: **Emanuel Rodríguez Cirone**
Autores: Guillermo Cortiñas, Emanuel Rodríguez Cirone.
Lugar: Universidad de Buenos Aires.

K-teoría equivariante de variedades algebraicas

Sea Sch_k la categoría de esquemas separados de tipo finito sobre un cuerpo k de característica cero. Sea G un grupo. Mostraremos cómo definir una teoría de homología $K(-[G])$ en Sch_k, que en los esquemas afines $\mathrm{Spec}R$ coincida con la K-teoría algebraica del álgebra de grupo $R[G]$. Mostraremos además que $K(-[G])$ tiene las propiedades de descenso Zariski y de descenso para blowups a lo largo de sucesiones regulares. Esperamos que en un futuro el estudio de esta teoría de homología y su relación con construcciones análogas para la homología cíclica permita realizar avances relacionados con la conjetura de isomorfismo para la K-teoría algebraica de álgebras de grupo.

Expositor: **Agustín García Iglesias**
Autores: Nicolás Andruskiewitsch; Iván Angiono; Agustín García Iglesias; Akira Masuoka; Cristian Vay.
Lugar: FaMAF-CIEM (CONICET) / Instituto de Matemática, Universidad de Tsukuba, Japón.

Levantamientos de álgebras de Nichols vía deformaciones por cociclos

Veremos una estrategia para calcular los levantamientos de un álgebra de Nichols de dimensión finita sobre un álgebra de Hopf cosemisimple, de dimensión finita. Los hallamos como deformaciones por cociclo de la bosonización correspondiente.

Expositor: **Gabriela Jeronimo**
Autores: Lisi D'Alfonso (1), Gabriela Jeronimo (1,2), Pablo Solernó (2).
Lugar: (1) Departamento de Cs. Exactas, CBC, Universidad de Buenos Aires, (2) Departamento de Matemática, F.

Nullstellensatz diferencial efectivo

Sean $\mathcal{F}$ un cuerpo con una derivación δ y $\mathcal{F}\{x_1, \dots, x_n\} := \mathcal{F}[x_j^{(i)};\ 1 \leq j \leq n,\ i \in \mathbb{N}_0]$ el anillo de polinomios diferenciales en n indeterminadas con coeficientes en $\mathcal{F}$, donde $x_j^{(i)}$ denota la i-ésima derivada de x_j y la derivación en $\mathcal{F}\{x_1, \dots, x_n\}$ se define en la forma usual extendiendo δ. La versión diferencial del Nullstellensatz establece que *si $f_1, \dots, f_s, g \in \mathcal{F}\{x_1, \dots, x_n\}$ son polinomios diferenciales tales que todo cero del sistema $f_1, \dots, f_s$ en una extensión de $\mathcal{F}$ es un cero de g, entonces alguna potencia de g es combinación lineal de $f_1, \dots, f_s$ y una cantidad finita de sus derivadas sucesivas, con coeficientes en $\mathcal{F}\{x_1, \dots, x_n\}$*. Este resultado fue introducido en [4] en el caso en que $\mathcal{F}$ es un cuerpo de funciones meromorfas en un abierto del plano complejo y generalizado luego a cuerpos diferenciales arbitrarios ([3]).

Desde el punto de vista efectivo, resulta de interés estimar la potencia de g que es combinación de $f_1, \dots, f_s$ y sus derivadas sucesivas, y la cantidad de estas derivadas. En [5], se prueba la existencia de una función en términos de los parámetros de los polinomios de entrada que acota estas cantidades. Las primeras cotas explícitas fueron dadas en [1], en términos de la función de Ackermann (en particular, no son primitivas recursivas).

En esta comunicación presentaremos cotas superiores para el Nullstellensatz diferencial en el caso de sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias algebraicas sobre el cuerpo de los números complejos. Nuestro resultado principal es una cota doblemente exponencial para la cantidad de derivadas sucesivas de $f_1, \dots, f_s$ involucradas. Combinando esta cota con versiones efectivas del Nullstellensatz algebraico clásico ([2]), obtenemos también una cota superior para la potencia de g.

Referencias

[1] O. Golubitsky, M. Kondratieva, A. Ovchinnikov, A. Szanto. A bound for orders in differential Nullstellensatz. J. Algebra 322, no. 11 (2009), 3852–3877.

[2] Z. Jelonek. On the effective Nullstellensatz. Invent. Math. 162, no. 1 (2005), 1–17.

[3] E. Kolchin. Differential Algebra and Algebraic Groups. Academic Press, NewYork, (1973).

[4] J.F. Ritt. Differential equations from the algebraic standpoint. Amer. Math. Soc. Colloq. Publ., Vol XIV, New York (1932).

[5] A. Seidenberg. An elimination theory for differential algebra. Univ. Calif. Publ. Math. 3 (1956), 31–65.

Expositor: **Melina Privitelli**
Autores: Eda Cesaratto, Guillermo Matera, Mariana Pérez y Melina Privitelli.
Lugar: Universidad Nacional de General Sarmiento. Instituto de Ciencias.

Puntos racionales de intersecciones completas afines definidas por polinomios simétricos y aplicaciones

Sea $\mathbb{F}_q$ el cuerpo finito de q elementos. El objetivo de este trabajo es obtener estimaciones sobre el número de puntos q-racionales (puntos cuyas coordenadas pertenecen a $\mathbb{F}_q$) de intersecciones completas definidas por polinomios invariantes bajo la acción del grupo simétrico de permutaciones de sus coordenadas.

Nuestro interés en este tipo de variedades radica en el hecho de que frecuentemente ciertos problemas de criptografía, teoría de códigos y combinatoria requieren el estudio de $\mathbb{F}_q$-variedades en las que actúa un grupo finito de invariantes.

Sea $\mathbb{A}^r$ el espacio afín de dimensión r definido sobre la clausura algebraica de $\mathbb{F}_q$. Sea $\mathcal{V} \subset \mathbb{A}^r$ una $\mathbb{F}_q$-variedad intersección completa definida por polinomios $R_1, \ldots, R_m$ de grados $d_1 \geq d_2 \cdots \geq d_m \geq 2$. Supongamos que, para $1 \leq j \leq m$, el polinomio R_j puede expresarse en la forma $R_j := S_j(\Pi_1, \ldots, \Pi_s)$, donde S_j es un polinomio con coeficientes en $\mathbb{F}_q$ en las variables $Y_1, \ldots, Y_s$ y $\Pi_1, \ldots, \Pi_s$ son los primeros s polinomios simétricos elementales de $\mathbb{F}_q[X_1, \ldots, X_r]$.

Supongamos que $S_1, \ldots, S_m$ forman una sucesión regular de $\mathbb{F}_q[Y_1, \ldots, Y_s]$ y definen una variedad $\mathcal{W} \subset \mathbb{A}^s$ no singular. En tal caso demostramos que el lugar singular de la clausura proyectiva de $\mathcal{V}$ tiene dimensión menor o igual que $s-1$. Combinando estos resultados con la estimación sobre la cantidad de puntos q-racionales de una intersección completa singular obtenida en [1], dedujimos la siguiente estimación sobre la cantidad de puntos q-racionales $\mathcal{V}(\mathbb{F}_q)$ de $\mathcal{V}$.

Teorema. Sea $s+2 \leq r-m$. Entonces

$$\left|\mathcal{V}(\mathbb{F}_q) - q^{r-m}\right| \leq 14D^3\delta^2(q+1)q^{r-m-2},$$

donde $D := \sum_{j=1}^{m}(d_j - 1)$ y δ es el grado de la variedad $\mathcal{V}$.

Este resultado nos permitió obtener una estimación del comportamiento del promedio de los "conjuntos de valores"(value set) de polinomios univariados sobre cuerpos finitos con algunos coeficientes prefijados. Nuestros resultados sobre "conjunto de valores"mejoran significativamente los existentes en la literatura (ver, por ejemplo, [2]).

Referencias

[1] A. Cafure, G. Matera y M. Privitelli, "Polar varieties, Bertini's theorems and number of points of singular complete intersections over a finite field". Disponible en http://arxiv.org/abs/1209.4938.

[2] S. Cohen, "The values of a polynomial over a finite field". *Glasg. Math. J.* **14**(2), 1973, 205-208.

Expositor: **Cristian Vay**
Autores: Bárbara Pogorelsky y Cristian Vay.
Lugar: FaMAF-UNC.

Representaciones de álgebras de Hopf copunteadas

Un álgebra de Hopf A se dice *copunteada* si su corradical es el álgebra de funciones sobre un grupo finito G. Así todo A-módulo es G-graduado. Este hecho nos permite estudiar la teoría de representaciones de A a partir de los espacios G-homogéneos de los A-módulos o calculando una clase especial de idempotentes primitivos.

En esta charla explicaremos esto en detalle, ejemplificando con la siguiente familia de álgebras de Hopf copunteadas.

Sea $\mathbb{F}_4$ un cuerpo finito de 4 elementos y $\omega \in \mathbb{F}_4$ tal que $\omega^2+\omega+1=0$. Sea $\mathfrak{B}(\mathbb{F}_4,\omega)$ el álgebra de Nichols asociada al rack $(\mathbb{F}_4,\omega)$ y al 2-cociclo constante -1, ver [1]. Sea G un grupo finito sobre el cual es posible realizar el álgebra de Nichols $\mathfrak{B}(\mathbb{F}_4,\omega)$. Entonces todo levantamiento de $\mathfrak{B}(\mathbb{F}_4,\omega)$ sobre el álgebra de funciones de G es isomorfo a un álgebra $\mathcal{A}_{G,\lambda}$ generada por $\{x_i, \delta_g : i \in \mathbb{F}_4,\, g \in G\}$ con relaciones

$$\delta_g x_i = x_i \delta_{g_i g}, \quad x_i^2 = 0, \quad \delta_g\delta_h = \delta_g(h)\delta_g, \quad 1 = \sum_{g\in G}\delta_g,$$

$$x_0x_\omega + x_\omega x_1 + x_1x_0 = 0 = x_0x_{\omega^2} + x_{\omega^2}x_\omega + x_\omega x_0,$$

$$x_1x_{\omega^2} + x_0x_1 + x_{\omega^2}x_0 = 0 = x_\omega x_{\omega^2} + x_1x_\omega + x_{\omega^2}x_1 \quad \text{y}$$

$$x_\omega x_0x_1x_\omega x_0x_1 + x_1x_\omega x_0x_1x_\omega x_0 + x_0x_1x_\omega x_0x_1x_\omega = f,$$

para todo $i \in \mathbb{F}_4$ y $g, h \in G$; aquí f es una función sobre G y $g_i \in G$, ver [2].

En esta charla describiremos las representaciones simples de las álgebras de Hopf $\mathcal{A}_{G,\lambda}$.

Expositor: **Victoria Guazzelli**
Autores: Claudia Chaio, Victoria Guazzelli.
Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata.

Sobre el radical de la categoría del módulos de un álgebra Dynkin.

Sea A un álgebra de artin y $\operatorname{mod} A$ la categoría de A-módulos a derecha finitamente generados.

Uno de los problemas que interesan en la teoría de representaciones es determinar el tipo de representación de un álgebra. Es bien conocido por un resultado de M. Auslander, que un álgebra de artin A es de tipo de representación finita si el radical de su categoría de módulos es nilpotente.

Para un álgebra de artin de representación finita por el Lema de Harada-Sai, sabemos que una cota donde el radical de la categoría se anula es $2^b - 1$, donde b es la máxima longitud de los A-módulos indescomponibles, [3]. Posteriormente, en [2], fue hallada una cota mas precisa la cual, también depende de la longitud máxima de los A-modulos indescomponibles. Para el caso en que A es un álgebra de dimensión finita sobre un cuerpo algebraicamente cerrado en [C], fue hallado el índice de nilpotencia. Este índice fue dado en función de una cantidad finita de grados de morfismos irreducibles, demostrándose que el comportamiento de los morfismos en $\operatorname{mod} A$ con respecto al radical de la categoría es controlada de alguna forma por el comportamiento de las cubiertas proyectivas y de las cápsulas inyectivas de los módulos simples.

En este trabajo, consideraremos álgebras hereditarias de dimensión finita sobre un cuerpo algebraicamente cerrado de tipo de representación finito, es decir, aquellas álgebras donde su carcaj asociado es uno de los diagramas Dynkin. Para las citadas álgebras, utilizando los resultados de [C], sabemos por lo antes dicho que es posible determinar el índice de nilpotencia del radical de la categoría de módulos. En este trabajo, se logró dar una lectura de los índices de nilpotencia para el radical de cada categoría de módulos en función de su diagrama Dynkin asociado. Más precisamente, el trabajo consiste en determinar cada uno de dichos índices en función de la cantidad de vértices o de las aristas del carcaj asociado.

Este trabajo fue desarrollado con el financiamiento de la Beca de Entrenamiento para Alumnos Universitarios, otorgada por la Comisión de Investigaciones Científicas.

Referencias

[1] C. Chaio. *On the Harada and Sai Bound*. Bulletin of the London Math Soc. 44, Issue 6 (2012) 1237 - 1245.

[2] D. Eisenbud and J. A. de la Peña, "Chains of maps between indecomposable modules", J. Reine Angew. Math. 504 (1998) 29 - 35.

[3] M. Harada and Y. Sai, "On categories of indecomposable modules I", Osaka J. Math. 7 (1970) 323 - 344.

Expositor: **Luis César Maiarú**
Autores: Araujo, J. O., Bratten, T. , Maiarú, L. C..
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas, UNCPBA.

Sobre representaciones modulares de los grupos $G(m, p, n)$

A comienzos de la década del 80, las representaciones modulares del grupo simétrico fueron estudiadas por Farahat y Peel en [5], un año después, Aamily, Morris y Peel obtienen en [1] las representaciones irreducibles de un grupo de Weyl de tipo B_n . En ambos casos, las realizaciones de las representaciones correspondientes son tratadas desde el enfoque de la teoría combinatoria, siguiendo la modalidad establecida por James en [6].

En relación con la teoría de representaciones de grupos de Weyl, o más generalmente grupos finitos de reflexiones, Macdonald presenta en [7] una realización de representaciones irreducibles a partir de la estructura de sus sistemas de raíces del grupo en cuestión. En general, estas representaciones de Macdonald no agotan las representaciones irreducibles de un grupo de reflexiones. Sin embargo, para grupos de Weyl de tipo A_n y de tipo B_n toda representación irreducible es realizada como una representación de Macdonald. Esta situación es aprovechada en [2] y en [3] para obtener una realización, desde un enfoque geométrico, de las todas representaciones modulares irreducibles de esta clase de grupos de Weyl.

Si bien, en el caso de los grupos de reflexiones complejos $G(m; p; n)$, no toda representación puede ser obtenida como representación de Macdonald, hay construcciones similares que juegan el mismo rol, esto da lugar para pensar en extender la realización de las representaciones modulares del grupo simétrico a los grupos $G(m; p; n)$. Este enfoque geométrico se ha extendido para construir las representaciones modulares irreducibles en el caso de grupos de reflexiones $G(m, 1, n)$ ver [4]. La presente comunicación tiene por objeto mostrar que el resultado se extiende al caso de los grupos $G(m, p, n)$ cuando n y p son coprimos y la característica del cuerpo es distinta de 2. En particular, se tiene las representaciones modulares para un grupo de Weyl de tipo $D_n = G(2, 2, n)$ en el caso que n sea un número impar.

Referencias

[1] Aamily,E., Morris, A. O., Peel, M. H.: *The Representations of the Weyl Groups of Type B_n*. Journal of Algebra 68, 1981, 298-305.

[2] Aguado, J.L., Araujo, J.O.: *Representations of de Symmetric Group $\mathfrak{S}_n$ on $K[x_1,\ldots,x_n]$*. Revista de la UMA, vol. 41, 2, 39-50, 1998.

[3] Araujo J.O., Bigeón J.J.: Gamondi R.M., *Modular Representations of Weyl groups of type B_n*. Communications in Algebra, Volume 38 Issue 7. 2010.

[4] Araujo J.O., Maiarú, L. C., Natale, M.: *Representaciones Modulares del Grupo $G(m,1,n)$*. Comunicación en el XII Congreso Antonio Monteriro. Bahía Blanca, 2013.

[5] Farahat, H. K., Peel, M. H.: *On the Representation Theory of the Symmetric Groups*. Journal of Algebra 67 1980, 280-304.

[6] James, G.: *The Representation Theory of the Symmetric Groups.* Lecture Notes in Mathematics 682. Springer-Verlag, 1978.

[7] Macdonald, I. G.: *Some Irreducible Representations Of Weyl Groups.* Bulletin of the London Mathematical Society 4. 1972,148-150.

Expositor: **Luis Maiarú**
Autores: Araujo, J. O., Bratten, T., Maiarú, L. C..
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas - UNCPBA.

Sobre Representaciones Modulares de los grupos G(m,p,n)

A comienzos de la década del 80, las representaciones modulares del grupo simétrico fueron estudiadas por Farahat y Peel en [5], un año después, Aamily, Morris y Peel obtienen en [1] las representaciones irreducibles de un grupo de Weyl de tipo B_n . En ambos casos, las realizaciones de las representaciones correspondientes son tratadas desde el enfoque de la teoría combinatoria, siguiendo la modalidad establecida por James en [6].

En relación con la teoría de representaciones de grupos de Weyl, o más generalmente grupos finitos de reflexiones, Macdonald presenta en [7] una realización de representaciones irreducibles a partir de la estructura de sus sistemas de raíces del grupo en cuestión. En general, estas representaciones de Macdonald no agotan las representaciones irreducibles de un grupo de reflexiones. Sin embargo, para grupos de Weyl de tipo A_n y de tipo B_n toda representación irreducible es realizada como una representación de Macdonald. Esta situación es aprovechada en [2] y en [3] para obtener una realización, desde un enfoque geométrico, de las todas representaciones modulares irreducibles de esta clase de grupos de Weyl.

Si bien, en el caso de los grupos de reflexiones complejos $G(m;p;n)$, no toda representación puede ser obtenida como representación de Macdonald, hay construcciones similares que juegan el mismo rol, esto da lugar para pensar en extender la realización de las representaciones modulares del grupo simétrico a los grupos $G(m;p;n)$. Este enfoque geométrico se ha extendido para construir las representaciones modulares irreducibles en el caso de grupos de reflexiones

$G(m, 1, n)$ ver [4]. La presente comunicación tiene por objeto mostrar que el resultado se extiende al caso de los grupos $G(m, p, n)$ cuando n y p son coprimos y la característica del cuerpo es distinta de 2. En particular, se tiene las representaciones modulares para un grupo de Weyl de tipo $D_n = G(2, 2, n)$ en el caso que n sea un número impar.

Referencias

[1] Aamily,E., Morris, A. O., Peel, M. H.: *The Representations of the Weyl Groups of Type B_n*. Journal of Algebra 68, 1981, 298-305.

[2] Aguado, J.L., Araujo, J.O.: *Representations of de Symmetric Group $\mathfrak{S}_n$ on* $K[x_1, \ldots, x_n]$. Revista de la UMA, vol. 41, 2, 39-50, 1998.

[3] Araujo J.O., Bigeón J.J.: Gamondi R.M., *Modular Representations of Weyl groups of type B_n*. Communications in Algebra, Volume 38 Issue 7. 2010.

[4] Araujo J.O., Maiarú, L. C., Natale, M.: *Representaciones Modulares del Grupo $G(m, 1, n)$*. Comunicación en el XII Congreso Antonio Monteriro. Bahía Blanca, 2013.

[5] Farahat, H. K., Peel, M. H.: *On the Representation Theory of the Symmetric Groups.* Journal of Algebra 67 1980, 280-304.

[6] James, G.: *The Representation Theory of the Symmetric Groups.* Lecture Notes in Mathematics 682. Springer-Verlag, 1978.

[7] Macdonald, I. G.: *Some Irreducible Representations Of Weyl Groups.* Bulletin of the London Mathematical Society 4. 1972,148-150.

Expositor: **Kantor, Raùl**

Autores: Kantor, Raúl Eduardo.

Lugar: Universidad Nacional de Rosario.

Un modelo para el anàlisis no estandard

Resumen

Resumen Se presenta una estructura construida a partir del espacio formado por vectores de infinitas componentes sobre los números enteros. Se definen algunas operaciones y se muestra que se trata de un cuerpo no arquimediano que contiene un conjunto arquimediano y completo identificable con los números reales ordinarios y además elementos que equivalen a los hiper-reales del análisis no estandard .

Expositor: **Daniel Perrucci**

Autores: Henri Lombardi, Daniel Perrucci, Marie-Francoise Roy.

Lugar: Laboratoire de Mathématiques UFR des Sciencies et Techniques Université de Franche-Comté, Departamen.

Una nueva demostración constructiva del Positivstellensatz

Dado un sistema multivariado de ecuaciones e inecuaciones polinomiales que no admite solución sobre los números reales, el *Positivstellensatz* ([3, 5]) establece la existencia de una cierta identidad algebraica que torna evidente este hecho.

La única demostración constructiva del *Positivstellensatz* conocida hasta el momento fue dada en [4], y la misma se basa en la adaptación del método de Hörmander ([2]) para eliminación de cuantificadores sobre los reales. Presentaremos una nueva demostración constructiva del *Positivstellensatz*, la cual reutiliza las técnicas dadas en [4], pero se basa en la adaptación del método de descomposición cilíndrica de Collins ([1]).

Referencias

[1] Collins, G. Quantifier elimination for real closed fields by cylindrical algebraic decomposition. *Automata theory and formal languages*, 134–183. Lecture Notes in Comput. Sci., 33, *Springer, Berlin,* 1975.

[2] Hörmander, L. The analysis of linear partial differential operators. II. Differential operators with constant coefficients. Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, 257. *Springer-Verlag, Berlin*, 1983.

[3] Krivine, J.-L. Anneaux préordonnés. *J. Analyse Math.* 12 (1964), 307–326.

[4] Lombardi, H. Effective real Nullstellensatz and variants. *Effective methods in algebraic geometry*, 263–288, Progr. Math., 94, *Birkhäuser Boston, Boston, MA*, 1991.

[5] Stengle, G. A nullstellensatz and a positivstellensatz in semialgebraic geometry. *Math. Ann.* 207 (1974), 87–97.

Expositor: **María Chara**
Autores: María Chara y Ricardo Toledano.
Lugar: Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (UNL - CONICET).

Una torre de tipo Garcia, Stichtenoth y Thomas asintóticamente mala sobre un cuerpo primo

Sea $\mathcal{F} = (F_0, F_1, \ldots)$ una torre de cuerpos de funciones sobre el cuerpo finito con q elementos denotado por $\mathbb{F}_q$. El límite de una torre se define como

$$\lambda(\mathbb{F}) = \lim_{i \to \infty} \frac{N(F_i)}{g(F_i)},$$

donde $N(F_i)$ es el número de lugares racionales de F_i y $g(F_i)$ es el género de F_i. Si el límite es positivo diremos que $\mathcal{F}$ es asintóticamente buena. En caso de límite nulo diremos que la torre es asintóticamente mala. En esta charla trabajaremos con torres de tipo GST (ver [2]), es decir, con torres recursivas en las cuales cada extensión F_{i+1}/F_i es una extensión de Kummer definida por una ecuación de la forma $y^m = f(x)$ donde $q \equiv 1 \mod (m)$, $f(x) = x^d g(x) \in \mathbb{F}_q[x]$ es un polinomio de grado m con $\gcd(d, m) = 1$ y $g(0) \neq 0$. Suponiendo una condición extra (para asegurar ramificación finita) los autores en [2] probaron que si $\mathcal{F}$ es una torre de tipo GST sobre $\mathbb{F}_q$ con q no primo, entonces $\mathcal{F}$ es asintóticamente buena. Más tarde, Lenstra en [3] probó que esa condición extra no se cumple en el caso de q primo. Por esta razón, es razonable pensar que en el caso de cuerpos primos las torres de tipo GST serán asintóticamente malas. Sorpresivamente no hay ejemplos en la literatura de torres de tipo GST sobre cuerpos primos con comportamiento asintótico malo. En esta charla veremos que la ecuación

$$y^3 = x(x^2 + 2),$$

define una torre de tipo GST sobre $\mathbb{F}_7$ asintóticamente mala. Este ejemplo es parte de un trabajo conjunto [1] con R. Toledano.

Referencias

[1] M. Chara and R. Toledano. Asymptotically bad towers of function fields. *Submitted.* 2012.

[2] A. Garcia, H. Stichtenoth, and M. Thomas. On towers and composita of towers of function fields over finite fields. *Finite Fields Appl.*, 3(3):257–274, 1997.

[3] H. Lenstra. On a Problem of Garcia, Stichtenoth and Thomas. *Finite Fields Appl.*, 2(8):166–170, 2002.

Expositor: **Claudia Chaio**
Autores: Claudia Chaio.
Lugar: Universidad de Mar del Plata.

Sobre el grado de morfismos irreducibles en ciertas componentes de Auslander-Reiten

Sea A un álgebra de artin y $\operatorname{mod} A$ la categoría de A-módulos a izquierda finitamente generados. Una de las metas fundamentales de la teoría de representaciónes de A es describir los morfismos en $\operatorname{mod} A$.

En 1992, S. Liu introdujo la noción de grado de un morfismo irreducible en $\operatorname{mod} A$. En los ultimos años, esta teoría tuvo un gran desarrollo, particularmente, para álgebras de dimensión finita sobre un cuerpo algebraicamente cerrado.

En este contexto, en [CLT] se logró estudiar el comportamiento de las composiciones de morfismos irreducibles con respecto a las potencias del radical de la categoría de módulos. También, se probó que un morfismo irreducible es de grado a izquierda finito si su núcleo no esta en el radical infinito de la categoría de módulos. Se obtuvieron además resultados que relacionan al grado con el tipo de representación de un álgebra.

Por otro lado, es bien conocido que un álgebra A es tipo de representación finito si el radical de mod A es nilpotente. Recien en 2012, utilizando el concepto de grado se logró encontrar dicho índice de nilpotencia, ver [C].

Es una pregunta natural saber si los resultados antes mencionados valen en un contexto mas general, es decir, para algebras de artin. El objetivo fundamental de este trabajo es el estudio de los grados de morfismos irreducibles en componentes Γ del carcaj de Auslander-Reiten de un álgebra de artin con sucesiones que casi se parten con a lo sumo dos términos indescomponibles en el medio, es decir, $\alpha(\Gamma) \leq 2$. En este trabajo, se obtuvieron caracterizaciones de los grados de morfismos irreducibles en las mencionadas componentes. También se relacionaron los grados de ciertos morfismos irreducibles con el tipo de representación de un álgebra donde todas las componentes Γ del carcaj de Auslander-Reiten satisfacen que $\alpha(\Gamma) \leq 2$.

Referencias:

[C] C. Chaio, "On the Harada and Sai bound", Bull. London Math. Soc. 44, Issue 6 (2012) 1237 - 1245.

[CLT] C. Chaio, P. Le Meur, and S. Trepode, "Degrees of irreducible morphisms and finite representation type", J. London Math. Soc. (2) 84 (2011) 35 - 57.

[CL] C. Chaio, and S. Liu, "A note on the radical of a module category", To appear in Comm. Algebra (2013).

2. Análisis funcional y complejo

Conferencias invitadas

- Eduardo Chiumiento, Logaritmos de operadores normales.
- Sergio A. Yuhjtman, Cuasi-estados y representaciones de $C*$-Álgebras.
- Guillermina Fongi, A-proyecciones en subespacios cerrados de un espacio de Hilbert.

Expositor: **Gustavo Abel Dorrego**
Autores: Dorrego Gustavo A. y Cerutti Rubén A..
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura. Universidad Nacional del Nordeste.

k-Derivada Fraccionaria de Hilfer

En el presente trabajo generalizamos el operador fraccionario de diferenciación en dos parámetros definido por Hilfer en [3] mediante la siguiente definición: sean $\mu, \nu \in \mathbb{R}$ tal que $0 < \mu < 1;\ \ 0 \leq \nu \leq 1$, se tiene:

$$({}^{k}D^{\mu,\nu} f)(x) = \left(I_k^{\nu(1-\mu)} \frac{d}{dx} (I_k^{(1-\mu)(1-\nu)} f) \right)(x)$$

donde

$$(I_k^{\mu} f)(x) = \frac{1}{k\Gamma_k(\mu)} \int_0^x (x-t)^{\frac{\mu}{k}-1} f(t)dt$$

es la k-integral fraccionaria de Riemann-Liouville definida por [4].

Se resuelve también una ecuación diferencial de orden no entero
$0 < \mu < 1$, y tipo $0 \leq \nu \leq 1$

$${}^{k}D^{\mu,\nu} y(x) = \lambda \left(\mathcal{E}_{k,\alpha,\beta}^{\gamma} \varphi \right)(x) + f(x)$$

con condición inicial:

$$I_k^{(1-\mu)(1-\nu)} y(0) = C, \quad C \ \ \textit{constante real} \ \ \textit{arbitraria}$$

que generaliza la planteada en [5] mostrando que la solución viene dada por una convolución con la función k-Mittag-Leffler definida y estudiada por los autores en [1].

Referencias

[1] G. Dorrego; R. Cerutti. *The k-Mittag-Leffler function.* Journal of Applied Math. Int. J. Contemp. Math. Sciences. Vol 7. Nº15. 2012.

[2] G. Dorrego; R. Cerutti. *The k-Fractional Hilfer Derivative* Int. Journal of Math. Analysis. Vol 7. 2013, no. 11, 543-550.

[3] R. Hilfer. *Applications of Fractional Calculus in Phisics.* World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 2000.

[4] S. Mubeen; G. M. Habibullah. *k-Fractional Integrals and Application.* Int. J. Contemp. Math, Science. Vol 7 Nº2. 2012.

[5] H. M. Srivastava and Z. Tomosvki. *Fractional calculus with an integral operator containing a generalized Mittag-Leffler function in the kernel.* Appl. Math. Comput. doi:10.1016/j.amc.2009.01.055.

Expositor: **Guillermina Fongi**
Autores: Gustavo Corach, Guillermina Fongi y Alejandra Maestripieri.
Lugar: Instituto Argentino de Matemática- CONICET.

A-PROYECCIONES EN SUBESPACIOS CERRADOS DE UN ESPACIO DE HILBERT

En 1974, S.K. Mitra y C.R. Rao [2] introdujeron la noción de proyección a un subespacio con respecto a una seminorma. Más precisamente, dada una matriz (semidefinida) positiva $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ y un subespacio $\mathcal{S}$ de $\mathbb{C}^n$, una matriz $T \in \mathbb{C}^{n\times n}$ se dice *A-proyección en $\mathcal{S}$* si $R(T) \subseteq \mathcal{S}$ y

$$\|y - Ty\|_A \leq \|y - s\|_A, \qquad \text{para todo } \; y \in \mathbb{C}^n, s \in \mathcal{S},$$

donde $\|z\|_A := \langle Az, z\rangle^{1/2}$. Una A-proyección T no necesariamente es idempotente, pero $AT^2 = AT$. Esta noción está relacionada con problemas de mínimos cuadrados y Mitra y Rao encontraron diversas aplicaciones a estadística.

Por otro lado, en 2001 G. Corach, A. Maestripieri y D. Stojanoff [1] introdujeron el concepto de compatibilidad. Un subespacio cerrado $\mathcal{S}$ de un espacio de Hilbert $\mathcal{H}$ se dice *compatible* con un operador acotado (semidefinido) positivo A en $\mathcal{H}$ si existe una proyección Q actuando en $\mathcal{H}$ tal que el rango de Q es $\mathcal{S}$ y Q es A-autoadjunta (i.e, $AQ = Q^*A$). Esta noción tiene aplicación a teoría de marcos, problemas de cuadrados mínimos, procesamiento de señales, entre otras. Existen pares no compatibles sólo si $\mathcal{H}$ tiene dimensión infinita.

Mostraremos la relación entre la teoría de Mitra-Rao (extendida al caso infinito dimensional) con la teoría de compatibilidad. Describiremos el conjunto $\Pi(A, \mathcal{S}) = \{T \in L(\mathcal{H}) : T \text{ es una } A\text{-proyección en } \mathcal{S}\}$ y lo relacionaremos con el conjunto de proyecciones A-autoadjuntas de rango $\mathcal{S}$.

Los resultados presentados forman parte de [3].

Referencias

[1] G. Corach, A. Maestripieri, and D. Stojanoff, *Oblique projections and Schur complements*, Acta Sci. Math. (Szeged) 67 (2001), 337–356.

[2] S. K. Mitra and C. Rao, *Projections under seminorms and generalized Moore Penrose inverses*, Linear Algebra Appl. 9 (1974), 155–167.

[3] G. Corach, G. Fongi and A. Maestripieri, *Weighted projections into closed subspaces*, Studia Math., en prensa.

Expositor: **Sergio A. Yuhjtman**
Autores: Sergio A. Yuhjtman.
Lugar: UBA, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales.

Cuasi-estados y representaciones de $C*$-álgebras

Si A es una C^*-álgebra, H un espacio de Hilbert y $\xi \in H$ un vector unitario, podemos definir una aplicación

$$rep(A:H) \xrightarrow{\theta_\xi} Q(A)$$
$$\pi \longmapsto \langle \pi(-)\xi, \xi \rangle$$

donde $rep(A:H)$ es el conjunto de representaciones de A en H y $Q(A)$ el conjunto de cuasi-estados, es decir funcionales positivas de norma menor o igual a 1.

Si H es suficientemente grande como para contener una copia de cualquier representación cíclica de A, la construcción GNS nos dice que θ_ξ es suryectiva. El teorema que presentamos afirma que si A es unital, θ_ξ es un cociente topológico [3],[1]. La topología de $Q(A)$ es la débil-*. La topología apropiada para $rep(A:H)$ es la de subespacio dada por la inclusión $rep(A:H) \subset B(H)^A$, donde $B(H)^A$ posee la topología producto de la topología débil de operadores en $B(H)$ (otras topologías de operadores, por ejemplo la fuerte, en $B(H)$ inducen la misma topología en $rep(A:H)$).

El teorema extiende nuestro conocimiento sobre la relación entre representaciones y funcionales positivas de C^*-álgebras. La única aplicación conocida por el momento consiste en obtener como corolario un teorema de dualidad, debido a Takesaki [2] y Bichteler [1], que permite reconstruir toda C^*-álgebra como el conjunto de ciertos "campos" continuos sobre el espacio de representaciones $rep(A:H)$.

Referencias

[1] Bichteler, K., "A generalization to the non-separable case of Takesaki's duality theorem for C^*-algebras", *Inventiones Mathematicae*, pp. 89-98, 1969.

[2] Takesaki, M., "A duality in the representation theory of C*-algebras", *Annals of Mathematics. Second Series*, pp. 370-382, 1967.

[3] Yuhjtman, S.A., "The quasi-state space of a unital C*-algebra is a topological quotient of the representation space", *arXiv:1304.4260*, 2013.

[4] Yuhjtman, S.A. "Teoremas de dualidad para C*-álgebras, álgebra de multiplicadores en los contextos de dualidad, teorema de extensión de Tietze y resultados relacionados", *tesis doctoral*, director: Román J. Sasyk, Universidad de Buenos Aires, 2013.

Expositor: **Martin Mazzitelli**
Autores: Daniel Carando y Martin Mazzitelli.
Lugar: Universidad de Buenos Aires, IMAS-CONICET.

Densidad de funciones holomorfas que alcanzan la norma en el bidual

E. Bishop y R. Phelps demostraron en [4] que para cualquier espacio de Banach X, el conjunto de las funcionales lineales y acotadas que alcanzan su norma es un subconjunto denso en X^*, el espacio dual de X. Este resultado dio lugar al estudio de funciones que alcanzan la norma. En [7], Lindenstrauss mostró que no es posible extender el teorema de Bishop-Phelps al espacio de operadores lineales y acotados $\mathcal{L}(X, Y)$ entre dos espacios de Banach cualesquiera. También probó que el conjunto de operadores lineales cuyos bitranspuestos alcanzan la norma, es denso en $\mathcal{L}(X, Y)$. Posteriormente, esto fue extendido al caso multilineal [1] y, bajo ciertas hipótesis, al caso polinomial homogéneo [3], [5]. En este último trabajo, se demostró que para ciertos espacios de Banach X, el conjunto de polinomios N-homogéneos en $\mathcal{P}(^N X; Y^*)$ cuya extensión de Aron-Berner alcanza la norma, es denso en $\mathcal{P}(^N X; Y^*)$.

En esta charla mostraremos que, bajo las mismas hipótesis sobre el espacio X, el resultado para polinomios homogéneos obtenido en [5] puede extenderse al espacio de polinomios no homogéneos. Como corolario, obtendremos un teorema de Lindenstrauss para el espacio $\mathcal{A}_u(X; Y^*)$ de funciones uniformemente continuas en la bola cerrada B_X y holomorfas en la bola abierta B_X° a valores en un espacio dual Y^*. Veremos, además, algunos ejemplos de espacios X para los cuales no se verifica un teorema del tipo Bishop-Phelps polinomial/holomorfo, pero sí se aplica nuestro resultado.

Referencias

[1] Acosta M., García D. and Maestre M., *A multilinear Lindenstrauss theorem*, J. Funct. Anal. **235** (1), (2006), 122-136

[2] Acosta M., Alaminos J., García D. and Maestre M., *On holomorphic functions attaining their norms*, J. Math. Anal. Appl. **297**(2), (2004)), 625-644.

[3] Aron R., García D. and Maestre M., *On norm attaining polynomials*, Publ. Res. Inst. Math. Sci. **39** (1), (2003), 165-172

[4] Bishop E. and Phelps R., *A proof that every Banach space is subreflexive*, Bull. Amer. Math. Soc. **67**, (1961), 97-98

[5] Carando D., Lassalle S. and Mazzitelli M., *On the polynomial Lindenstrauss theorem*, J. Funct. Anal. **263**(7), (2012), 1809-1824.

[6] Jiménez Sevilla M. and Payá R., *Norm attaining multilinear forms and polynomials on preduals of Lorentz sequence spaces*, Studia Math. **127** (2), (1998), 99-112

[7] Lindenstrauss J., *On operators which attain their norm*, Israel J. Math. **1**, (1963), 139-148

Expositor: **Ariela Garces**
Autores: Ariela Garces-Cristina Cano-Irene Mosconi.
Lugar: Universidad Nacional del Comahue.

Desigualdades en normas para matrices semidefinidas positivas en bloques

La técnica de matrices en bloques es usada en teoría de matrices. En particular, las matrices en bloques de 2x2 juegan un rol importante en la obtención de desigualdades de matrices.

Como las conocidas desigualdades aritméticas-geométricas para valores singulares debidas a Bhatia y Kittaneh en [2] :

$$2\sigma_j(AB^*) \leq \sigma_j(A^*A + B^*B), \quad j = 1, 2, ..., n;$$

cualquiera sean $A, B \in M_n$.
Considerando la suma directa $A \oplus B = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{bmatrix}$, Zhang en [4]y Tao en [3] prueban respectivamente las siguientes desiguladades:

$$\sigma_j(A - B) \leq \sigma_j(A \oplus B), \quad j = 1, 2, ..., n$$

para cualquier $A, B \in M_n$ semidefinidas positivas.

$$2\sigma_j(K) \leq \sigma_j \begin{bmatrix} M & K \\ K^* & N \end{bmatrix}, \quad j = 1, 2, ..., r \quad M \in M_m, N \in M_n, r = \min\{m, n\}$$

Por otro lado Turkeman y Ululok prueban en [1] dada cualquier matriz en bloques semidefinidas positivas $\begin{bmatrix} A & B \\ B^* & C \end{bmatrix}$ donde $A \in M_m, C \in M_n,\ r = \text{mín}\{m, n\}$,

$$\sigma_j(A \oplus C) - \sigma_1(B) \leq \sigma_j \begin{bmatrix} A & B \\ B^* & C \end{bmatrix} \leq \sigma_j(A \oplus C) + \sigma_1(B), \quad j = 1, 2, ..., r$$

Y dada A_i una matriz semidefinida positiva $n \times n$ para cada $i = 1, 2, \ldots, n$.

$$\frac{1}{\sqrt{n}}\sigma_j(\sum_{i=1}^{n} A_i) \leq \sigma_j(\bigoplus_{i=1}^{n} A_i), \quad i, j = 1, 2, \ldots, n$$

El objetivo de este trabajo es mostrar bajo que condiciones algunas de estas desigualdades se cumplen para normas unitariamente invariantes.

Referencias

[1] R. Turkmen, Z. Ululok, *Inequalities for singular values of positive semidefinite block matrices*, International Mathematical Forum, Vol 6, 2011, nro 31, 1535-1545.

[2] R. Bhatia, F. Kittaneh,*Notes on matrix arithmetic-geometric mean inequalities*, Linear Algebra and its Appl. 308 (2000)203-211.

[3] Y. Tao, *More results on singular value inequalities of matrices*,Linear Algebra and its Appl. 416 (2006)724-729.

[4] F. Zhang, Matrix inequalities by means of block matrices, Mathematical Inequalities and Appl. Vol 4, no. 4, (2001), 481-490.

Expositor: **Marta García**
Autores: Marta García- Manuel Aguirre.
Lugar: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires.

El Producto de convolución $B_\lambda * B_\mu$

Sea B_λ una familia de funciones distribucionales definidas por:

$$B_\lambda = \sqrt{\pi}\left(\frac{\sigma}{2}\right)^{-\lambda-\frac{1}{2}} J_{\lambda+\frac{1}{2}}(\sigma) \tag{1}$$

donde λ es un número complejo, J_λ es la función de Bessel, σ es un número real, ([6],pag.185).

En este artículo, usando que

$$F\{B_\lambda\} = \frac{\left(1-x^2\right)_+^\lambda}{\Gamma(\lambda+1)} \qquad \text{([2], pag. 68)} \tag{2}$$

donde

$$\left(1-x^2\right)_+^\lambda = \begin{cases} \left(1-x^2\right)^\lambda & \text{si} \quad 1-x^2 > 0 \\ 0 & \text{si} \quad 1-x^2 \leq 0 \end{cases} \tag{3}$$

y Γes la función gamma, se estudian propiedades de $B_\lambda(x)$ para diferentes valores de λ y se le da un sentido al producto de convolución

$$B_\lambda * B_\mu$$

para λ y μ números complejos.

En particular si $\lambda = -k$, $\mu = -\ell$, se obtiene el producto de convolución

$$\delta^{(k-1)}\left(1-x^2\right) * \delta^{(\ell-1)}\left(1-x^2\right) \quad \text{([2],pag.69)}$$

En el caso de $\mu = -\lambda$ nos permite investigar el inverso en el sentido distribucional de B_λ.

Referencias

[1] Gelfand and Shilov - Generalized Functions: Properties and Operations - Academic Press . New York and London . 1964

[2] Marta García-Manuel Aguirre - The convolution product of derivative of dirac Delta in 1 - x^2- Scientific Journal Nexo, Managua, Nicaragua. Vol 22, N^o 02. 2009

Expositor: **Manuel A. Aguirre**
Autores: Aguirre, M. A. y Aguirre Rébora, E. A..
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas, UNCPBA.

El producto de convolución de la derivada de orden k de la delta Dirac soportada en $(m^2 - |y|^2)$

Sea $y = (y_1, ...y_n)$ un punto en el espacio $n-$dimensional R^n, $\mid y \mid^2 = y_1^2 + ...y_n^2$, m un número real, α un número complejo y $N_\alpha(x)$ la familia de funciones distribucionales definida por

$$N_\alpha(x) = 2^{-\frac{\alpha}{2}} e^{-\frac{\pi i}{2}(\alpha-2)} m^{\frac{n-\alpha}{2}} |x|^{\frac{\alpha-n}{2}} J_{\frac{n-\alpha}{2}}(m|x|)$$

donde

$$J_\lambda(z) = \left(\frac{z}{2}\right)^\lambda \sum_{\nu\geq 0} \frac{(-1)^\nu}{\Gamma(\lambda+\nu+1)} \left(\frac{z}{2}\right)^{2\nu}.$$

Usando la transformada de Fourier de $N_\alpha(x)$ (see [1]) y el producto $J_\lambda(z).J_\mu(z)$ se le dará un sentido al producto al producto de convolución

$$\left(m^2 - |y|^2\right)^{-\frac{\alpha}{2}} * \left(m^2 - |y|^2\right)^{-\frac{\beta}{2}}.$$

Como consecuencia se obtendrá el producto de convolución de de la derivada de orden k de la delta de Dirac soportada en $m^2 - |y|^2$:

$$\delta^{(k)}(m^2 - |y|^2) * \delta^{(l)}(m^2 - |y|^2)$$

Referencias:

Referencias

[1] Aguirre Manuel A., The distributional family of $N_\alpha(x)$, to appear.

[2] Aguirre Manuel A., The distribution $\delta^{(k)}(P \pm i0 - m^2)$, Journal of Computational and applied Mathematics, 88, 1977,pp. 339-348.

[3] Aguirre Manuel A., Distributional convolution product between the k-th derivative of Dirac´s delta in $|x|^2 - m^2$,International Transforma and Special Functions, Vol.10, No.1,pp.71-80;2001.

[4] Aguirre Manuel A., Una nueva expresión acerca del producto de convolución de la derivada de orden k de la delta de Dirac en $|x|^2 - m^2$,Nexo Revista Científica, Vol.23,No. 01,pp. 33-39,2010

[5] Schwatz Laurent., Theorie des distributions, Hermann,Paris,1966.

[6] Gelfand I.M. and Shilov G.E., Generalization Functions,Volume1, Academic Press, 1964.

Expositor: **López Galván Alberto Manuel**
Autores: López Galván Alberto Manuel y Andruchow Esteban.
Lugar: Universidad de General Sarmiento- Instituto Argentino de Matemática.

ESPACIOS HOMOGENEOS DEL GRUPO SIMPLÉCTICO

Sea $\mathcal{H}$ un espacio de Hilbert real de dimensión infinita y $\mathcal{B}(\mathcal{H})$ el álgebra de operadores lineales y acotados de $\mathcal{H}$. Consideramos $J \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$ una isometría suryectiva tal que $J^2 = -1$ y $J^* = -J$; definimos el grupo simpléctico $Sp := \{g \in Gl(\mathcal{H}) : g^*Jg = J\}$ que es un grupo de Lie-Banch. Es un hecho conocido que Sp actúa en forma transitiva sobre la Grasmaniana Lagrangiana (=el conjunto de subespacios $L \subset \mathcal{H}$ tal que $J(L) = L^\perp$) con la acción de evaluación $g.L = g(L)$.

En esta charla probaremos que el subgrupo reducido $Sp^2 := \{g \in Sp : g-1 \in \mathcal{B}_2\}$ donde $\mathcal{B}_2$ son los operadores Hilbert-Schmidt actúa propiamente sobre la Grasmaniana y que la órbita $\mathcal{O}_{L_0} := \{g(L_0) : g \in Sp^2\}$ tiene estructura de subvariedad inmersa, por último caracterizaremos su espacio tangente.

Expositor: **Maria Eugenia Di Iorio y Lucero**
Autores: Maria Eugenia Di Iorio y Lucero.
Lugar: Instituto Argentino de Matemática, .^Alberto P. Calderón", CONICET; Instituto de Cs. Universidad Nac..

GEOMETRÍA DE LA SUMA DIRECTA DE LAS ÁLGEBRAS DE MATRICES.

Sean $\mathcal{H}$ un espacio de Hilbert de dimensión infinita y $\mathcal{B}(\mathcal{H})$ el álgebra de los operadores acotados en $\mathcal{H}$. Consideremos M_n el álgebra de las matrices complejas de $n \times n$ y M la suma directa de las M_n. Es decir, un elemento A perteneciente a M tiene la forma

$$A = a_1 \oplus a_2 \oplus \ldots \oplus a_n \oplus \ldots$$

donde $a_i \in M_i$. Considerar a M_n incluído en M de la manera usual y a M en $\mathcal{B}(\mathcal{H})$ (mirando los elementos de M como matrices diagonales de bloques), dificulta el estudio de la existencia de curvas cortas para la métrica inducida, explicitamente, $\|A\| = \sup_n \|a_n\|$, donde $A \in M$ y $\|\cdot\|$ es la norma infinito. Empujados por dicha dificultad vamos a tener en cuenta las normas-p matriciales, las cuales son suaves y aproximan la norma infinito a medida que p crece. Valiéndonos de la ecuación de Euler-Lagrange estudiaremos la existencia y unicidad de caminos de longitud mínima para el funcional de longitud.

Expositor: **Luciano L. Luque**
Autores: Luciano L. Luque ; Luis G. Romero.
Lugar: Facultada de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura. UNNE.

K-DERIVADA FRACCIONARIA DE WEYL Y TRANSFORMADAS INTEGRALES

En el este trabajo se presenta la k-Derivada Fraccionaria de Weyl de orden α, $0 < \alpha \leq 1$, de una función $f \in S(\mathbb{R})$, dada por

$$W_k^{-\alpha} f(x) = -\frac{d}{dx} W_{1-\alpha}^k f(x)$$

donde $W_{1-\alpha}^k$ es la k-Integral Fraccionaria de Weyl de orden α, **cf[2]**.
Además, se demuestra el siguiente lema

Lema: Sea $f \in S(\mathbb{R})$. La Transformada de Laplace de la k-Integral Fraccionaria de Weyl está dada por

$$\mathfrak{L}\left[W_k^\alpha f\right](s) = \mathfrak{L}\left[f \frac{(-s)^{2-\frac{\alpha}{k}}}{k\Gamma_k(\alpha)} \gamma\left(\frac{\alpha}{k}, -sx\right)\right](s)$$

donde $\gamma(s,x)$ denota la función gamma incompleta.
También se demuestra el siguinete lema

Lema: Sea $f \in S(\mathbb{R})$. La transformada de Stieltjes generalizada de la k-Integral Fraccionaria de Weyl de f es

$$\mathcal{S}\left[W_k^\alpha f\right](y) = (-1)^{\frac{\alpha}{k}-1} \frac{\Gamma_k(\beta k - \alpha)}{\Gamma_k(\beta k)} \mathcal{S}_{\beta - \frac{\alpha}{k}} f(y).$$

Referencias
[1] I. Podlubny. Factional Differential Equations. An introduction to fractional derivatives. Academic Press. 1999.
[2] L. Romero, R. Cerutti, G. Dorrego. k-Weyl Fractional Integral. Int. Journal of Math. Analysis. Vol. 6, 2012.
[3] L. Romero, L. Luque. k-Weyl Fractional Derivative, Integral and Integral Transform. Int. J. Contemp. Math. Sciences. Vol. 8, 2013.

Expositor: **María José Benca**
Autores: María José Benac, Pedro Massey, Demetrio Stojanoff.
Lugar: Departamento de Matemática -Facultad de Ciencias Exactas - UNLP .

Marcos duales oblicuos óptimos

Sean $\mathcal{W}, \mathcal{V}$ subespacios en $\mathbb{C}^d$ de igual dimensión y tales que $\mathcal{W} \cap \mathcal{V}^\perp = \{0\}$; dadas familias finitas de vectores $\mathcal{F} = \{f_i\}_{i=1}^m$, $\mathcal{G} = \{g_i\}_{i=1}^m$ que generan linealmente a $\mathcal{W}$ y $\mathcal{V}$ respectivamente, decimos que $\mathcal{G}$ es dual oblícuo de $\mathcal{F}$ si $f = \sum_{i=1}^m \langle f, g_i \rangle\, f_i$ para todo $f \in \mathcal{W}$ (ver [1]). En particular, el dual oblicuo canónico de $\mathcal{F}$, notado $\mathcal{F}_\mathcal{V}^\#$, es aquel que minimiza la norma de la sucesión de coeficientes $(\langle f, g_i \rangle)_{i=1}^m$ para la reconstrucción entre los duales oblicuos de $\mathcal{F}$, para todo $f \in \mathcal{W}$.

Por un lado, fijado $\mathcal{F}$ describimos la estructura espectral del conjunto de duales oblicuos $\mathcal{G}$ de $\mathcal{F}$ y obtenemos la estructura espectral y geométrica de duales oblicuos óptimos $\mathcal{G}$ bajo las restricciones $\sum_{i=1}^m \|g_i\|^2 = t$.

Por otro lado, notamos que el dual oblicuo canónico $(U \cdot \mathcal{F})_\mathcal{V}^\#$ de una rotación rígida $U \cdot \mathcal{F} = \{Uf_i\}_{i=1}^m$ dada por un operador unitario U que actúa en $\mathcal{W}$ no se corresponde con una rotación rígida del dual oblicuo canónico $\mathcal{F}_\mathcal{V}^\#$ (a diferencia de la teoría clásica de dualidad). De esta forma describimos los operadores unitarios U que actúan en $\mathcal{W}$ y que optimizan el par dual oblicuo canónico $(U \cdot \mathcal{F}, (U \cdot \mathcal{F})^{\#}_{\mathcal{V}})$ - en el sentido de que minimizan la dispersión del espectro de $(U \cdot \mathcal{F})^{\#}_{\mathcal{V}}$ - en términos de la geometría relativa de los subespacios $\mathcal{W}$ y $\mathcal{V}$.

Referencias

[1] Eldar, Yonina C. Sampling with arbitrary sampling and reconstruction spaces and oblique dual frame vectors. J. Fourier Anal. Appl. 9 (2003), no. 1, 77-96.

Expositor: **Gladis Sandoval**
Autores: Gladis Sandoval-Cristina Cano-Irene Mosconi.
Lugar: Universidad Nacional del Comahue.

Matrices asociadas a medias y divisibilidad infinita

Una matriz $A = [a_{ij}]$ semidefinida positiva con elementos $a_{ij} \geq 0$ es infinitamente divisible si para todo número real $r \geq 0$ la matriz $A^{\circ r} = [a_{ij}^r]$ es semidefinida positiva. Por el teorema de Schur y continuidad podemos enunciar: A es infinitamente divisible si y sólo si todas las potencias hadamard fraccionaria $A^{\circ \frac{1}{m}}$ es semidefinida positiva. Recordemos que $A^{\circ r} = A \circ A \circ A \circ .... \circ A$ r veces potencia de hadamard, donde el producto hadamard se define como $A \circ B = [a_{ij}.b_{ij}]$. Además $A \circ B$ es semidefinida positiva si A y B son semidefinidas positivas. Luego $A^{\circ m} = [a_{ij}^m]$ es semidefinida positiva si A es semidefinida positiva.

Consideraremos matrices asociadas a una media binaria, teniendo en cuenta si la media elegida es dominada o domina a la media geométrica, diremos que m es una media binaria dominada por la media geométrica si $m(a, b) \leq \sqrt{ab}$ para todo a, b. Si por el contrario $m(a, b) \geq \sqrt{ab}$ para todo a, b diremos que m es una media binaria que domina a la media geométrica.

Una vez establecida esta característica procedemos a definir las matrices asociadas a la media elegida con el siguiente criterio:

Sean $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n\}$ números positivos cualesquiera. Si consideramos una media $m(a, b)$ cualquiera que sea dominada por la media geométrica, podemos definir una matriz M con entradas $m_{ij} = m(\lambda_i, \lambda_j)$ donde λ_i son números positivos. Por otro lado, supongamos que $m(a, b)$ domina la media geométrica y definamos la matriz W con entradas $w_{ij} = \frac{1}{m(\lambda_i, \lambda_j)}$.

Rajendra Bathia y Hideki Kosaki en su publicación "Mean matrices and infinite divisibility", definen matrices a partir de las medias $m(a, b)$ mas conocidas y muestran que esas matrices son definidas positivas e infinitamente divisible. El objetivo de este trabajo es analizar que sucede si considero la media *f-mean* que se define como $m(a, b) = f^{-1}(\frac{1}{2}(f(a) + f(b)))$ donde f es una función biyectiva.

¿Las matrices asi definidas serán infinitamente divisibles?

Expositor: **Andrea Carolina Antunez**
Autores: Esteban Andruchow y Andrea Carolina Antunez.
Lugar: Universidad Nacional de General Sarmiento.

Métricas cociente en la esfera de un espacio de Hilbert

Sean $S(H)$ la esfera unitaria de un espacio de Hilbert H y $U_p(H)$ el grupo de Lie-Banach de operadores unitarios u tales que $u-1$ pertenece al ideal $p-$Schatten $B_p(H)$. Consideraremos a $S(H)$ como espacio homogéneo de la acción del grupo $U_p(H)$ dada por $\pi(u) := ux$ cuando p es un entero par mayor o igual a 2, dotada de la métrica cociente de Finsler inducida por las $p-$normas de la traza, es decir, $\|z\|_p := tr(|z|^p)^{1/p}$.

En este trabajo, se presentan resultados que permiten caracterizar las curvas geodésicas minimales respecto a esta métrica, conocidos los datos iniciales $x \in S(H)$ y $v \in T_xS(H)$. En particular, se determinan condiciones bajo las cuales la curva $\mu(t) := e^{tz_0}x$, con $z_0 \in B_p(H)_{ah}$ levantado minimal (es decir, $d\pi_x(z) = v$), tiene longitud minimal sobre $S(H)$. En el proceso, se probarán resultados particulares en el caso $p = 2$ y en los casos donde H es un espacio de Hilbert real (para cualquier p par y entero).

Expositor: **Martín Savransky**
Autores: Santiago Muro, Damián Pinasco, Martín Savransky.
Lugar: Departamento de Matematica - Pabellón I, Facultad de Cs. Exactas y Naturales, Universidad de Buenos .

Operadores hipercíclicos en espacios de funciones holomorfas

G. Godefroy y J. H. Shapiro [2] demostraron que todo operador en $H(\mathbb{C}^n)$, $n \geq 1$, que conmuta con las traslaciones $\tau_a f(z) = f(z+a)$, $a \in \mathbb{C}^n$, y no es un múltiplo escalar de la identidad es hipercíclico. A esta familia se la denomina "operadores de convolución".

No se conocen muchos ejemplos de operadores hipercíclicos en $H(\mathbb{C}^n)$ que no sean de convolución. R. Aron y D. Markose [1] estudiaron propiedades de hiperciclicidad del operador $Tf(z) = f'(\lambda z + b)$, con $\lambda, b \in \mathbb{C}$, que no es de convolución cuando $\lambda \neq 1$. Probaron que resulta hipercíclico si $|\lambda| \geq 1$, y que no es hipercíclico si $|\lambda| < 1$ y $b = 0$.

En esta charla comentaremos propiedades de hiperciclicidad de operadores análogos definidos en espacios de funciones holomorfas sobre $\mathbb{C}^n$ y espacios de Banach complejos. Consideraremos operadores de la forma $Tf(z) = D^\alpha f(\lambda z + b)$, es decir, operadores que resultan ser la composición entre un operador de diferenciación direccional con otro operador de composición. Donde α indica "la cantidad" de veces que derivamos en las direcciones canónicas y $z \mapsto \lambda z + b$ es el símbolo del operador de composición. La hiperciclicidad del operador depende de distintas relaciones entre estos parámetros. Aparecen dificultades nuevas a medida que aumenta la dimesión.

Referencias

[1] Aron, Richard M. and Markose, Dinesh, *On universal functions*, J. Korean Math. Soc. 41 (2004), no. 1, 65–76.

[2] G. Godefroy y J. H. Shapiro, *Operators with dense, invariant, cyclic vector manifolds*, Funct. Anal. 98 (1991), no. 2, 229–269.

Expositor: **Celeste Gonzalez**
Autores: Laura Arias, Celeste Gonzalez, Gustavo Corach.
Lugar: Instituto Argentino de Matemática - Universidad Nacional de General Sarmiento.

Producto de proyecciones y operadores positivos

Sea $\mathcal{H}$ un espacio de Hilbert complejo y $\mathcal{L}(\mathcal{H})$ el álgebra de los operadores lineales y acotados de $\mathcal{H}$ en $\mathcal{H}$. Dadas dos clases de operadores $\mathcal{M}$ y $\mathcal{B}$ en $\mathcal{L}(\mathcal{H})$, un problema asociado al estudio de factorización de matrices y operadores es el de caracterizar el conjunto $\mathcal{M}\cdot\mathcal{B}$ de todos los productos AB, con $A \in \mathcal{M}, B \in \mathcal{B}$.

En esta charla (basada en el trabajo [1] en colaboración con María Laura Arias y Gustavo Corach) caracterizaremos los operadores $\mathcal{T} := \mathcal{P} \cdot \mathcal{L}^+$, donde $\mathcal{P}$ denota el conjunto de las proyecciones ortogonales de $\mathcal{L}(\mathcal{H})$ y $\mathcal{L}^+$ denota el cono de los operadores positivos de $\mathcal{L}(\mathcal{H})$. Además, dado $T \in \mathcal{T}$, entre todas las factorizaciones $T = PA$, con $P \in \mathcal{P}$ y $A \in \mathcal{L}^+$, describiremos una factorización (factorización óptima) con propiedades de minimalidad. Por último, relacionaremos las diferentes factorizaciones de $T \in \mathcal{T}$ con la noción de compatibilidad y casi-compatibilidad entre operadores positivos y subespacios cerrados estudiadas en [3], [2].

Referencias

[1] M.L. Arias, G. Corach, M. C. Gonzalez; Products of projections and positive operators, Linear Algebra Appl. http://dx.doi.org/10.1016/j.laa.2013.05.008

[2] G. Corach, M. C. Gonzalez, A. Maestripieri; Unbounded symmetrizable idempotents, Linear Algebra Appl. 437 (2012), 659-674.

[3] G. Corach, A. Maestripieri, D. Stojanoff; A classification of projectors, Banach Center Publications 67 (2005), 145-160.

Expositor: **Pablo Turco**
Autores: Silvia Lassalle y Pablo Turco.
Lugar: IMAS, CONICET y Facultad de Ciencias exactas y Naturales, UBA..

Propiedades de aproximación relacionadas con conjuntos $\mathcal{A}$-compactos.

La propiedad de aproximación juega un rol fundamental en la teoría de estructuras de espacio de Banach. Si un espacio de Banach E posee esta propiedad, hay varias formulas que sirven para describir distintos espacios de funciones con rango en E. Por ejemplo, un espacio de Banach E tiene la propiedad de aproximación si y sólo si para todo espacio de Banach F, los operadores de rango finito de F en E son densos (en la norma usual de operadores) en el ideal de operadores compactos. Debido a que existen espacios de Banach sin esta propiedad, distintas variantes fueron estudiadas. En particular, en los últimos años las variantes estudiadas se relacionan con ideales de operadores.

En esta charla veremos 2 tipos de propiedades de aproximación relacionadas con los conjuntos los conjuntos $\mathcal{A}$-compactos y los operadores $\mathcal{A}$-compactos (donde $\mathcal{A}$ es un ideal de operadores fijo) definidos por Carl y Stephani en 1984. Para ello, introduciremos una forma de medir el tamaño de un conjunto $\mathcal{A}$-compacto y veremos como influye en la geometría de estos. Con los resultados obtenidos, daremos condiciones necesarias y suficientes sobre un espacio E para que, para todo espacio de Banach F, los operadores de rango finito de F en E son densos en el ideal de operadores $\mathcal{A}$-compactos en la norma usual de operadores o en la norma del ideal de operadores $\mathcal{A}$-compactos.

Los resultados que contaremos forman parte del trabajo realizado con Silvia Lassalle "The Banach ideal of $\mathcal{A}$-compact operators and related approximation properties".

Expositor: **Román Villafañe**
Autores: Daniel Galicer, Román Villafañe.
Lugar: IMAS - CONICET.

Teorema de tipo Lewis para ideales de operadores multilineales en espacios de Banach.

En el estudio de ideales de operadores lineales, Lewis en 1977 [2] dio condiciones bajo las cuales un ideal de operadores lineales maximal coincide con su núcleo minimal. Esto puede expresarse en términos de las normas tensoriales asociadas. Si la norma tensorial α asociada al ideal maximal $\mathcal{U}$ tiene la propiedad de Radon-Nikodym y F es un espacio Asplund, entonces $\mathcal{U}(E;F')$ es isométricamente isoformo a $\mathcal{U}^{min}(E;F')$ para todo espacio de Banach E. En otras palabras, bajo estas condiciones, los polinomios de tipo finito son densos en $\mathcal{U}(E; F')$ con respecto a la norma del ideal.

En 2010, Carando y Galicer [1] introdujeron la propiedad de Radon-Nikodym simétrica para normas tensoriales de cualquier orden, y probaron un teorema de tipo Lewis en el contexto de ideales de polinomios homogéneos escalares y de formas multilineales. Es decir, dieron condiciones bajo las cuales $\mathcal{Q}(E)$ es isométricamente isoformo a $\mathcal{Q}^{min}(E)$, donde $\mathcal{Q}$ es un ideal maximal de polinomios n-homogéneos escalares.

El objetivo de la charla será enfocarnos en el problema vectorial. Trabajaremos con ideales de opreradores multilineales y polinomioales (es decir, aplicaciones multilineales o polinomios a valores vectoriales). Daremos las definiciones necesarias y probaremos un teorema de tipo Lewis en este contexto.

Referencias

[1] D. Carando and D. Galicer. The symmetric Radon-Nikodym property for tensor norms. J. Math. Anal. Appl., 375(2) (2011), 553-565.

[2] D.R. Lewis. Duals of tensor products. Banach Spaces anal. Funct., Proc. Pelczynski Conf., Kent 1976, Lect. Notes Math. 604 (1977), 57-66.

Expositor: **Martín Carlos Miglioli**
Autores: Martín Carlos Miglioli.
Lugar: Universidad de Buenos Aires, Buenos Aires.

Unitarización de subgrupos uniformemente acotados en álgebras de von Neumann finitas

La geometría del cono de operadores positivos en un álgebra de von Neumann finita fue estudiada en [1, 2]. Cada espacio tangente del cono esta munido de un producto interno que no es Hilbertiano en el caso de dimensión infinita. Usando resultados de estos artículos demostramos desde el punto de vista de la geometría métrica que los grupos uniformemente acotados de elementos inversibles en álgebras de von Neumann finitas son similares a grupos de unitarios [3]. Este teorema fue demostrado en [4] usando el teorema de Ryll-Nardzewski y las topologías débiles del álgebra, por lo que la demostración no es constructiva. Sin supuestos sobre el álgebra de operadores resultados de unitarización habían sido obtenidos suponiendo que el grupo es promediable. En este caso el unitarizante es la raiz cuadrada del centro de masa de los operadores hh^* con h en el grupo uniformemente acotado. En el caso de álgebras finitas sin supuestos de promediabilidad obtuvimos el unitarizante como la raiz cuadrada del baricentro del conjunto de los operadores hh^* usando el teorema de punto fijo de Bruhat-Tits. Es de destacar que el cono de operadores positivos es incompleto con la métrica introducida en [1] y el teorema de punto fijo de Bruhat-Tits requiere que el espacio sea completo.

Referencias

[1] E. Andruchow, G. Larotonda, *Nonpositively Curved Metric in the Positive Cone of a Finite von Neumann Algebra*, J. London Math. Soc. (2) 74 (2006), no. 1, 205-218.

[2] C. Conde, G. Larotonda, *Spaces of nonpositive curvature arising from a finite algebra*, J. Math. Anal. Appl. 368 (2010), no. 2, 636–649.

[3] M. Miglioli *Unitarization of uniformly bounded subgroups in finite von Neumann algebras*, arXiv:1302.7303.

[4] F. H. Vasilescu, L. Zsido, *Uniformly bounded groups in finite W^*-algebras*, Acta Sci. Math. (Szeged), 36 (1974), 189-192.

3. Análisis Numérico

Conferencias invitadas

- Ricardo Oyarzúa , Conforming mixed finite-element methods for the coupling of fluid flow with porous media flow.
- M. Sebastián Pauletti, Diseño de librerías para el método isogeométrico.

Expositor: **Ricardo Oyarzúa**
Autores: Marco Discacciati, Gabriel N. Gatica, Salim Medahhi, Ricardo Oyarzúa and Francisco J. Sayas.
Lugar: Departamento de Matemática, Universidad del Bío-Bío.

Conforming mixed finite-element methods for the coupling of fluid flow with porous media flow

In this talk we review recent advances in numerical methods for the coupling of fluid flow with porous media flow. Flows are governed by the Stokes and Darcy equations, respectively, and the corresponding transmission conditions are given by mass conservation, balance of normal forces, and the Beavers-Joseph-Saffman law. We consider the usual primal formulation in the Stokes domain and the dual-mixed one in the Darcy region and show that use of any pair of stable Stokes and Darcy elements implies the well-posedness of the corresponding Stokes-Darcy Galerkin scheme. Later, we extend this previous results to the Navier-Stokes/Darcy coupled problem. Finally, we provide several numerical results illustrating the good performance of the Galerkin methods for different geometries of the problem.

Expositor: **Elías Cancela**
Autores: E. D. Cancela, G. N. Simonetti & C. Zuppa.
Lugar: Departamento de Matemáticas, universidad Nacional de San Luis.

Error estimates for the interpolating moving least-squares method

In this work, a new class of Sheppard interpolating functions are introduced. Then, the interpolating moving least-squares (IMLS) method is discussed in details. A simpler expression of the approximation function of the IMLS method is obtained. Compared with the moving least-squares (MLS) approximation, the shape function of the IMLS method satisfies the property of Kronecker Delta function. Then the meshless method based on the IMLS method can overcome the difficulties of applying the essential boundary conditions. The error estimates of the approximation function in Sobolev norms of the IMLS method are presented in n-dimensional space. Then the interpolating element-free Galerkin (IEFG) method based on the IMLS method is presented for potential problems. The advantage of the IEFG method is that the essential boundary conditions can be applied directly and easily. Some selected numerical examples are given to confirm the theories.

Expositor: **Nahuel Caruso**
Autores: Nahuel Caruso, Margarita Portapila.
Lugar: CIFASIS-CONICET, FCEIA-UNR.

Implementación del Método de Reciprocidad Dual Regular Local (MRD-RL)

En este trabajo se presenta una nueva técnica numérica a partir del Método de Reciprocidad Dual (Dual Reciprocity Method, DRM) considerando sólo puntos internos de colocación de la ecuación integral y una interpolación local con funciones de base radial (Radial Basis Functions, RBF). La técnica, se ha denominado *Método de Reciprocidad Dual Regular Local (Regular Local Dual Reciprocity Method, RL-DRM)* [1] debido a que no se consideran puntos de colocación sobre los contornos de los subdominios, de modo que las ecuaciones integrales resultan siempre regulares. Para ilustrar las buenas soluciones obtenidas por este método se presentan resultados numéricos para problemas en 2D utilizando funciones de base radial Multicuádricas (Multiquadric, MQ).

Referencias

[1] Caruso N. D., Portapila M., Power H. (2012), *Local regular dual reciprocity method for 2D convection-diffusion equation*, WIT Transactions on Engineering Sciences. ISBN: 978-1-84564-622. Pages: 27-37

Expositor: **Eduardo M. Garau**
Autores: Juan Pablo Agnelli, Eduardo M. Garau, Pedro Morin.
Lugar: FAMAF (UNC), FIQ (UNL), IMAL (CONICET - UNL)..

Localized a posteriori error estimation for elliptic problems with singular sources

Elliptic problems with Dirac delta sources arise for example in modeling pollutant transport and degradation in an aquatic media [ABR07]. In this kind of application, the quantity of interest (pollutant concentration) is usually desired to be known only on a subset D of the general domain Ω. In such cases, it is desirable to construct an AFEM that takes advantage of the local nature of the desired output by directing refinement toward the region of interest. In this work, following the ideas in [LN03], we derive a local a posteriori error estimator for linear elliptic problems with a Dirac delta source term over general polygonal domains in 2d. It consists of H^1-type local error indicators in a slightly larger subdomain, plus L_p-type ($p > 2$) local error indicators outside this subdomain, which account for the pollution effects. The estimator constitutes an upper bound for the energy error in the local region of interest and is the building block of a local adaptive refinement procedure. We document the performance of this algorithm by presenting some numerical experiments and comparisons with other estimators.

Referencias

[ABR07] R. Araya, E. Behrens and R. Rodríguez, *An adaptive stabilized finite element scheme for a water quality model*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. **196** (2007), 2800-2812.

[LN03] X. Liao and R.H. Nochetto, *Local a posteriori error estimates and adaptive control of pollution effects*, Numer. Methods Partial Differential Equations **19** (2003), no. 4, 421–442.

Expositor: **Adrián Alvarez**
Autores: Adrián Alvarez, Diego Rial.
Lugar: ECyT-UNSAM, Dpto. de Matemática-FECyN-UBA.

Métodos de descomposición temporal para problema irreversibles

En este trabajo presentamos métodos de splitting de alto orden sin pasos negativos, esto permite que sean usados también en problemas irreversibles. Los métodos consisten en realizar combinaciones afines de los resultados obtenidos con integradores de Lie–Trotter de pasos diferentes. Si bien el número de integraciones básicas necesarias es mayor que en los integradores simplécticos, la posibilidad de hacer los cálculos en paralelo permite reducir los tiempos de proceso. Se prueba la convergencia para una clase de ecuaciones diferenciales semilineales que incluye a muchos problemas hamiltonianos y ecuaciones de reacción–difusión.

Expositor: **Carlos Zuppa**
Autores: Carlos Zuppa.
Lugar: Departamento de Matemáticas. Universidad Nacional de San Luis.

Preconditioned Inexact Descent Algotihms for p-Laplacian

In this work, we investigate some computational issues for the finite element approximation of the p-Laplacian with Dirichlet data

$$\begin{aligned} -\mathbf{div}(|\nabla u|^{p-2}\nabla u) &= f, \quad \text{in } \Omega, \\ u &= 0, \quad \text{on } \partial\Omega, \end{aligned}$$

where $1 < p < \infty$ and $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ is a bounded open set with Lipschitz boundary. It is believed that this equation contains most of the essential difficulties in the studies of finite element approximations for a class of degenerate nonlinear systems, where many of the existing techniques in the finite element method do not seen to work well.

We introduce a class of inexact descent methods with preconditioners, and carried out convergence analysis. We showed that convergence rate is mesh independent. The numerical tests show that the algorithms are able to solve large scale p-Laplacian with very large p. The algorithm is used to solve a variational inequality.

Expositor: **Victoria Vampa**
Autores: Victoria Vampa y María T. Martín.
Lugar: Universidad Nacional de La Plata.

Un método Wavelet-Galerkin Adaptativo para ecuaciones diferenciales parciales parabólicas

En los últimos años los métodos de wavelet-Galerkin han sido ampliamente utilizados como alternativa al tradicional método de elementos finitos para la resolución numérica de ecuaciones diferenciales parciales. Las técnicas de multirresolución son utilizadas con creciente interés y ventajosos resultados en numerosos campos de la ciencia.

En este trabajo se presenta un método para resolver numéricamente ecuaciones diferenciales de la forma $u_t = \mathcal{L}u + \mathcal{N}f(u)$, donde $\mathcal{L}$ es un operador diferencial y $\mathcal{N}f(u)$ es una función no-lineal. Luego de aplicar un esquema en diferencias temporal, se ataca el problema espacial utilizando un análisis multirresolución spline cúbico sobre intervalo. En una primer etapa se usa el Método Galerkin-Modificado [1] con el fín de obtener una aproximación en una escala inicial y en términos de las funciones de escala y luego se diseñan wavelets sobre el intervalo para refinar convenientemente la escala de la aproximación [2]. Una estimación del error realizada en cada paso temporal permite determinar la escala j necesaria para lograr la precisión requerida. Se presentaran aplicaciones del método comparando con otras técnicas de resolución [3].

Referencias

[1] V. Vampa, M. T. Martín, and E. Serrano, *A hybrid method using wavelets for the numerical solution of boundary value problems on the interval*, Appl. Math. Comput., Vol. 217, 7 (2010), 3355-3367.

[2] V. Vampa, M. T. Martín, and E. Serrano, *A new refinement Wavelet-Galerkin method in a spline local multiresolution analysis scheme for boundary value problems*, to appear in Int. Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing, Vol. 11, 2 (2013), 1350015.

[3] B V. Kumar and M. Mehra, *Wavelet Galerkin Method for the Burgers equation*, BIT Numerical Mathematics 45 (2005), 543-560.

4. Análisis Real y Armónico y Teoría de Aproximación

Conferencias invitadas

- Ana Bernardis, El operador maximal local y los pesos A_p laterales. .
- Pablo De Napoli, Desigualdades y teoremas de inmersión que mejoran cuando las funciones tienen simetría radial.
- Pablo Shmerkin, Continuidad absoluta de convoluciones de Bernoulli.
- Sheldy Ombrosi, Desigualdades con peso para Integrales Singulares.

Expositor: **Adrián Cabral**
Autores: Bruno Bongioanni, Adrián Cabral y Eleonor Harboure.
Lugar: Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (CONICET - UNL) - Facultad de Ingeniería Química (UNL).

Acotación de operadores en espacios de Hardy-Schrödinger con pesos y extrapolación a $L^p(w)$

Sea $\mathcal{L} = -\Delta + V$ un operador de Schrödinger con un potencial V no negativo y que satisface una desigualdad anti-Hölder de orden q, $q > d/2$, donde la dimensión $d \geq 3$.

Asociado a V se define la función radio crítico

$$\rho(x) = \sup\left\{ r > 0 : \frac{1}{r^{d-2}} \int_{B(x,r)} V \ \leq 1 \right\}, \qquad x \in \mathbb{R}^d.$$

El sustituto de las clases de pesos de Muckenhoupt A_p, son en este caso las clases A_p^ρ, formadas por los pesos w tales que

$$\left(\int_B w \right)^{1/p} \left(\int_B w^{-\frac{1}{p-1}} \right)^{1/p'} \leq C|B| \left(1 + \frac{r}{\rho(x)} \right)^{\theta},$$

para toda bola $B = B(x,r)$ y para algún $\theta \geq 0$, las cuales fueron introducidas en [1]. En este contexto definimos el espacio de Hardy $H^1_{\mathcal{L}}(w)$, con $w \in A_1^\rho$.

El objetivo de este trabajo es mostrar como operadores T característicos del análisis armónico asociado a $\mathcal{L}$, como ser la transformada de Riesz-Schrödinger, resultan acotados de $H^1_{\mathcal{L}}(w)$ en $L^1(w)$, es decir

$$\|Tf\|_{L^1(w)} \leq C\|f\|_{H^1_{\mathcal{L}}(w)},$$

donde w es un peso tal que $w^{s'} \in A_1^{\rho}$ y $s > 1$ depende de la "suavidad" y "tamaño" del operador T en cuestión.

Además, a partir de dicha acotación y usando un apropiado teorema de extrapolación (ver [2]), se prueba que tales operadores T son acotados en $L^p(w)$ para $1 < p < s$ y w tal que $w^{(s/p)'} \in A_{\tau_p}^{\rho}$ con $\tau_p = p(\frac{s-1}{s-p})$.

Referencias

[1] B. Bongioanni, E. Harboure, and O. Salinas. Classes of weights related to Schrödinger operators. *J. Math. Anal. Appl.*, 373 (2) : 563–579, 2011.

[2] D. Cruz-Uribe, J. Martell, and C. Pérez. Weights, extrapolation and the theory of Rubio de Francia, volume 215 of *Operator Theory: Advances and Applications*. Birkhäuser/Springer Basel AG, Basel, 2011.

Expositor: **Guillermo Flores**
Autores: Elida Ferreyra, Guillermo Flores.
Lugar: FaMAF-UNC, CIEM-CONICET.

Acotación de operadores integrales sobre espacios tipo BMO con pesos

Dado $0 < \alpha < 1$, consideramos el operador T_α definido por

$$T_\alpha f(x) = \int_{\mathbb{R}} \frac{f(y)}{|x-y|^{\alpha}|x+y|^{1-\alpha}} dy.$$

De manera conveniente, podemos estimar T_α con la suma del operador clásico de Calderón S y una Maximal local M_{loc}. ($S = P+Q$, donde P es el operador de Hardy y Q es el operador adjunto de P).

Esto nos permite recuperar los resultados contenidos en [3] usando acotaciones ya conocidas y, por otra parte, obtener una nueva propiedad de acotación en el extremo $p = \infty$.

Para ello definimos el espacio $BMO_0(\omega)$, ω un peso, como la familia de funciones en $L^1_{loc}(\mathbb{R})$ que satisfacen las siguientes condiciones:

$$\frac{1}{\omega^{-1}(I)} \int_I |f| \leq c_1, \text{ para todo } I = (-R, R),\ R > 0, \text{ y} \tag{1}$$

$$\frac{1}{\omega^{-1}(I)} \int_I |f - f_I| \leq c_2, \text{ para todo } I = (x_0 - r, x_0 + r),\ 0 < r < \tfrac{1}{4}|x_0|. \tag{2}$$

En $BMO_0(\omega)$ consideramos la norma $||f||_{BMO_0(\omega)} = \text{ínf}\{c_1 + c_2\}$, donde el ínfimo se toma sobre las constantes c_1 y c_2 que satisfacen las condiciones (1) y (2) respectivamente.

En este contexto hemos obtenido el siguiente resultado:

Sea $\omega^{-1} \in A_1$ tal que $\omega(-x) \leq c\omega(x)$ p.c.t. $x \in \mathbb{R}$ y alguna constante $c > 0$. Si $f \in BMO_0(\omega)$ y $Qf(x)$ es finito para algún punto x, entonces $T_\alpha f \in BMO(\omega)$ y existe $C > 0$ independiente de f tal que $||T_\alpha f||_{BMO(\omega)} \leq C||f||_{BMO_0(\omega)}$.

En el caso $\omega \equiv 1$, se puede ver que existen funciones en BMO_0 que no son acotadas y que, más aún, satisfacen que $Qf(x)$ es finito.

Bibliografía

[1] Chicco Ruiz, A., Harboure, E., *Weighted local BMO spaces and the local Hardy-Littlewood maximal operator*, Rev. de la UMA, 52 n^o 1, 47-56, (2011).

[2] Duoandikoetxea, J., Martín-Reyes, F. J., Ombrosi, S., *Calderón weights as Muckenhoupt weights*, Indiana Univ. Math. J.

[3] Riveros, M. S., Urciuolo, M., *Weighted inequalities for integral operators with some homogeneous kernels*, Cech. Math. J., 55 (130), 423-432, (2005).

[4] Lin, C.-C., Stempak, K., *Local Hardy- Littlewood maximal operator*, Math. Ann. 348, 797-813, (2010).

Expositor: **Estefanía Dalmasso**
Autores: Ana Bernardis, Estefanía Dalmasso, Gladis Pradolini.
Lugar: Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (CONICET-UNL) - Facultad de Ingeniería Química (UNL).

Acotación de operadores maximales fraccionarios generalizados en espacios de Orlicz

Dada η una función de Young submultiplicativa y $0 < \alpha < n$, consideramos el operador maximal fraccionario generalizado definido por

$$M_{\alpha,\eta} f(x) = \sup_{B \ni x} |B|^{\alpha/n} \|f\|_{\eta,B}, \quad x \in \mathbb{R}^n,$$

donde $\|f\|_{\eta,B} = \text{ínf}\{\lambda > 0 : \frac{1}{|B|}\int_B \eta(|f(x)|/\lambda)dx \leq 1\}$ y B es una bola.

Motivados por el trabajo de [HSV], probamos la acotación del operador $M_{\alpha,\eta}$ sobre espacios de Orlicz. En este sentido, caracterizamos los pares de funciones (ψ, ϕ) tales que $M_{\alpha,\eta} : L^\psi(\mathbb{R}^n) \hookrightarrow L^\phi(\mathbb{R}^n)$. El caso $\alpha = 0$ fue estudiado por [KPS] en el contexto más general de espacios de tipo homogéneo.

Referencias

[KPS] Kanashiro, A., Pradolini, G. and Salinas, O.: *Weighted modular estimates for a generalized maximal operator on spaces of homogeneous type*, Collect. Math. 63, No. 2 (2010), 147-164.

[HSV] Harboure, E., Salinas, O. and Viviani, B.: *Orlicz boundedness for certain classical operators*, Colloq. Math. 91, No. 2 (2002), 263-282.

Expositor: **Cecilia Ferrari Freire**
Autores: Ana Bernardis(ab)-Raquel Crescimbeni(c)-Cecilia Ferrari Freire(c).
Lugar: (a) IMAL(CONICET-UNL) (b)FIQ(UNL) (c)FaEA(UNCo).

Acotaciones con pesos de operadores maximales de tipo Cesàro en espacios producto

En [BMR] los autores se plantean las acotaciones con pesos para el operador maximal de Cesáro $n-$dimensional M_α definido como

$$M_\alpha f(x) = \sup_{R>0} \frac{1}{R^{n+\alpha-1}} \int_{Q(x,R)} |f(y)| d(y, \partial Q(x,R))^{\alpha-1}\, dy, \qquad 0 < \alpha \leq 1,$$

donde $d(y, \partial Q(x,R))$ denota la distancia de y al borde del cubo $Q(x,R)$ considerando la distancia con la norma infinito, es decir, $d(y, \partial Q(x,R)) = \min\limits_{1\leq i\leq n} \{x_i + R - y_i, y_i - (x_i - R)\}$. En dicho trabajo se caracterizan los pesos w para los cuales el operador M_α resulta ser de tipo fuerte y de tipo débil con respecto a la medida $w(x)dx$.

Dado $L \in \mathbb{N}$, consideramos a $\mathbb{R}^n$ compuesto por L bloques: $\mathbb{R}^n = \mathbb{R}^{n_1} \times \cdots \times \mathbb{R}^{n_L}$. Dado $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \cdots, \alpha_L)$ con $0 < \alpha_i \leq 1$, $i = 1, \cdots, L$, definimos el operador maximal

$$\mathcal{M}_{\bar{\alpha}} f(x) = \sup_{\epsilon_i>0, 1\leq i\leq L} \frac{1}{\prod_{i=1}^{L} \epsilon_i^{n_i+\alpha_i-1}} \int_{Q_1} \cdots \int_{Q_L} |f(y)| \prod_{i=1}^{L} d(y^i, \partial Q_i)^{\alpha_i-1}\, dy^L \cdots dy^1,$$

donde $Q_i = Q(x^i, \epsilon_i)$ y $x^i, y^i \in \mathbb{R}^{n_i}$, $i = 1, \cdots, L$.

Este trabajo está dedicado a caracterizar los pesos w para los cuales el operador maximal $\mathcal{M}_{\bar{\alpha}}$ resulta de tipo fuerte y de tipo débil (p,p) con respecto a la medida $w(x)dx$.

Referencias

[BMR] Bernardis, A.L.; Martín-Reyes, F.J.; *The Cesàro maximal operator in dimension greater than one.* J. Math. Anal. Appl. 288 (2003) 69-77.

Expositor: **Federico D. Kovac**
Autores: Carlos Cabrelli (1), Federico D. Kovac (2).
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas, UBA (1), Facultad de Ingeniería, UNLPam (2).

Bases y Marcos de Subespacios de Espacios Invariantes por Traslaciones

Los Marcos de Subespacios (FuF, por Fusion Frame) fueron introducidos en [1], junto con los conceptos de Secuencia de Bessel de Subespacios (BSS) y familias biortogonales de subespacios. En dicho trabajo también se mencionan las bases de Riesz de Subespacios (RBS). Todas estas estructuras son generalizaciones naturales de sus pares vectoriales, y por lo tanto cabe preguntarse que propiedades comparten con estas. Algunas de estas propiedades se exponen en [1]. Mas tarde han aparecido un importante número de publicaciones sobre el tema, ver por ejemplo [2]. (En el el sitio http://www.fusionframe.org/ hay una extensa lista de articulos).

En este trabajo se extiende al contexto de subespacios de un espacio de Hilbert la noción de Base de Schauder, a las que llamaremos Bases de Subespacios (BoS). Se dan diferentes equivalencias para que una familia sea una RBS, una BSS, un FuF, y se dan condiciones bajo las cuales un FuF es una RBS. También se caracterizan las familias de subespacios para las cuales existe una única familia biortogonal, y se presenta un criterio para "refinar" un FuF, concepto introducido en [3].

Finalmente, se presenta una caracterización de estas estructuras para el caso particular de subespacios de $L^2(\mathbf{R}^n)$ invariantes por traslaciones (SIS). Típicamente, en estos espacios las diferentes esturcturas se caracterizan por medio de estructuras similares en los espacios de las fibras en $l^2(\mathbf{Z}^n)$ con alguna condición de uniformidad (ver, por ejemplo, [4]). Precisamente ese es el resultado obtenido: se tiene FuF (resp. RBS) si, para casi todo punto, los espacios de las fibras forman un FuF (resp. RBS) con constantes uniformes. Lo mismo aplica para la noción de Bessel Sequence of Subspaces (BSS), y para la existencia de familias biortogonales de subespacios. En cuanto a la construcción de FuF de SIS, trabajamos para adaptar los métodos estandard que se utilizan para obtener descomposición en suma ortogonal de SIS, que básicamente consisten en particionar el espectro del SIS. Pudimos demostrar que escribiendo el espectro como unión de conjuntos con superposición finita (salvo medida nula, cada punto pertenece a lo mas a N conjuntos) se obtiene un FuF para el espacio dado.

Referencias:

[1] P. Casazza, G. Kutyniok: **Frames of Subspaces**. Wavelets, Frames and Operator Theory (College Park, MD, 2003), 87-113, Contemp. Math. 345, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2004.

[2] W. Sun: **G-Frames and G-Riesz Bases**. Journal of Mathematical Analysis and Applications Vol. 322, Issue 1 (2006), 437-452.

[3] M. Ruiz, D. Stojanoff, **Frames of subspaces and operators.** arXiv: 0706.1484v2 [math.FA], 21 pages.

[4] M. Bowník, **The structure of Shift-Invariant Subspaces of $L^2(\mathbf{R}^n)$.** J. Funct. Anal. 177 (2000), 282–309.

Expositor: **Carolina A. Mosquera**
Autores: Carlos Cabrelli, Victoria Paternostro y Carolina A. Mosquera..
Lugar: FCEyN (UBA) e IMAS (CONICET), Buenos Aires, Argentina .

COMBINACIONES LINEALES DE GENERADORES DE MARCO EN SISTEMAS DE TRASLACIONES.

Los espacios invariantes por traslaciones son subespacios cerrados de $L^2(\mathbb{R}^d)$ que son invariantes por traslaciones enteras. Estos espacios cumplen un rol muy importante en teoría de aproximación, análisis armónico, teoría de wavelets, muestreo y procesamiento de señales [1, 3, 4, 5].

Un subespacio cerrado V de $L^2(\mathbb{R}^d)$ invariante por traslaciones se dice finitamente generado, si existe una cantidad finita de funciones cuyas traslaciones enteras lo generan. En el caso que estas traslaciones formen un marco de V, las funciones se llaman generadores de marco. En este trabajo, damos condiciones necesarias y suficientes para que combinaciones lineales de generadores de marco produzcan generadores de marcos minimales. Además, obtenemos una caracterización completa para el caso de bases de Riesz y bases ortonormales de traslaciones. Sorprendentemente nuestros resultados son muy diferentes a los recientemente obtenidos en [2] para el caso en que la propiedad de marco no es requerida.

Referencias

[1] A. Aldroubi and K. Gröchenig. Nonuniform sampling and reconstruction in shift-invariant spaces. *SIAM Rev.*, 43(4):585–620 (electronic), 2001.

[2] M. Bownik and N. Kaiblinger. Minimal generator sets for finitely generated shift-invariant subspaces of $L^2(\mathbb{R}^n)$. *J. Math. Anal. Appl.*, 313(1):342–352, 2006.

[3] K. Gröchenig. *Foundations of time-frequency analysis.* Applied and Numerical Harmonic Analysis. Birkhäuser Boston Inc., Boston, MA, 2001.

[4] E. Hernández and G. Weiss. *A first course on wavelets.* Studies in Advanced Mathematics. CRC Press, Boca Raton, FL, 1996. With a foreword by Yves Meyer.

[5] S. G. Mallat. Multiresolution approximations and wavelet orthonormal bases of $L^2(\mathbb{R})$. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 315(1):69–87, 1989.

Expositor: **Actis, Marcelo**
Autores: Actis, Marcelo (a)(b) - Aimar, Hugo (a)(b).
Lugar: (a)Facultad de Ingeniería Química (UNL) / (b) IMAL (CONICET-UNL).

Convergencia puntual al dato para difusiones no locales definidas a partir de operadores diádicos de diferenciación fraccionaria

Si $W_t(x)$ denota el núcleo de Weierstrass en $\mathbb{R}^n$, la función $u(x,t) = (W_t * u_0)(x)$ resuelve la ecuación del calor $\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u$ en $\mathbb{R}^{n+1}_+$ y el dato inicial se satisface puntualmente siempre que u_0 pertenezca a algún $L^p(\mathbb{R}^n)$ $(1 \leq p \leq \infty)$. La principal herramienta analítica involucrada en la prueba de la convergencia puntual es la acotación del $\sup_{t>0} |u(x,t)|$ por la maximal de Hardy-Littlewood.

La situación anterior admite de alguna manera una generalización inmediata al caso de difusiones no locales. En este caso, el laplaciano en las variables espaciales es sustituido por el operador de derivación fraccionaria de orden s, con $0 < s < 2$, que viene dado por

$$D^s f(x) = p.v. \int \frac{f(x) - f(y)}{|x-y|^{n+s}}\, dy. \tag{4}$$

La fórmula anterior es un representación vía núcleo del operador *Dirichlet to Neumman* generalizado. Ver [2].

En este trabajo consideraremos un problema de difusión no local asociado a una derivada fraccionaria similar a (4) que fue introducida en [1], la cual se define a partir de las particiones diádicas de $\mathbb{R}$ y el sistema de Haar. En particular, probaremos que la maximal de Hardy-Littlewood aún domina la situación y que la convergencia puntual al dato no requiere regularidad. Como en el caso euclídeo, la integrabilidad L^p es suficiente.

Referencias

[1] Hugo Aimar, Bruno Bongioanni, and Ivana Gómez, *On dyadic nonlocal Schrödinger equations with Besov initial data*, J. Math. Anal. Appl. **407** (2013), no. 1, 23–34.

[2] Luis Caffarelli and Luis Silvestre, *An extension problem related to the fractional Laplacian*, Comm. Partial Differential Equations **32** (2007), no. 7-9, 1245–1260.

Expositor: **Jorgelina Recchi**
Autores: Jorgelina Recchi.
Lugar: Universidad Nacional del Sur.

Decaimiento exponencial con pesos

Para un cubo Q y dado un par de operadores T_1 y T_2, definimos la función conjunto de nivel como:

$$\varphi(t) := \frac{1}{|Q|}|\{x \in Q : |T_1 f(x)| > t|T_2 f(x)|\}|, \quad t > 0.$$

En [O-CPR13] se probaron estimaciones óptimas del decaimiento de $\varphi(t)$ para distintos pares de operadores T_1 y T_2 con ciertas propiedades; entre los cuales se encuentran los operadores de Calderón Zygmund con la maximal de Hardy-Littlewood M, el conmutador con M^2 o funciones cuadrado diádicas con M.

En relación a este trabajo, nosotros hemos probado el decaimiento exponencial para otros pares de operadores como la integral fraccionaria con la maximal fraccionaria y el conmutador “fraccionario”con $M_{\alpha,B}$.
Además, generalizamos todos los resultados de [O-CPR13] para un peso $w \in A_\infty$. Es decir, probamos el decaimiento exponencial de

$$\varphi_w(t) := \frac{1}{w(Q)} w(\{x \in Q : |T_1 f(x)| > t|T_2 f(x)|\}), \quad t > 0.$$

para distintos pares de operadores T_1, T_2 que mencionaremos en la comunicación.

Referencias

[O-CPR13] C.Ortiz-Carballo, C.Pérez y E.Rela, *Exponential decay estimates for Singular Integral operators.*To appear in Mathematische Annalen.

Expositor: **Ignacio Ojea**
Autores: Gabriel Acosta - Ignacio Ojea.
Lugar: IMAS - UBA.

Desigualdades de Korn con pesos sobre cúspides exteriores

La desigualdad de Korn es una herramienta fundamental en el estudio de problemas de elasticidad. Particularmente, es crucial para probar la coercividad de la forma bilineal asociada a las ecuaciones de elasticidad lineal. Esta desigualdad establece que, bajo ciertas condiciones:

$$\|Du\|_{L^p(\Omega)^{n\times n}} \leq C\|\varepsilon(u)\|_{L^p(\Omega)^{n\times n}} \tag{5}$$

Donde $u \in W^{1,p}(\Omega)^n$ es un campo vectorial que describe el desplazamiento de cada punto de Ω al ser éste sometido a ciertas tensiones; mientras que $\varepsilon(u)$ es la parte simétrica de la matriz diferencial de u: $\varepsilon(u) = \frac{1}{2}(Du + Du^t)$.

Naturalmente, existen funciones u para las cuales la desigualdad no es cierta, por lo que se hace necesario imponer condiciones adicionales. El llamado primer caso de la desigualdad establece que (5) vale para toda $u \in W_0^{1,p}(\Omega)^n$, siendo Ω un abierto cualquiera. En el *segundo caso* se estudia la validez de (5) para funciones $u \in W^{1,p}(\Omega)^n$ tales que $\int_\Omega \frac{1}{2}(Du - Du^t) = 0$

Este segundo caso depende fuertemente de la naturaleza del dominio Ω. Varios autores han propuesto demostraciones de la validez de (5) sobre dominios regulares. Por otra parte, se sabe que la desigualdad de Korn, en el segundo caso, no es cierta para algunos dominios singulares, como las cúspides exteriores.

En este trabajo presentamos una demostración de una desigualdad de Korn en espacios con pesos para una clase muy general de cúspides exteriores. El aspecto más interesante de nuestra definición de cúspide es que no requiere de una descripción precisa del borde del dominio, sino sólo de su comportamiento cuspidal. Inicialmente, probamos la desigualdad para cúspides formadas por una unión de rectángulos. Luego, a través de un procedimiento de extensión, desarrollado en [2], extendemos el resultado para cúspides generales. Nuestros resultados generalizan los obtenidos previamente para cúspides de tipo potencia en [3]. Por otro lado, los contraejemplos propuestos en [1] permiten probar la optimalidad de los pesos obtenidos.

Referencias

[1] Acosta, G., Durán, R. López García, F.; *Korn inequality and divergence operator: counterexamples and optimality of weighted estimates.* Proc. Amer. Math. Soc. (2012)

[2] Acosta, G., Ojea, I.; *Extension theorems for external cusps with minimal regularity.* Pacific Journal of Mathematics, 259(1) (2012), 1-39.

[3] Durán, R., López García, F.; *Solutions of the divergence and Korn inequalities on domains with an external cusp.* Ann. Acad. Sci. Fenn. Math., 35, (2010), 421-438.

Expositor: **Osvaldo Gorosito**
Autores: Osvaldo Gorosito, Ana María Kanashiro, Gladis Pradolini.
Lugar: FIQ (UNL), IMAL (UNL-CONICET).

Desigualdades pesadas al revés para operadores maximales en espacios de Orlicz

Sea η una función de Young submultiplicativa. Si f es una función localmente integrable y Q es un cubo en $\mathbb{R}^n$, sea $\|f\|_{\eta,Q}$ el promedio η de f sobre Q. El operador maximal generalizado M_η se define por

$$M_\eta f(x) = \sup \|f\|_{\eta,Q},$$

donde el supremo se toma sobre todos los cubos Q que contienen a x.
En este trabajo se prueba que, en el contexto de los espacios de Orlicz, las desigualdades modulares y fuertes pesadas al revés asociadas al operador M_η son equivalentes a las condiciones tipo Dini al revés.
Este resultado generaliza el trabajo en [1].

Referencias

[1] H. Kita: *A reverse weighted inequality for Hardy-Littlewood maximal function in Orlicz spaces*, Acta Math. Hungar, Volume 98(1-2), (2003), pp 85-101.

Expositor: **Mariel Rosenblatt**
Autores: Mariel Rosenblatt, Eduardo Serrano y Alejandra Figliola.
Lugar: UNGS y UNSAM.

Diseño de Funciones con Frontera 2-Microlocal Afín

La frontera 2-microlocal es una curva en $\mathbb{R}^2$ que permite analizar en profundidad la regularidad de una función f en un punto $x_0 \in Dom(f) \subset \mathbb{R}^d$. De esta curva pueden extraerse distintos exponentes de regularidad, entre ellos: $\alpha_p(x_0)$ y $\alpha_L(x_0)$, los exponentes Hölder puntual y local asociados a f en x_0.
Se define en cada x_0 como la frontera del conjunto $\left\{(s,s') \in \mathbb{R}^2 : f \in \mathcal{C}_{x_0}^{(s,s')}\right\}$, donde $f \in \mathcal{C}_{x_0}^{(s,s')}$ si sus coeficientes wavelet verifican que: existe $C > 0$ tal que

$$|c_{j,k}| \leq C 2^{-js}\left(1 + \left|k - 2^j x_0\right|\right)^{-s'} \qquad \forall j,k \in \mathbb{Z} \text{ tales que } \left|x_0 - k2^{-j}\right| < 1$$

Mediante la parametrización de la frontera 2-microlocal dada por (σ, s), con $\sigma = s + s'$, y siguiendo las líneas estudiadas en [3], [1] y [2] acerca de la prescripción de fronteras 2-microlocales, en este trabajo diseñamos funciones cuya frontera 2-microlocal en $x_0 = 0$ es una curva que pasa por los puntos $(0, \alpha_p), \&(\alpha_L, \alpha_L)$, siendo la porción de curva que une estos dos puntos un segmento, donde α_p y α_L son los exponentes Hölder puntual y local de f en $x_0 = 0$.
Concretamente, si $0 < \alpha_L < \alpha_p < 1$ y $\frac{\alpha_p - \alpha_L}{\alpha_p} = \frac{a}{b}$ con a y b naturales coprimos, seleccionando los coeficientes wavelet $c_{j,k}$, para cada j, de acuerdo a las reglas:

$$\begin{aligned} |c_{j,k}| &\leq 2^{-j\alpha_p}(1 + |k|)^{\alpha_p} & & si \;\; |k| \leq 2^{j\frac{a}{b}} - 1 & (6) \\ |c_{j,k}| &\leq 2^{-j\alpha_L} & & si \;\; 2^{j\frac{a}{b}} - 1 < |k| < 2^j & (7) \end{aligned}$$

y en particular, si $n \in \mathbb{N}$, para $j_n = nb$ y $k_n = 2^{na} - 1$:

$$|c_{j_n,k_n}| = 2^{-j_n \alpha_L} \tag{8}$$

la frontera 2-microlocal en $x_0 = 0$ de la función elemental

$$f(x) = \sum_{\{j,k : |k| < 2^j\}} 2^{-j/2}\, c_{j,k}\, \psi_{j,k}(x)$$

satisface lo requerido.

Referencias

[1] B. Guiheneuf, S. Jaffard and J. Lévy Vehel, Two results concerning chirps and 2-microlocal exponents prescription, *Applied and Computational Harmonic Analysis* **5**, (1998), 487–492.

[2] J. Lévy Vehel and S. Seuret, 2-microlocal Formalism, *Proc. Sympos. Pure Math., AMS* **72(2)** (2004), 153–215.

[3] Y. Meyer, *Wavelets, vibrations and scalings*. CRM Monograph Series, AMS (1997).

Expositor: **Isolda Cardoso**
Autores: Isolda Cardoso, Pablo Viola y Beatriz Viviani.
Lugar: UNR, UNICEN y UNL, respectivamente.

ECUACIONES DIFERENCIALES DE TIPO SCHRÖDINGER Y PESOS $A_{p,loc}$

Sea Ω un subconjunto no vacío, abierto y propio de $\mathbb{R}^n$. Consideramos el operador diferencial de segundo orden elíptico, de tipo Schrödinger,

$$Lu = Au + Vu = -\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij} u_{x_i,x_j} + Vu,$$

donde los coeficientes $a_{i,j}$ están en VMO y el potencial V satisface una condición reverse- Hölder apropiada.

En este trabajo se obtienen estimaciones a priori para el operador L en espacios de Sobolev pesados que involucran la distancia a la frontera de Ω y pesos en la clase $A_{p,loc}(\Omega)$, esto es : para $0 < \beta < 1$ se define la familia

$$\mathcal{F}_\beta = \{B = B(x_B, r_B) \subset \Omega : x_B \in \Omega,\ r_B < \beta d(x_B, \Omega^C)\};$$

diremos que un peso $w \in A_{p,\beta}(\Omega)$ si verifica

$$\sup_{B \in \mathcal{F}_\beta} \frac{1}{|B|} \left(\int_B w(x)dx \right)^{\frac{1}{p}} \left(\int_B w^{-\frac{p}{p'}}(x)dx \right)^{\frac{1}{p'}} = c_{p,\beta} < \infty,$$

para $p > 1$ y si $p = 1$ la segunda integral es reemplazada por el supremo esencial de w^{-1} en B. En [HBV] se prueba que estas clases de pesos son independientes de β. Para la obtención de estos resultados se usa la teoría de conmutadores de integrales singulares con núcleos variables y con núcleos integrables positivos, en el espíritu de los trabajos de [CFL] y [HBBV].

Referencias:

[CFL] Chiarenza, F.; Frasca, M. ; Longo, P.; *$W^{2,p}$-solvability of the Dirichlet problem for non divergence elliptic equations with VMO coefficients*; Trans. of AM. Math Soc., 336, No.1, 841-853 (1993).

[HBBV] Bramanti, M.; Brandolini, L.; Harboure, E.; Viviani, B.; *Global $W^{2,p}$ estimates for nondivergence elliptic operators with potentials satisfying a reverse Hölder condition*; Ann. Mat. Pura Appl. (4) 191, No. 2, 339-362 (2012).

[HSV] Harboure, E; Salinas, O; Viviani, B.; *Local Maximal Function and Weights in a General Setting*; Matematische Annalen, to appear.

Expositor: **Bibiana Iaffei**
Autores: Bibiana Iaffei * y Joseph Rosenblatt**.
Lugar: *IMAL (UNL-CONICET) FHUC(UNL) **Department of Mathematics - University of Illinois at Urbana-Champai.

Familias que inducen continuidad

Supongamos que $f : X \to Y$ es una función de un espacio métrico X en un espacio métrico Y. La continuidad de f está entonces caracterizada por el criterio de sucesiones usual: para cualquier sucesión $(x_n : n \geq 1)$ en X, con $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x_0 \in X$, se tiene $\lim\limits_{n\to\infty} f(x_n) = f(x_0)$. Fijada una clase de funciones continuas Φ que son funciones de X en X y fijada una clase de sucesiones convergentes $\mathcal{S}$ en X, cabe preguntarse qué clases de funciones continuas Φ y qué clases de sucesiones convergentes $\mathcal{S}$ son tales que la función f es siempre continua si se cumple esta propiedad:

(I): para todas las sucesiones $(x_n) \in \mathcal{S}$ y todas las funciones $\phi \in \Phi$, tenemos que $\lim\limits_{n\to\infty} f(\phi(x_n)) = f(\phi(x_0))$.

Específicamente consideraremos el caso en que X es $\mathbb{R}^d$ e Y es $\mathbb{R}$, con las topologías usuales. En un trabajo reciente de Ciesielski and Rosenblatt [1] se considera el caso de continuidad restringida para la clase de todas las traslaciones de un conjunto E ($T_t(x) = x+t$ donde $x \in E$ y $t \in \mathbb{R}^d$), y $\mathcal{S}$ consiste en todas las sucesiones convergentes en E. Ellos muestran que además de conjuntos de medida de Lebesgue positiva, hay conjuntos perfectos, compactos, nunca densos de medida cero para los cuales esta continuidad restringida implica la continuidad de f, y hay algunos conjuntos para los cuales esta continuidad restringida no es suficiente para garantizar que f es continua. Allí, siendo las traslaciones la clase de funciones Φ, si **(I)** implica continuidad depende de la naturaleza de las sucesiones convergentes $\mathcal{S}$ en E. En este trabajo nos focalizamos más en tratar de limitar el tamaño de $\mathcal{S}$, y la estructura de las funciones mismas, de modo que determinadas clases específicas Φ sean adecuadas para que **(I)** implique la continuidad de f. Estudiamos el caso en que $X = \mathbb{R}$ y $\mathcal{S}$ se compone de una única sucesión, y nos preguntamos acerca de qué familias Φ son lo suficientemente grandes para que la continuidad restringida implique la continuidad de f.

Referencias

[1] K. Ciesielski and J. Rosenblatt, *Continuity testing families*, preprint, 7 pages.

Expositor: **Gastón Beltritti**
Autores: Hugo Aimar, Gastón Beltritti e Ivana Gómez.
Lugar: IMAL.

Fórmulas de valor medio y aproximación no local de EDP's

El operador de Laplace en $\mathbb{R}^n$ puede obtenerse como el límite débil de operadores integrales con núcleos $\frac{1}{\varepsilon^2}(\Phi_\varepsilon - \delta_0)$ con $\Phi_\varepsilon(x) = \frac{1}{\varepsilon^n}\Phi(\frac{x}{\varepsilon})$ y Φ radial, suave y de soporte compacto. Ver [1].

Puesto que este tipo de funciones Φ son precisamente aquellas para las cuales el operador de Laplace manifiesta su propiedad esencial de valor medio ($u(x) = (\Phi_\varepsilon * u)(x)$ cuando $\Delta u = 0$) es posible esperar un comportamiento similar para otros operadores diferenciales para los que dispongamos de fórmulas de valor medio.

En este trabajo nos ocupamos en particular del caso parabólico y probamos, en este contexto que,

$$\frac{1}{\varepsilon^2}\left(\frac{1}{4\varepsilon^n}\iint_{E((x_0,t_0);\varepsilon)} u(x,t)\frac{|x-x_0|^2}{(t-t_0)^2}\,dxdt - u(x_0,t_0)\right) \tag{9}$$

converge al operador del calor ($u_t - \Delta u$). Observamos que (9) está construido desde la fórmula de valor medio parabólico

$$u(x_0,t_0) = \frac{1}{4\varepsilon^n}\iint_{E((x_0,t_0);\varepsilon)} u(x,t)\frac{|x-x_0|^2}{(t-t_0)^2}\,dxdt,$$

ver [2] para más detalles. También obtenemos fórmulas similares con núcleos más suaves.

Referencias

[1] Caffarelli, Luis. *Non local diffusions, drifts and games.* Nonlinear Partial Differential Equations: The Abel Symposium 2010. Series: Abel Symposia (H. Holden, K.H. Karlsen, Eds.) 7 Springer-Verlag, Berlin Heidelberg (2012) 37–52.

[2] Lawrence C. Evans. *Partial differential equations*, Graduate Studies in Mathematics 19, American Mathematical Society, Providence, RI, xviii+662 pp., 1998.

[3] Fuensanta Andreu-Vaillo, José M. Mazón, Julio D. Rossi, and J. Julián Toledo-Melero. *Nonlocal diffusion problems.* Mathematical Surveys and Monographs 165, American Mathematical Society, Providence, RI, xvi+256 pp., 2010.

Expositor: **Sigrid Heineken**
Autores: Sigrid Heineken, Patricia Morillas.
Lugar: Departamento de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires e IMAS – Instituto de Matemática Apl.

Marcos de fusión duales finitos

En este trabajo se estudian propiedades de marcos de fusión duales en espacios de Hilbert de dimensión finita. Se establece la relación de sistemas de marcos de fusión duales con marcos duales y sistemas de reconstrucción proyectivos duales. Se muestra que un marco de fusión redundante siempre posee un dual diferente del canónico. Se presentan condiciones bajo las cuales se obtiene unicidad para el dual de una base de Riesz de fusión. Se analizan los duales con respecto a los minimizadores del potencial de marco de fusión. Se exhiben ejemplos.

Expositor: **Horacio A. De Pasquale**
Autores: Horacio A. De Pasquale.
Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata.

Marcos generados por un operador en espacios de Hilbert

Dados dos espacios de Hilbert separables $\mathbf{H_1}$ y $\mathbf{H_2}$ sobre el mismo cuerpo de escalares y un operador $A \in \mathfrak{B}(\mathbf{H_1}, \mathbf{H_2})$ se conoce qué condiciones debe satistacer dicho operador para que transforme un marco o una base de Riesz para $\mathbf{H_1}$ en un marco o una base de Riesz para $\mathbf{H_2}$, respectivamente.

En el presente trabajo se estudian dos problemas relacionados.

1. Dados dos espacios de Hilbert separables sobre el mismo cuerpo de escalares, $\mathbf{H_1}$ y $\mathbf{H_2}$, un operador $A \in \mathfrak{B}(\mathbf{H_1}, \mathbf{H_2})$ y una sucesión de Bessel $\mathcal{F} = \{f_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ en $\mathbf{H_1}$, qué condiciones deben satisfacer el operador A y el operador de síntesis asociado a la sucesión $\mathcal{F}$ para que $\{Af_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ sea un marco o una base de Riesz para $\mathbf{H_2}$ o el rango del operador A. Se enuncian condiciones necesarias y suficientes sobre el operador A y el operador de síntesis asociado a $\mathcal{F}$, $T_{\mathcal{F}}$, para que $A(\mathcal{F}) := \{Af_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ sea un marco o una base de Riesz para $\mathbf{H_2}$ o el rango de A, $\mathrm{Ran}(A)$. Se extienden los resultados obtenidos al caso de sucesión de marco y sucesión de Riesz.

2. Bajo las mismas hipótesis sobre $\mathbf{H_1}$ y $\mathbf{H_2}$, dados un operador $A \in \mathfrak{B}(\mathbf{H_1}, \mathbf{H_2})$ de rango cerrado y un marco o una base de Riesz $\mathcal{H} = \{h_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ para $\mathbf{H_2}$ o el rango de A, $\mathrm{Ran}(A)$, bajo qué condiciones la sucesión $\mathcal{F} = \{f_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ de pre-imágenes por A, i.e., $Af_k = h_k,\ k = 1, 2, 3, \cdots$ tiene propiedades similares. Se prueba que aunque la sucesión $\mathcal{F}$ puede no tener la misma propiedad que $\mathcal{H}$, existe una sucesión de pre-imágenes $\Phi = \{\varphi_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ relacionada con la sucesión $\mathcal{F} = \{f_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ que genera una estructura de marco de fusión o base de Riesz

de fusión que permite un análisis más localizado para los elementos del espacio $\mathbf{H_1}$. Los resultados obtenidos se extienden la caso en que $\mathcal{H} = \{h_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ es una sucesión de marco o sucesión de Riesz.

Expositor: **Ignacio Garcia**
Autores: Ignacio Garcia (1) y Pablo Shmerkin (2).
Lugar: (1) Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Mar del Plata; (2) Universidad.

Medida packing de conjuntos autosimilares con solapamiento

Trabajamos con conjuntos autosimilares en $\mathbb{R}$ con solapamiento. Para u real, sea E_u el conjunto autosimilar generado por las similitudes $f_1(x) = x/4$, $f_2(x) = (x+1)/4$ y $f_3(x) = (x+u)/4$. Un resultado de [1] muestra que $\dim E_u = \log 3/\log 4$ para todo $u \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, donde dim denota la dimensión de Hausdorff. En [2] se construye un irracional u_0 para el cual $\mathcal{P}^{\log 3/\log 4}(E_{u_0}) = 0$, donde $\mathcal{P}^s$ es la medida packing s-dimensional. Este es el primer ejemplo de un conjunto autosimilar de dimensión menor que 1 tal que se anula su medida packing en su dimensión.

En esta charla se comentarán resultados correspondientes a la medida packing generalizada de estos conjuntos. Mostramos que la dimensión se puede 'bajar', en el sentido que hay funciones dimensión h menores que la potencia $x^{\log 3/\log 4}$ para las que también $\mathcal{P}^h(E_{u_0}) = 0$.

REFERENCIAS

[1] M. Hochman, *On self-similar sets with overlaps and inverse theorems for entropy*, arXiv:1212.1873v4.
[2] T. Orponen, *On the packing meassure of self-similar sets*, arXiv:1212.4813v1.

Expositor: **David E. Ferreyra**
Autores: H.H. Cuenya*, D. E. Ferreyra* y C. V. Ridolfi**.
Lugar: *Univ. Nac. de Río Cuarto, FCEFQyN- ** Univ. Nac. de San Luis-IMASL..

Mejor Aproximación Local en L^2

Es conocida la existencia del aproximante local de orden n de una función f de L^2 en k puntos de $\mathbb{R}$, $x_i, 1 \le i \le k$, asumiendo que f es derivable en el sentido de L^2 de orden $q-1$ en x_i, donde $n+1 = kq$.
Recientemente en [1], este resultado fué extendido al caso de que la función f es derivable en el sentido de L^2 de orden $q-2$ y tiene derivadas laterales en el sentido de L^2 de orden $q-1$ en cada punto.

Presentaremos aquí una nueva condición de derivabilidad que permite asegurar la existencia del aproximante local.
En el caso $k = 1$ generalizamos lo probado en [1], con una técnica diferente.
Para el caso $q = 1$ conseguimos un resultado en k puntos con k arbitrario.
Finalmente para k y $q \geq 1$ arbirarios se consiguió existencia del mejor aproximante local combinando la derivabilidad en el sentido de L^2 con el nuevo concepto de derivabilidad. Este último resultado contempla funciones que no fueron consideradas en [1].

[1] H.Cuenya and C. Rodriguez "Differentiability and best local approximation".Revista de la UMA. Publicación on-line. 2013.

Expositor: **Sbérgamo, Gerardo E.**
Autores: Berrone, Lucio R. - Sbérgamo, Gerardo E..
Lugar: CONICET, Fceia, UNR..

Ponderación de medias generales

Sea I un intervalo real. Una función $M : I^n \to I$ que satisface la desigualdad

$$\min \{x_1, x_2, ..., x_n\} \leq M(x_1, x_2, ..., x_n) \leq \max \{x_1, x_2, ..., x_n\},$$

para todo $(x_1, x_2, ..., x_n) \in I^n$ es denominada una media de n variables. Una media M puede pensarse como una forma particular de combinar los valores numéricos de las variables $x_1, x_2, ..., x_n$ en un único valor representativo $M(x_1, x_2, ..., x_n)$. En muchos casos es deseable asignar a las variables que intervienen en la media distintos grados de relevancia mediante la introducción de ciertos parámetros positivos denominados pesos. Así, por ejemplo, las medias cuasilineales

$$QA_n(x; w) = f^{-1}\left(\sum_{i=1}^{n} w_i f(x_i)\right)$$

se obtienen de las medias cuasiaritméticas

$$QA_n(x) = f^{-1}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\right),$$

al introducir los pesos $w_i > 0$, $i = 1, 2, \ldots, n$, con $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$.

En la literatura específica referida a teoría de medias y sus aplicaciones, el procedimiento para obtener una media con peso $M(x; w)$, a partir de una media M, recae fuertemente en la particular representación analítica de M.

En la presente comunicación abordamos el problema de introducir la noción de las medias ponderadas.

[1] L. R. Berrone, A dynamical characterization of quasilinear mean, Aequationes Math. 84, Issue 1, (2012), 51-70.

[2] L. R. Berrone, A. L. Lombardi, A note on equivalence of means, Publ. Math. Debrecen 58, Fasc. 1-2, (2001), 49-56.

[3] L. R. Berrone, G. E. Sbérgamo, La familia de bases de una media continua y la representación de las medias cuasiaritméticas, Rev. de la Soc. Venezolana de Matemática, Vol. XIX, No. 1, (2012), 3-18.

Expositor: **Barrozo, María Fernanda**
Autores: Barrozo, María Fernanda - Molter, Ursula Maria.
Lugar: Universidad Nacional de San Luis/Conicet - Universidad de Buenos Aires/Conicet.

Sistemas numerables de contracciones en espacios métricos completos: conjuntos y medidas invariantes.

Consideramos un espacio métrico completo (X, d) y una familia numerable de contracciones en X, $\mathcal{F} = \{F_i : i \in \mathbb{N}\}$. Para cada $i \in \mathbb{N}$, sea $0 < r_i < 1$ el factor de contractividad de F_i. Un resultado clásico en sistemas iterados de funciones afirma que si $r := \sup r_i < 1$ y el conjunto de los puntos fijos de las contracciones F_i está acotado, existe un único conjunto invariante acotado (al igual que para el caso de finitas contracciones).

Nosotros probamos la existencia de un mínimo conjunto invariante para $\mathcal{F}$, en el sentido de la inclusión, sin asumir que r sea estrictamente menor que 1 y sin hipótesis sobre el conjunto de los puntos fijos de las F_i.

Si las contracciones F_i son de la forma $F_i(\mathbf{x}) = r_i\mathbf{x}+\mathbf{b}_i$ en $X = \mathbb{R}^d$, probamos que existe un único conjunto acotado invariante para $\mathcal{F}$ si y solo si $r = \sup_i r_i$ es estrictamente menor que 1.

Además, si $\rho = \{\rho_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ es una sucesión de probabilidad, probamos que el soporte de cualquier medida invariante para el sistema $(\mathcal{F}, \rho)$ coincide con el mínimo conjunto invariante para $\mathcal{F}$. Si además existe un conjunto invariante acotado para $\mathcal{F}$, la medida invariante es única - aunque pueda existir más de un conjunto invariante.

Expositor: **Marcela Caldarelli**
Autores: Marcela Caldarelli - Sheldy Ombrosi.
Lugar: Universidad Nacional del Sur.

Sobre desigualdades de tipo débil $(1, 1)$ para la Transformada de Hilbert para pares de pesos

En [1] Reguera y Thiele mostraron que la conjetura de Muckenhoupt-Wheeden es falsa. Es decir, encontraron un ejemplo que muestra que no es posible probar la desigualdad:

$$sup_{\lambda>0}\lambda w\left\{x\in R:|Hf(x)|>\lambda\right\}\leq c\int|f(x)|\,Mw(x)dx \tag{10}$$

donde Hf es la transformada de Hilbert de la función f y Mw denota la maximal de Hardy-Littlewood.
A partir de una variante del mencionado ejemplo de Reguera-Thiele mostramos que en el lado derecho de la desigualdad (10) tampoco es posible poner el operador $M_{t\{loglogt\}^{\alpha}}w(x)$ para $0<\alpha<1$, donde:
$M_{t\{loglogt\}^{\alpha}}w(x)\cong \sup_{x\in I}\frac{1}{|I|}\int_I w(y)\ (loglog(\frac{w(y)}{w_I}+c))^{\alpha}dy$

Referencias

[1] M.C.Reguera and C. Thiele, *The Hilbert transform does not map $L^1(Mw)$ to $L^{1,\infty}(w)$*, Math. Res. Lett. 19 (2012), no. 1, 1-7.

Expositor: **Marilina Carena**
Autores: Marilina Carena y Marisa Toschi.
Lugar: IMAL (CONICET-UNL).

Sobre la dimensión de conjuntos en espacios de tipo homogéneo

Sea (X,d) un espacio métrico y sea F un subconjunto cerrado de X. Se dice que F es **s-Ahlfors en (X,d)**, $s\geq 0$, si existen una medida de Borel ν soportada en F y una constante $c\geq 1$ tal que

$$c^{-1}r^s\leq \nu(B_d(x,r)\cap F)\leq cr^s,$$

para todo $x\in F$ y todo $0<r<\mathrm{diam}(F)$. Es conocido que en tal caso $\dim_H(F)=s$, siendo $\dim_H(F)$ la dimensión de Hausdorff de F con respecto a d.

Dado un espacio de tipo homogéneo (X,d,μ), Macías y Segovia definieron en [MS79] una casi-métrica δ de modo que (X,δ,μ) es un espacio normal y que las topologías inducidas por d y δ coinciden. El concepto de s-Ahlfors relativo a esta casi-métrica fue considerado en [Sjö97], así como la medida y dimensión de Hausdorff relativas a δ. En el caso de un espacio de tipo homogéneo no atómico, en [Sjö97] se consideran además la medida H^s_μ y dimensión de Hausdorff $\dim_{H_\mu}$ relativas a μ, lo que conduce a definir el concepto de s-Ahlfors relativo a μ compatible con H^s_μ, en el sentido que todo s-set F relativo a μ satisface $\dim_{H_\mu}(F)=s$. Se dice F es **s-Ahlfors en (X,d,μ)** para $0<s<1$ si existen una medida de Borel m soportada en F y una constante $c\geq 1$ tal que

$$c^{-1}\mu(B_d(x,r))^s\leq m(B_d(x,r)\cap F)\leq c\mu(B_d(x,r))^s,$$

para todo $x \in F$ y todo $0 < r < \operatorname{diam}(F)$. Motivados por los resultados en [Sjö97], buscamos relaciones entre ser s-Ahlfors en (X, δ) y ser s-Ahlfors en (X, d, μ). Encontramos condiciones sobre el conjunto F de modo que estos conceptos resultan equivalentes, probamos que todo conjunto compacto las satisface, y también que existen conjuntos no acotados que la cumplen.

Referencias

[MS79] Roberto A. Macías and Carlos Segovia. Lipschitz functions on spaces of homogeneous type. *Adv. in Math.*, 33(3):257–270, 1979.

[Sjö97] Tord Sjödin. On s-sets and mutual absolute continuity of measures on homogeneous spaces. *Manuscripta Math.*, 94(2):169–186, 1997.

Expositor: **Fabián E. LEVIS**
Autores: Fabián E. LEVIS y Héctor H. CUENYA..
Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto - CONICET.

Sobre la existencia de subespacios optimales en espacios de Banach

Sean $(F, \|\cdot\|)$ un espacio normado y $\mathcal{C}$ una familia de subespacios cerrados de F. Dado un conjunto finito $Y \subset F$, consideremos el problema de encontrar $V_0 \in \mathcal{C}$ que minimiza

$$E(Y, V) := \sum_{f \in Y} d(f, V), \quad V \in \mathcal{C}, \tag{11}$$

donde $d(f, V) = \inf_{h \in V} \|f - h\|$.

Una familia de subespacios cerrados $\mathcal{C}$ de un espacio de Banach F tiene la Propiedad de Aproximación de Subespacio Minimal (PASM), si para cada subconjunto finito $Y \subset F$, existe un elemento $V \in \mathcal{C}$ que minimiza (11). Un tal elemento es llamado un subespacio optimal.

Existen varios casos para el cual es conocido que PASM es satisfecha. Por ejemplo, cuando $\mathcal{C} = \{V \subset F : \dim(V) \leq m\}$ y $F = \mathbb{C}^d$ ó $F = L^2(\mathbb{R}^d)$ ó más generalmente cuando F pertenece a una amplia clase de espacio normados. Condiciones necesarias y suficientes sobre una familia $\mathcal{C}$ de subespacios cerrados en un espacio de Hilbert separable para que $\mathcal{C}$ satisfaga PASM fue dada en [2].

El objetivo de esta charla es mostrar condiciones necesarias y condiciones suficientes sobre una familia de subespacios cerrados en un espacio de Banach para que satisfagan PASM. Varios de estos resultados extienden trabajos previos.

Referencias

[1] A. Aldroubi, R. Tessera, *On the Existence of Optimal Unions of Subspaces for Data Modeling and Clustering*, Found. Comput. Math., **11** 3 (2011), 363-379.

Expositor: **Eduardo Serrano**
Autores: Eduardo P. Serrano y María I. Troparevsky.
Lugar: ECyT - UNSAM ; FI - UBA.

Soluciones aproximadas de problemas inversos asociados a operadores pseudodiferenciales

Consideramos la ecuación $Af = g$ donde A es el operador pseudo-diferencial $A(f)(x) = \int_{\mathbb{R}} p(x,\omega)\widehat{f}(\omega)\exp(ix\omega)\, d\omega$ con $p \in S^m_{\rho,\delta}$, $\rho, \delta \in [0,1]$ (ver [1]). En trabajos anteriores (ver[2]) aproximamos la solución de un problema mal planteado, donde A es un operador de convolución, $Af = k * f = g$, utilizando una descomposición del tipo *wavelet-vaguelet*, [3]. Posteriormente, la solución del PI en el caso de operadores cuyo símbolo es del tipo $p(x,w) = a(x)h(w)$, se aproximó a partir de la construcción de *soluciones elementales*, que son las pre-imágenes de una base adecuada de wavelets (ver [4]). Utilizando esta misma base de waveletes, en esta comunicación proponemos una técnica para aproximar las soluciones del PI, en casos no separables, a partir de las proyección $\tilde{g}$ del dato g sobre $A(W)$ con $W = span\{\psi_{jk}\}$, $j, k \in \Lambda$ un subconjunto finito de $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$. Estudiamos algunos símbolos $p(x,w)$ para los cuales la solución del PI, obtenida a partir de la proyección $\tilde{g}$ mediante la técnica propuesta, resulta satisfactoria.

Bibliografía
[1] M. E. Taylor, *PseudoDifferential operators And Nonlinear PDE*, monografía, 1991.
[2] M. I. Troparevsky, E. Serrano, *Wavelet-Vaguelet Decomposition Methods to Solve Pseudodifferential Inverse Problems*, Anales del Simponsio Internacional de Métodos Matemáticos Aplicados a las Ciencias, XVIII SIMMAC.
[3] V. Dicken and P. Maaβ, *Wavelet-Galerkin methods for ill-posed problems*,J. Inv Ill-Posed Problems, Vol 4, N^o 3,pp 203-222, 2006.
[4] E. Serrano, M. I. Troparevsky , M. A. Fabio, *Approximated Solutions to Pseudodifferential Inverse Problems by Wavelet Decomposition Methods*, Proceedings III MACI, 2013.

Expositor: **Marcos, Miguel Andrés**
Autores: Aimar, Hugo Alejandro - Harboure, Eleonor Ofelia - Marcos, Miguel Andrés.
Lugar: IMAL (UNL - CONICET), FIQ (UNL).

Un teorema de extensión para espacios de Besov en espacios métricos

En espacios métricos de medida, el espacio de Besov $B^{\alpha}_{p,q}$ se puede definir a partir del "módulo de continuidad"

$$E_p f(t) = \left(\int_X \frac{1}{m(B(x,t))} \int_{B(x,t)} |f(x) - f(y)|^p dm(y) dm(x) \right)^{1/p},$$

de forma que $f \in B^{\alpha}_{p,q}(X, d, m)$ si

$$\|f\|_B = \|f\|_p + \|t^{-\alpha} E_p f(t)\|_{L^q((0,\infty), \frac{dt}{t})} < \infty.$$

En este trabajo obtenemos un teorema de extensión de funciones en un espacio de Besov definido en un subconjunto F de *menor dimensión*, de forma que el operador de extensión es acotado

$$\mathcal{E} : B^{\beta}_{p,q}(F, \mu) \to B^{\alpha}_{p,q}(X, m)$$

donde $\alpha = \beta + \gamma/p$ si $\beta < 1 - \gamma/p$, y $\alpha = 1$ si $\beta = 1$ y $q = \infty$.
Este resultado generaliza el resultado clásico de extensión que se puede encontrar en [**JW**].

Referencias

[**GKS**] A. Gogatishvili, P. Koskela, N. Shanmugalingam. *Interpolation Properties of Besov Spaces Defined on Metric Spaces*, Mathematische Nachrichten, Special Issue: Erhard Schmidt Memorial Issue, part 2, vol 283, issue 2 (2010), pp. 215-231.

[**JW**] A. Jonsson and H. Wallin. *Function Spaces on Subsets of* $\mathbb{R}^n$, vol 2, part 1 of *Math. Rep.* Harwood Acad. Publ., 1984.

[**KS**] J. N. Korevaar and R. M. Schoen. *Sobolev spaces and harmonic maps for metric space targets*, Comm. Anal. Geom, 1 (1993), 561-659.

[**S**] E. Stein. *Singular integrals and differentiability properties of functions*, Princeton University Press (1971).

Expositor: **Vanesa Galli**
Autores: Vanesa Galli y Sandra Molina .
Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata .

Un teorema de inversión para la transformada de Hankel

Existen distintas versiones para la prueba del teorema de inversión para la transformación de Hankel. Una versión clásica puede verse en [3]. Hisrschman en [1] introduce una convolución para la transformada de Hankel que luego utiliza para exponer una prueba de dicho resultado. En este trabajo presentamos una nueva versión de dicha prueba, análoga a una de las versiones clásicas de la prueba de inversión de la transformada de Fourier en espacios de Lebesgue.

BIBLIOGRAFÍA:

[1] I.I. Hirschman Jr, Variation diminishing Hankel transforms, J. Analyse Math. **8** (1960/61), 307–336.

[2] Alan Schwartz, An inversion theorem for Hankel transforms, Proc. Amer. math. Soc., Vol 22, N 3, (1969), 713-717.

[3] G.N. Watson, A treatise on the theory of Bessel functions. Second Edition, Cambridge University Press, (1995).

Expositor: **Silvina Campos**
Autores: Silvina Campos.
Lugar: FaMAF.

Un teorema de Paley Wiener

Un teorema de Paley Wiener enuncia que la transformada de Fourier de una función f diferenciable de soporte compacto sobre $\mathbb{R}^n$ admite una extensión analítica sobre $\mathbb{C}^n$ definida por

$$\hat{f}(z) = \int_{\mathbb{R}^n} f(t)\ e^{iz\cdot t} dt.$$

Sean $n \geq 2$ y p, q números naturales tales que $p + q = n$. Sea H_n el grupo de Heisenberg definido por $H_n = \mathbb{C}^n \times \mathbb{R}$ con el producto

$$(z,t)(w,s) = (z + w, t + s - \frac{1}{2} Im(B(z,w)))$$

donde

$$B(z,w) = \sum_{j=1}^{p} z_j \bar{w}_j - \sum_{j=p+1}^{n} z_j \bar{w}_j.$$

Sea $U(p,q) = \{g \in Gl(n,\mathbb{C}) : B(gz, gw) = B(z,w)\}$ un subgrupo de las transformaciones lineales que actúa por automorfismo sobre H_n via

$$g.(z,t) = (gz,t)\ para\ (z,t) \in H_n.$$

Astengo, Di Blasio y Ricci probaron que la transformada esférica asociada al par de Gelfand $(U(n), H_n)$ de una función f radial, de clase Schwartz sobre

H_n y de soporte compacto es extendida a una función analítica sobre $\mathbb{C}^2$ de la siguiente manera:

$$\mathcal{G}(f)(\eta,\xi) = \int_{H_n} f(x)\ \varphi_{\eta,\xi}(x^{-1})\ dx,$$

donde $\{\varphi_{\eta,\xi} : \eta, \xi \in \mathbb{C}\}$ son las funciones esféricas acotadas y no acotadas asociadas al par $(U(n), H_n)$.

Nosotros hemos probado que la transformada esférica asociada al par de Gelfand generalizado $(U(p,q), H_n)$ de una función f de clase Schwartz sobre H_n y de soporte compacto admite una extensión analítica sobre $\mathbb{C}^2$.

Expositor: **Rosa Lorenzo**
Autores: S. Favier y R. Lorenzo.
Lugar: UNSL.

Una caracterizacion del mejor aproximante por constante

Sea Φ el conjunto formado por funciones convexas, contínuas no negativas definidas en $[0,\infty)$, tal que $\varphi(0) = 0$, $\varphi(t) \to \infty$ cuando $t \to \infty$ y $\varphi(t) > 0$ para $t > 0$.
Dada una función $\varphi \in \Phi$ y un conjunto medible acotado Ω en $\Re^m$, definimos el conjunto $L^\varphi(\Omega)$ como la clase de todas las funciones medibles Lebesgue definidas en Ω tales que $\int_\Omega \varphi(\lambda|f(x)|)dx < \infty$, para algún $\lambda > 0$, donde dx es la medida de Lebesgue sobre $\Re^m$.
Dada una función $f \in L^\varphi(\Omega)$, definimos como $\mu_\varphi(f)$, el conjunto de mejores aproximantes por constantes a la función f. Es decir, un número real c es un mejor aproximante de f si y sólo si, se cumple:

$$\int_\Omega \varphi(|f(x) - c|)dx \leq \int_\Omega \varphi(|f(x) - r|)dx \tag{12}$$

para cada $r \in \Re$.
En este trabajo demostramos la siguiente caracterización de $\mu_\varphi(f)(\Omega)$:
$c \in \mu_\varphi(f)(\Omega)$ si y sólo si se satisfacen ambas desigualdades:

$$\int_{\Omega\cap\{f>c\}} \varphi^-(|f-c|)dx \leq \int_{\Omega\cap\{f\leq c\}} \varphi^+(|f-c|) \tag{13}$$

$$\int_{\Omega\cap\{f<c\}} \varphi^-(|f-c|)dx \leq \int_{\Omega\cap\{f\geq c\}} \varphi^+(|f-c|) \tag{14}$$

donde φ^+ y φ^- son la derivada por derecha y por izquierda respectivamente de φ. Lo anterior resulta una extensión del trabajo de Favier y Zó [FZ], ya que ellos caracterizan el operador $\mu_\varphi(f)(\Omega)$ para una φ de características similares a las nuestras pero con la condición extra de que sea $C^1[0,\infty)$.

Por último, probamos algunas propiedades del conjunto $\mu_\varphi(f)(\Omega)$ como por ejemplo la monotonía, y realizamos una extensión del operador de L^φ a L^{φ^+}.

Referencias

[FZ] S. Favier, F.Zó, *A Lebesgue Type Differentiation Theorem for Best Approximations by Constants in Orlicz Spaces.* Real Analysis Exchange, **30,1**: 29-42, 2004/2005.

5. Aplicaciones de la matemática

Conferencias invitadas

- Ricardo Weder, Ecuaciones Integrales Singulares y Calentamiento de Plasmas.
- Pablo Lotito, Un nuevo abordaje para el problema de estimación de matrices O-D.

Expositor: **Ricardo Weder**
Autores: Ricardo Weder.
Lugar: Universidad Nacional Autónoma de México.

Ecuaciones Integrales Singulares y Calentamiento de Plasmas

Existe actualmente interés en el calentamiento de plasmas en tokamaks mediante ondas electromagnéticas. Discutiré resultados recientes que demuestran que es posible calentar plasmas mediante resonancias híbridas y daré una fórmula para la energía absobida por el plasma.

El problema matemático consiste en el estudio de ecuaciones de Maxwell, en medios no homogeneos y anisotrópicos, que no están dentro de las clases que pueden ser analizadas con las teorías estandard, por lo que se requirió utilizar ideas nuevas. Para esto fue necesario considerar ecuaciones integrales singulares de tercera especie, de un tipo nuevo, que se analizan mediante un método de regularización motivado por la física del problema. Se demuestra que existen soluciones regulares localmente integrables y soluciones singulares. Solamente las soluciones singulares calientan el plasma. Se presentará los resultados del cálculo de las soluciones, obtenidos mediante la implementación numérica de nuestro método.

Estas contribuciones originales a la teoría de las ecuaciones integrales son de interés matemático independiente y tendrán sin duda aplicaciones en otras áreas de las ciencias y de las ingenierías.

Estos resultados fueron obtenidos en colaboración con Bruno Després y Lise-Marie Imbert-Gérard.

Bruno Després, Lise-Marie Imbert-Gérard, Ricardo Weder, Hybrid resonance of Maxwell's equations in slab geometry, arXiv:1210.0779v1 [physics.plasm-ph]. To appear in Journal de Mathématiques Pures et Appliquées.

Expositor: **María B. Pintarelli**
Autores: María B. Pintarelli, Fernando Vericat.
Lugar: Universidad Nacional de La Plata - Facultad de Ingeniería.

Algunas ecuaciones en derivadas parciales como problema inverso de momentos

Consideramos ecuaciones en derivadas parciales de segundo orden de la forma:

$$(f(w)w_t)_t + (g(w)w_x)_x - h(w) - r(t,x) = 0 \text{ (ec.no lineal elíptica)} \qquad (1)$$

$$(f(w)w_t)_t - (g(w)w_x)_x - h(w) - r(t,x) = 0 \text{ (ec.no lineal hiperbólica)} \qquad (2)$$

$$w_t - (f(w)w_x)_x - h(w) - r(t,x) = 0 \text{ (ec.parabólica)} \qquad (3)$$

y ecuaciones lineales de la forma:

$$a(t,x)w_t + b(t,x)w_x - h(t,x)w - r(t,x) = 0 \qquad (4)$$

con $w(t,x)$ definida en una región rectangular D, con condiciones de contorno en el borde C de D y f, g, h, a, b y r conocidas. Veremos que con un procedimiento común en todos los casos, podemos escribir la ecuación en derivadas parciales como una ecuación integral y resolverla con las técnicas de problema inverso de momentos bidimensional con f, g y h en el caso de ecuaciones de segundo orden, seleccionadas bajo ciertas restricciones.
Especificamente, sea $F(w(t,x)) = 0$ es una ecuación en derivadas parciales como en (1), (2), (3) or (4) con solución $w(t,x)$ y condiciones de contorno en el borde C de una región $D = (a_1, b_1) \times (a_2, b_2)$ y sea el campo vectorial $F^* = (F_1(w), F_2(w))$ tal que w es solución de $div(F^*) = h^*(w)$ con h^* conocida y reciprocamente, si w satisface $div(F^*) = h^*(w)$ eso impica que $F(w(t,x)) = 0$ Entonces hallar una solución de la ecuación $F(w(t,x)) = 0$, sujeta a condiciones de contorno en D es equivalente a resolver una ecuación integral de Fredholm de primera especie, la cual a su vez se puede resolver como un problema de de momentos de bidimensional o como un problema inverso de momentos generalizados.
Encontraremos una solución aproximada de $F(w(t,x)) = 0$ y daremos una cota para el error de la solución estimada utilizando las técnicas sobre problema de momentos.
Se ilustra cada caso con ejemplos.

Expositor: **Itovich, Griselda R.**
Autores: Itovich, Griselda R. y Moiola, Jorge L..
Lugar: Sede Alto Valle, Universidad Nacional de Río Negro y IIIE (Conicet) y Dpto. de Ingeniería Eléctrica .

Análisis de bifurcaciones en un sistema realimentado con un retardo

Se considera la forma normal de una bifurcación de Hopf subcrítica como modelo para controlar soluciones periódicas mediante una realimentación retrasada, sugerida por Pyragas [1]. En este marco, se conoce que es posible estabilizar ciclos inestables con un número impar de exponentes de Floquet positivos [2]. Mediante la metodología en el dominio frecuencia [3], se efectúa el análisis de las bifurcaciones de Hopf que aparecen en el sistema mediante el llamado Teorema gráfico de Hopf, que además permite obtener, localmente, aproximaciones de las órbitas que son precisas. Como interesa analizar la estabilidad de los ciclos límites emergentes y sus posibles bifurcaciones, es preciso calcular y observar cómo evolucionan sus multiplicadores de Floquet, que forman el espectro del operador de monodromía $\mathcal{M}$ del ciclo y que por otro lado, son infinitos. Para esto, se emplea un método de colocación de polinomios de Tchebyshev [4] para obtener una aproximación finita $\mathcal{M}^*$ del operador $\mathcal{M}$, que permite la determinación de los multiplicadores que son relevantes para establecer su estabilidad. De esta manera, se pueden detectar distintas bifurcaciones de ciclos existentes y entender el comportamiento dinámico en ciertas regiones del espacio de parámetros así como determinar el efecto de la realimentación propuesta y cotejar los resultados con los de Just *et al.* [5] y los del paquete Dde-Biftool [6].

Referencias:

[1] Pyragas, K. (1992). *Continuous control of chaos by self-controlling feedback.* Physics Letters A 170(6), pp. 421-428.

[2] Friedler, B., Flunkert, V., Georgi, M., Hovel, P. and Schöll, E. (2007). *Refuting the odd number limitation of time-delayed feedback control.* Physics Review Letters E 98, 114101.

[3] Mees, A. and Chua, L. (1979). *The Hopf bifurcation theorem and its applications to nonlinear oscillations in circuits and systems.* IEEE Transactions on Circuits and Systems, 26(4):235- 254.

[4] Butcher, E. y Mann, B. (2009). Stability analysis and control of linear periodic delayed systems using Chebyshev and temporal finite element methods, en B. Balachandran et al. (eds), Delay Differential Equations, Springer, pp. 93-129.

[5] Just, W., Friedler, B., Flunkert, V., Georgi, M., Hovel, P. and Schöll, E. (2007). *Beyond the odd number limitation: A bifurcation analysisi of time-delayed feedback control.* Physics Review Letters E 076, 026210.

[6] Engelborghs, K., Luzyanina, T. y Roose, D. (2002). *Numerical bifurcation analysis of delay differential equations using DDE-BIFTOOL.* ACM Transactions on Mathematical Software, Vol. 28, No. 1, pp. 1-21.

Expositor: **Silvana Puca**
Autores: Silvana Puca, Marcelo Fiori.
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional de Salta.

Aproximación de Funciones del Continuo Atómico mediante bases Gaussianas

En este trabajo usaremos una nueva forma de aproximar funciones de onda del continuo mediante bases Gaussianas. En esta aproximación la función de onda es descripta como un producto de una onda plana por una función que representa la distorsión producida por el potencial, siendo esta distorsión desarrollada por una suma de Armónicos Esféricos multiplicada por una serie de Gaussianas, mientras la onda plana es dejada sin cambios.

Desarrollamos la función de onda atómica del continuo mediante

$$\psi\left(\mathbf{r}\right)=\frac{e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}}{\left(2\pi\right)^{3/2}}\sum_{l,m}D_l\left(k,r\right)Y_l^m\left(\widehat{\mathbf{k}}\right)Y_l^m\left(\widehat{\mathbf{r}}\right)$$

donde la distorsión $D_l\left(k,r\right)$ producida por el potencial satisface la ecuación

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dD_l}{dr}\right)+2ik\frac{dD_l}{dr}-2V\left(r\right)D_l-\frac{l\left(l+1\right)}{r^2}D_l=0$$

Resolveremos esta ecuación utilizando potenciales numéricos obtenidos mediante el método OPM [1] correspondientes a los átomos de Helio, Litio y Neón. Luego aproximaremos las distorsiones resultantes mediantes funciones gaussianas [2].

Mostraremos por comparar nuestro método con los tradicionales [3], que desarrollan en ondas parciales toda la función, incluida la onda plana, que necesitamos de una cantidad inferior de ondas para lograr convergencia. Esto se debe a que el fuerte comportamiento oscilatorio, que caracteriza estas funciones, es mayoritariamente descrito por la onda plana que se mantiene exacta.

[1] J.D. Talman , Comput. Phys. Commun. **54** 84 (1989) .

[2] A. Faure, J. D. Gorfinkiel, L. A. Morgan, J. Tennyson, Comp. Phys. Comm. **144**, 224 (2002).

[3] M. R. C. McDowell, J. P. Coleman: Introduction to the theory of ion atom collisions. North Holland Pub. Co. (1970).

Expositor: **Pablo Arribillaga**
Autores: Pablo Arribillaga-Jordi Massó.
Lugar: UNSL-IMASL(CONICET)—- UAB-Departament d'Economía i Història Econòmica.

Camparación de las reglas del votante mediano de acuerdo con su grado de vulnerabilidad a ser manipuladas

Consideremos n agentes con preferencias individuales sobre un conjunto de alternativas A. Una regla de elección social es una función que para cada perfil de preferencias (compuesto por una preferencia para cada agente) asigna como resultado una alternativa en A. Una regla es manipulable si existe una situación y un agente en la cual dicho agente tiene incentivos a declarar una preferencia falsa para obtener un mejor resultado de acuerdo a su verdadera preferencia. Si cualquier preferencia sobre las alternativas es admitida para los agentes, el conocido teorema de Gibbard-Satterthwite asegura que esencialmente no existen reglas de elección social que no sean manipulables. Si $A=[a,b]$ (esto es el caso de un bien público) unas de las reglas más difundidas y estudiadas en la literatura, son las *reglas del votante mediano.* Dichas reglas son las únicas reglas no manipulables y anónimas, cuando los agentes tiene determinadas preferencias llamadas unimodales.

En el presente trabajo introducimos un criterio para comparar y ordenar las reglas del votante mediano de acuerdo con cierto grado de vulnerabilidad a ser manipuladas, en contextos en donde las restricciones de dominios para las preferencias no pueden ser garantizadas.

Nuestro criterio de comparación se centra en considerar, para cada agente, el conjunto de preferencias (individuales) en las que dicho agente podría manipular una regla dada en alguna situación, denominadas *preferencias manipulables del agente.* Decimos que una reglas f es *tan manipulable como* g cuando toda preferencia manipulable en f es manipulable en g, para cada agente. Conceptos de *"más manipulable que"* y *"menos manipulable que"* se deducen fácilmente cuando la relación *tan manipulable como* se da únicamente en una sola dirección. El primer resultado del trabajo establece cual es la información relevante de dos reglas dadas para establecer si son comparables y da una manera sencilla y operativa de compararlas en caso de que lo sean. Basados en este primer resultado damos una descripción total del orden que posee la clase de las reglas eficientes, mostrando que existen dos de estas reglas que son las menos manipulables en esta clase y que las otras reglas eficientes están incluidas en el grupo de las reglas más manipulables entre todas las posibles reglas del votante mediano. Respecto de la clase de las reglas unánimes (que contienen las eficientes) identificamos cuales son las menos manipulables en esta clase, y mostramos que las reglas unánimes contienen a la clase de las reglas m

Por último probamos que para $n \leq 3$, la relación *"tan manipulable como"* produce un orden parcial en el conjunto de todas las reglas de votante mediano, dándole estructura de reticulado a dicho conjunto. Si $n = 3$ el "verdadero" votante mediano (que es la mediana de los "tops") es la más manipulable de todas las reglas de votante mediano. Cuando $n > 3$ la relación *"tan manipulable como"* produce un pre-orden parcial en el conjunto de las reglas del votante mediano. Luego el conjunto de las clases de equivalencia producido por tal pre-orden es una retícula.

Expositor: **Marcos Gaudiano**
Autores: Sara Encarnacao, Marcos Gaudiano, Francisco Santos, Jose Tenedorio, Jorge Pacheco.
Lugar: Universidad Nacional de Córdoba..

Cartografía Fractal de Áreas Urbanas

Aunque resulte cotidianamente indiferente para la mayoría de los transeúntes, el área construída de una ciudad sigue en la macro-escala una distribución del tipo jerárquica, propia de Sistemas Complejos y que se puede asociar con una estructura del tipo multi-fractal. En este trabajo se describe un método matemático que provee una clasificación de los diferentes tipos de áreas construídas, identificando y prediciendo zonas proclives al *urban sprawl*, problema central en planeamiento urbano. Referencias: $http://www.nature.com/srep/2012/120724/srep00527/full/srep00527.html$.

Expositor: **Romina Cardo y Alvaro Corvalán**
Autores: Romina Cardo y Alvaro Corvalán.
Lugar: Universidad Nacional de General Sarmiento (UNGS)- Instituto del Desarrollo Humano (IDH).

Coherencia semántica en redes neuronales y Modelos ocultos de Markov

En este trabajo abordamos el problema de determinar el momento en que una red neuronal concluye el análisis de una cuestión de coherencia semántica. También analizamos si la cuestión se decide taxativamente, o si por el contrario la decisión admite distintos grados de certeza. Estudios previos anteriores (ver [1]) sugieren que bajo ciertas condiciones es posible reconocer, a partir de observaciones de una función observable global dependiente de los valores de los elementos de una red, si cierta subred ha detectado la aparición de una incoherencia semántica dentro de un flujo de eventos. Una instancia importante ocurre cuando se trata de relevar el procesamiento semántico en el cerebro por medio de la actividad eléctrica en la corteza, en cuyo caso las variables mensurables corresponden a las deflexiones del voltaje medido en electrodos sobre la superficie craneana de sujetos voluntarios al escuchar, en condiciones controladas, una secuencia de frases consecutivamente coherentes en la mayoria de los casos, en las que se intercala con frecuencia menor una sentencia no congruente. Sin embargo, en general, la respuesta de la subred es verificable sobre el análisis de registros completos medidos sobre observables de la red general, y en principio se clasifica en forma binaria según si hubo o no reconocimiento de incoherencias. Dicho reconocimiento, en el caso de sujetos humanos descripto arriba, parece ser detectable en función de las ondas a partir de los 500 milisegundos habiendo grandes variaciones según el sujeto, las condiciones, la secuencia de frases, y otros factores. Resulta entonces de interés determinar en cada caso el momento en el que la subred dedicada a ello concluye la tarea de análisis, y, por otra parte, determinar si la clasificación que devuelve admite algún valor intermedio entre las verificación neta de coherencia y la negativa absoluta de la misma. Para ello usamos un análisis estadístico basado en modelos ocultos de Markov sobre observables discretos obtenidos a partir de proyecciones de las señales en bases de wavelets ortogonales con estados distintos para las respuestas afirmativas, negativas y dudosas, a fin de determinar qué respuesta decidió la subred y cuando la misma se puede observar de manera inequívoca y definitiva en las mediciones.

REFERENCIAS [1] Ïdentification of the responses of brain and artificial neural networks in the presence of usual and unusual stimuli by means of Kalman-type filters", Romina Cardo y Álvaro Corvalán, Rev. Mat vol.18 no.1, 2011, ISSN 1409-1433

Expositor: **Gabriel E. Moyano**
Autores: Gabriel E. Moyano.
Lugar: Facultad de Matemática, Astronomía y Física.

Comparación de métodos para la solución de problemas multiobjetivo

El objetivo de este trabajo es el de presentar, mediante el planteo de un problema sencillo, una comparación de distintos métodos para la solución de problemas de optimización multiobjetivo. En particular se expondrán el método de sumas ponderas en comparación a técnicas de escalarización. El problema que elegido para hacer esta comparación es un problema de selección de cartera, donde se busca invertir un capital inicial en cierta cantidad de bienes maximizando las ganancias y minimizando el riesgo de pérdida, es así que se plantea a este problema como un problema de optimización de 2 objetivos. Matemáticamente el problema resulta

$$\begin{cases} \text{minimizar} & (-\mu^T x, x^T \Sigma x), \\ \text{sujeto a} & \sum_{i=1}^n x_i = W_0, \\ & x \geq 0, \end{cases}$$

donde W_0 es el capital a invertir, $x = (x_1, \ldots, x_n)$ con x_i la cantidad invertida en el bien i, $\mu = (\mu_1, \ldots, \mu_n)$ con μ_i la esperanza de la tasa de retorno del bien i y Σ la matriz de covarianzas del total de ganancias posibles.

Este problema además de ser un problema sencillo de solo 2 objetivos también cumple con algunas propiedades que nos permiten asegurar algunas condiciones sobre los distintos conjuntos de soluciones, como por ejemplo la conexidad. Es así que esto permite una buena comparación de las soluciones óptimas encontradas por los distintos métodos al trabajar con datos reales

---

Expositor: **Antonio Sángari**
Autores: Antonio Sángari, Ricardo Oscar Grossi.
Lugar: Universidad Nacional de Salta.

Comportamiento dinámico de placas anisótropas con rótulas lineales internas

En esta comunicación presentamos investigaciones sobre la vibración libre de placas anisótropas con una rótula interna lineal, con soportes elásticos y contorno suave a trozos elásticamente restringidos contra la rotación y traslación entre otros efectos complicantes. Las ecuaciones de movimiento, las condiciones de frontera y las de transición se obtienen del principio de Hamilton. Mediante la introducción de un cambio adecuado de las variables, la energía que corresponde a las diferentes restricciones elásticas se manejan en un marco general. Se muestra la existencia y unicidad de soluciones débiles de problemas de contorno y de valores propios que se corresponden con el comportamiento estático y dinámico de las mencionadas placas. Se elaboran ejemplos analíticos para ilustrar la gama de aplicaciones del modelo de análisis desarrollado

---

Expositor: **Alvarez Agustín**
Autores: Pinasco Juan Pablo ; Alvarez Agustín.
Lugar: IMAS- CONICET- universidad de Buenos Aires ; Universidad de Buenos Aires.

El juego de Monty Hall : La mejor estrategia para el anfitrión con presupuesto limitado

El famoso problema de Monty Hall puede ser planteado del siguiente modo:

*Estás participando en un juego de televisión. Hay tres puertas. Una de ellas tiene un auto detrás y las otras dos, no tienen premio. Elegís una de las puertas, digamos la puerta No.*1*. Antes de abrirla, el conductor del programa, que sabe que puerta tiene el auto detrás, abre otra puerta, digamos la No.*3*, que no tiene premio. Y luego te da la posibilidad de cambiar tu elección. Permitiéndote elegir la puerta No.2. La pregunta es: ¿Es conveniente cambiar la elección original?*

El problema, así planteado, puede llevar a mucha controversia ya que no sabemos si el comportamiento del conductor tuvo algo que ver con nuestra primera elección. Tal vez sólo mostraría una puerta sin premio si nuestra primera elección era la puerta con el auto. En tal caso no nos convendría cambiar de elección. Si en cambio el conductor siempre muestra una puerta sin premio luego de nuestra primera elección entonces es ya conocido y fácil de convencerse que conviene cambiar la primera elección ya que de ese modo se incrementa la probabilidad de ganar el auto de $\frac{1}{3}$ a $\frac{2}{3}$, pues si pensamos que repetimos el experimento muchas veces, en aproximadamente $\frac{2}{3}$ de las veces no acertaremos la puerta del auto en la primer elección, y el conductor nos mostrará la otra puerta que no tiene premio, con lo cual al cambiar estaremos eligiendo la puerta del auto. O sea, en aproximadamente $\frac{2}{3}$ de las veces estaríamos ganando el auto.

En nuestro trabajo planteamos el problema desde la perspectiva de la producción del programa. Suponemos que no tiene presupuesto para regalar un auto en $\frac{2}{3}$ de los programas sino en $100 \cdot \alpha\,\%$ de los programas con $\alpha < \frac{2}{3}$, con lo cual no podrá mostrar una puerta extra siempre. Sin embargo, quiere mostrar una puerta sin premio con la mayor frecuencia posible pues cree que la gracia del juego reside en ese momento en que el jugador debe decidir si cambiar o no de puerta una vez que le mostraron otra sin premio. El conductor tendrá una estrategia basada en dos probabilididades m y b. donde m (de maldad) será la probabilidad de que muestre una puerta extra dado que el jugador acertó en su primera elección y b (de bondad) será la probabilidad de que le muestre una puerta extra si el jugador no eligió la puerta del auto en su primera elección. La producción considera que una vez que elija m y b, con el paso de los programas, los potenciales jugadores los irán estimando con precisión, con lo cual podrán tener una estrategia óptima que les de una probabilidad de terminar ganando $PTG(m,b)$. En el trabajo calculamos esta función PTG, y como la proporción de programas en que se muestra una puerta extra es $\frac{1}{3}\cdot m+\frac{2}{3}\cdot b$. La producción intenta buscar

$$(m^\star(\alpha), b^\star(\alpha)) = \underset{PTG(m,b)\leq\alpha}{\arg\,\text{máx}}\ \frac{1}{3}m+\frac{2}{3}b$$

En el trabajo se encuentran $(m^\star(\alpha), b^\star(\alpha))$, mostrando que $m^\star(\alpha)=2\cdot b^\star(\alpha)$

Expositor: **V. Yanina Gonzalez**
Autores: V. Yanina Gonzalez..
Lugar: Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de Cuyo..

El problema de dos cuerpos: Una base de funciones ortogonales a un dado potencial.

Una gran variedad de problemas físicos y/o matemáticos se formulan como problemas de autovalores del tipo de Sturm-Liouville. En la mecánica cuántica, por ejemplo, la dinámica de dos partículas interactuantes se estudia mediante la ecuación de Schrödinger. En los casos en los que los potenciales poseen simetría esférica, tales como el oscilador armónico, o el potencial Coulombiano, las soluciones correspondientes a energías negativas están directamente asociados al problem de Sturm–Liouville.

Otro tipo importante de funciones que resultan de un problema de Sturm–Liouville son las Funciones Sturmianas Generalizadas (FSG) S_n [1,2]. Éstas son las soluciones de una ecuación del tipo de la de Schrödinger pero en la cual la energía del problema es fijada externamente. En particular, la ecuación radial correspondiente al problema de dos cuerpos es:

$$[T+U(r)-E]\,S_n(r) = -\beta_n V(r)\,S_n(r) \tag{15}$$

junto con las condiciones de borde

$$\begin{aligned} S_n(r=0) &= 0 \\ S_n(r\to\infty) &\to e^{-kr}\ \ , k=\sqrt{-2\mu E} \end{aligned}$$

En la ecuación anterior, T es el operador de energía cinética, E la energía del sistema, U es denominado potencial auxiliar y V es el potencial generador. En la ecuación (15), β_n es el autovalor y $S_n(r)$ son las autofunciones del problema.

Sólo para algunos potenciales particulares, de la ecuacion (15), existen soluciones analíticas. Por esta razón, es necesario desarrollar una técnica numérica que nos permita disponer de soluciones de dicha ecuación de manera general.

En esta charla propondremos una expansión de las FSG en términos de una base de funciones ortogonales al potencial generador V. Dichas funciones tienen la forma

$$\Psi_n(r) = \varphi(r)\, p_n(r)$$

donde $\varphi(r)$ no depende del número cuántico n , y contiene las condiciones de borde y $p_n(r)$ es un polinomio de grado n, ortogonal a $\sqrt{\varphi}V$. Como la función de peso $\sqrt{\varphi}V$ no es una de las clásicas, no se conoce una forma analítica para dichos polinomios. Describiremos un método para generarlos, introducido por

Sack y Donovan [3]. Ejemplificaremos el procedimiento.

[1] A. L. Frapiccini, V. Y. Gonzalez, J. M. Randazzo, F. D. Colavecchia, G.Gasaneo, *Int. J. Quantum Chem.*, vol 107, 832-844, 2007.

[2] J. M. Randazzo, L. U. Ancarani, G. Gasaneo, A. L. Frapiccini,1 and F. D. Colavecchia, PRA 81, 042520, 2010.

[3] R. A. Sack, A. F. Donovan, Num. Math 18, 465-478, 1972.

Expositor: **Fabio Marcela**
Autores: Serrano Eduardo, Fabio Marcela.
Lugar: Universidad de San Martín UNSAM.

Estimación de cotas para el rango de frecuencias instantáneas en señales pasa banda.

Existen diversas definiciones del concepto de frecuencia instantánea (FI) asociadas a una representación de la señal de la forma $f(t) = A(t)\cos(\phi(t))$.

Si bien, diferentes puntos de vista determinan la precisa definición, es común identificar la fase $\phi(t)$ y la amplitud $A(t)$ a partir de la representación analítica de la señal $z(t) = f(t) + iHf(t)$, con $Hf(t)$ la transformada de Hilbert de f. Sin embargo, esta representación tampoco es unívoca, hecho que es detalladamente discutido en [1], [2], [3] entre otros.

Una cuestión central es que la FI asociada a una función de banda limitada o pasa-banda puede exceder sustancialmente el rango frecuencial de la señal cuando $A(t) \to 0$, en particular, tender a infinito, y diferir del concepto de frecuencia promedio de la señal lo que resultaría inapropiado desde el punto de vista físico [1]. Estas circunstancias hacen que el concepto de FI tenga sentido preciso sólo para una clase reducida de señales y su aplicación en el contexto de las representaciones tiempo-frecuencia merezca una apropiada interpretación.

En este trabajo discutimos el tema y su alcance en el marco del procesamiento de señales. En particular estimamos cotas para el rango de la FI para señales pasa-banda, bajo ciertas hipótesis, y la relación entre la FI y la frecuencia promedio.

Referencias

[1] P. J. Loughlin. Comments on the interpretation of instantaneous frequency. IEEE Signal Processing Letters, Vol. 4, No. 5, May 1997.

[2] L. Choen, P. J. Loughlin and D. Vakman. On an ambiguity in the definition of the amplitude and phase of a signal. Elsevier Signal Processing 79, 301-307, 1999.

[3] G. Rilling and P. Flandrin. One or two frequencies?. The empirical mode decomposition answers. IEEE Trans. On Signal Processing, Vol. XX, No. XX, Nov. 2006.

Expositor: **Caro, Patricia**
Autores: Caro, P; Lamfré, L; Hasdeu, S; Braicovich, T.
Lugar: Facultad de Economía y Administración. Universidad Nacional del Comahue. Ministerio de Salud de la P.

Grafos como modelo de procesos estocásticos en enfermedades recurrentes

En este trabajo se muestra que, determinados problemas aleatorios con aplicaciones en el área de la salud, que pueden ser resueltos por diversos caminos, encuentran en los grafos una herramienta facilitadora en distintos procesos. En diseños de investigaciones epidemiológicas estudiar recurrencia de determinados eventos (enfermedades) que varía su riesgo a lo largo de un tiempo y además progresa de estadío en estadío, es un problema en la salud pública. La teoría de grafos puede intervenir, a partir de la aplicación de ciertas propiedades de esta estructura, con la finalidad de contribuir a dicha necesidad, brindando comprensión, simplicidad y análisis en el comportamiento de estas enfermedades. A partir de la sinergias entre especialistas del comité provincial de biotecnologías dependiente del ministerio de Salud de la provincia de Neuquén y profesionales de Estadísticas y Grafos de la UNCo, surge la necesidad de la modelización de problemas estocásticos en enfermedades recurrentes, donde se definen estados mutuamente excluyentes y exhaustivos, con fines de calcular la probabilidad de que el sistema se encuentre en un determinado estado transcurrido cierto tiempo (horizonte temporal: ciclo), en los que el árbol de diseño simple deja de ser una forma de representación adecuada debido a la recurrencia del evento. Se utilizan, entre otros, los procesos de Markov y el método de Monte Carlo para la simulación de los ciclos, que pueden ser semanas, meses o años, de las enfermedades en estudio. Además se realiza un análisis de sensibilidad al evaluar las utilidades y los costos esperados, considerados en cada estado durante un ciclo determinado. Se muestran los resultados numéricos en algunas de las enfermedades particulares que fueran estudiadas en la subsecretaría de salud de la provincia.

Expositor: **Maimone, Guillermo D.**
Autores: Pavese, Javier A. - Maimone, Guillermo D..
Lugar: Universidad Nacional del Comahue.

Introducción: La interacción río-acuífero. es un problemas de los llamados acoplados en los que se producen diferentes procesos físicos en diferentes dominios, estando el acoplamiento de los estos procesos circunscripto a la interfase entre los dominios. La simulación de un modelo río-acuífero, debe de ser capaz de calcular los caudales de los ríos y sus alturas, los flujos de entrada y salida en estos, la transferencia de caudales entre los sistemas y los niveles del agua en el acuífero.

Formulación matemática: Vionet y Rodríguez (1998) desarrollaron un modelo matemático para simular este problema, en el que se utilizan ecuaciones de gobierno conocidas previamente. Linealizando estas ecuaciones, adimensionalizando las mismas mediante relaciones de escalas apropiada y discretizando mediante el método de elementos finitos, se llega a este sistema de matricial:

$$M\frac{dh}{dt} + (A+\theta B) = \theta B P^t u \quad (1) \quad \varepsilon D\frac{du}{dt} + (L+\beta D) = \beta D P h \quad (2)$$

donde β , ε y θ son números adimensionales obtenidos entre las relaciones de escala, h y u son un vectores de dimensión Na y Nr (cantidad de nodos en el acuífero y en el río respectivamente) cuyas entradas son la carga hidráulica en cada nodo del domino Ω (acuífero) y la profundidad del río en cada nodo del dominio Υr (río) al tiempo t, P es una matriz rectangular de proyección tal que $p_{ij} = 1$ si el j-ésimo nodo del dominio del agua subterránea coincide con el i-ésimo nodo del río, y $p_{ij} = 0$ en otro caso. M, A y B son matrices de elementos finitos definidos sobre Ω_c (dominio completo), y D y L son las matrices de elementos finitos definidas sobre segmentos de longitud Δs. Integrando respecto al tiempo, es posible reescribir las ecuaciones (1) y (2) como:

$$R\frac{de}{dt} + Ke = d \quad e(0) = 0 \quad (3)$$

donde el vector e contiene a los vectores h y u, y:

$$R = \begin{pmatrix} M & 0 \\ 0 & \varepsilon D \end{pmatrix} \quad (4) \quad K = \begin{pmatrix} A+\theta B & -\theta B P^t \\ -\beta D P & L+\beta D \end{pmatrix} \quad (5)$$

Sea $\{\lambda_j\}$ y $\{\varphi_j\}$ un conjunto completo de autovalores y autovectores linealmente independientes, obtenidos del problema de autovalores generalizado: $K\varphi = \lambda R\varphi \quad (6)$

Ignorando el término no homogéneo de la ecuación (3), se obtiene

$$\frac{de}{dt} + R^{-1}K = 0 \quad (7) \quad y \quad e(t) = e^{-R^{-1}Kt}e_0 = Se^{-\Lambda t}S^{-1}e_0 = \sum_{j=1}^{N} \alpha_j e^{-t\lambda_j}\varphi_j \quad (8)$$

El objetivo del presente trabajo es encontrar los autovalores y autovectores del sistema de ecuaciones homogéneas (7) planteado para un dominio rectangular, relacionar cada autovalor y cada componente de los autovectores con una posición de coordenadas (nodos) y graficar las soluciones para un tren de impulsos unitarios.

Expositor: **Marcela Morvidone**
Autores: Javier Cebeiro[a] y Marcela Morvidone[b].
Lugar: [a]UTN-UNSAM-CONICET [b]UTN-UNSAM.

Inversión de la transformada de Radón cónica 2D por métodos analíticos y algebraicos

El proceso de adquisición de datos en la tomografía computada (TC) se modela matemáticamente utilizando la transformada de Radón [1]. La invertibilidad de esta representación garantiza que se podrá obtener una imagen de la estructura interna de un organismo a partir de los datos adquiridos. Dado que la fuente de radiación es externa, la TC es un método de imágenes *por transmisión.*

Entre las técnicas de visualización de imágenes *por emisión* (fuente de radiación interna) se encuentra la de emisión de rayos gamma. En esta metodología, la dispersión de la radiación suele considerarse como ruido y factor degradante de la calidad de la imagen. Sin embargo, hace una década se ha propuesto una nueva modalidad en la cual la radiación dispersa se aprovecha en lugar de descartarse [2, 3]. En este método, la adquisición de datos se modeliza con una *transformada de Radón cónica*, cuya invertibilidad ha quedado establecida.

En este trabajo se presentan distintos algoritmos de inversión de la transformada de Radón cónica en dos dimensiones. Estas modalidades incluyen algoritmos diseñados a partir de fórmulas analíticas, como la retroproyección filtrada cónica, y a partir de métodos algebraicos más generales, como ART (*algebraic reconstruction technique*) [4] y SVD (*singular value decomposition*). Se comparan los resultados obtenidos, poniendo de manifiesto las ventajas y desventajas de cada método de reconstrucción.

Referencias

[1] F. Natterer, The Mathematics of Computarized Tomography, Classics in Applied Mathematics SIAM. 2001

[2] M Nguyen, T Truong, On an integral transform and its inverse in nuclear imaging, Inverse Problems, **18(1)**, (2002) 265-277.

[3] M Nguyen, T Truong, H Bui, J Delarbre, A novel inverse problem in gamma-rays emission imaging, Inverse Problems in Science and Engineering, **12(2)** (2004) 225-246.

[4] J. Cebeiro, M. Morvidone, D. Rubio. Algebraic Inversion Technique for the TV-transform, en las Actas del IV Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial. IV MACI 2013. 15 al 17 de mayo de 2013, Ciudad de Buenos Aires, Argentina.

Expositor: **PEPA RISMA, Eliana Beatriz**
Autores: GARCÉS Alejandra; PEPA RISMA, Eliana.
Lugar: INSTITUTO DE MATEMÁTICA APLICADA SAN LUIS - UNSL.

Matching en Cadenas: estructura de las soluciones estables.

Hatfield y Kominers (2012) introducen el modelo de Matching en Cadenas con Contratos Bilaterales, en el cual los agentes intercambian bienes a través de contratos bilaterales que especifican cada uno de ellos un comprador, un vendedor y las condiciones contractuales entre ambos. Dicho modelo contiene como caso particular la versión muchos-a-muchos del modelo de Matching con Contratos introducido por Hatfield y Milgrom (2005). Hatfield y Kominers (2012) prueban que cuando las firmas son acíclicas o dicho de otro modo, se relacionan en cadena de abastecimiento (o sea, las firmas se pueden ordenar de modo que cada una de ellas sea vendedora en todo contrato que la vincule con alguna firma que la sucede en dicho orden y compradora en todo contrato con alguna firma que la antecede), cierta condición sobre las preferencias de los agentes llamada sustituibilidad completa caracteriza el dominio maximal de preferencias de las firmas para el cual la existencia de asignaciones estables está garantizada. La aciclicidad exige la existencia de al menos una firma, que sea vendedora en todos los contratos que la nombran (vendedora exclusiva) y al menos una firma, que sea siempre compradora (compradora exclusiva). Hatfield y Kominers (2012) definen un orden parcial sobre el reticulado finito de pares ordenados de conjuntos de contratos existentes y una función de dicho conjunto en sí mismo, que es monótona con respecto a dicho orden parcial. Luego, demuestran usando el Teorema de puntos fijos de Tarski (1955) para reticulados finitos, que el conjunto de puntos fijos de esa función es un reticulado no vacío con respecto al mencionado orden parcial. Finalmente, suponiendo que se cumple la aciclicidad y sustituibilidad completa, demuestran que la intersección entre las dos coordenadas del punto fijo maximal del reticulado de puntos fijos mencionado da como resultado una asignación estable que es (débilmente) preferida por todos los compradores exclusivos, y que la intersección entre las dos coordenadas del punto fijo minimal del reticulado de puntos fijos da como resultado una asignación estable que es (débilmente) preferida por todos los vendedores exclusivos. En el presente trabajo profundizamos el resultado anterior. En primer lugar, exhibimos como ejemplo un mercado acíclico en el cual las preferencias de todos los agentes satisfacen sustituibilidad completa, tal que dos asignaciones estables distintas entre sí resultan al mismo tiempo (débilmente) preferidas por todos los compradores exclusivos a las otras asignaciones estables. Esto demuestra (por falta de unicidad del óptimo) que el conjunto de asignaciones estables en el modelo de Matching en Cadenas con Contratos Bilaterales no tiene estructura de reticulado con respecto a los órdenes parciales sugeridos por Hatfield y Kominers (2012), los cuales toman en cuenta sólo las preferencias de los compradores exclusivos y/o vendedores exclusivos. Posteriormente, definimos dos órdenes parciales -uno toma en cuenta las preferencias de los agentes en su faceta de vendedor y el otro en su faceta de comprador- sobre el conjunto de las asignaciones estables. Entonces, agregamos una restricción adicional a las preferencias de los agentes y demostramos que el conjunto de las asignaciones estables tiene estructura de reticulado con respecto a nuestros órdenes parciales y que dichos reticulados resultan ser duales. Es decir, si una asignación estable es preferida a otra por todos los agentes en su faceta de vendedor, entonces la segunda asignación estable será preferida a la primera por todos los agentes en su faceta de comprador. Esto comprueba la cierta contraposición de intereses entre las actividades de comprador y de vendedor, un resultado muy acorde a la vida real. Finalmente, mostramos que todos los mercados de Matching con contratos muchos-a-muchos en los cuales las preferencias de los agentes satisfacen sustituibilidad (condición necesaria para asegurar la existencia de asignaciones estables en dicho contexto), además de ser acíclicos y satisfacer sustituibilidad complementaria, cumplen nuestra restricción adicional, por lo que son válidos para ellos los resultados descriptos en el párrafo anterior. Además, para estos casos particulares, los órdenes parciales que hemos definido constituyen una extención de los órdenes parciales de Blair para cada lado del mercado, bien conocidos en la teoría de matching. Por lo tanto, se obtiene una demostración de que el conjunto de asignaciones estables en el modelo de matching con contratos muchos a muchos con preferencias sustituibles de los agentes forma reticulados duales con respecto a los órdenes parciales de Blair para cada lado del mercado y de la consecuente contraposición de intereses entre ambos lados del mercado.

Expositor: **A. A. I. Quiroga**
Autores: A. A. I. Quiroga, D. Fernandez, G. Torres y C. Turner.
Lugar: Facultad de Matemática, Astronomía y Física.

Método adjunto para un problema de invasión de cáncer mediante un problema de minimización con restricciones de EDP.

En este trabajo [1] se presenta un método para estimar los parámetros desconocidos que caracterizan un modelo de invasión de cancer [2], el cual describe la distribución espacial y la evolución temporal de la densidad del tejido normal (N_1), el crecimiento de tejido neoplásico (N_2) y el exceso de concentración de iones H^+ (L). El modelo está dado por el siguiente sistema acoplado de reacción difusión:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_1}{\partial t} &= r_1 N_1\left(1-\frac{N_1}{K_1}\right) - d_1 L N_1,\\
\frac{\partial N_2}{\partial t} &= r_2 N_2\left(1-\frac{N_2}{K_2}\right) + \nabla\cdot\left(D_{N_2}\left(1-\frac{N_1}{K_1}\right)\nabla N_2\right),\\
\frac{\partial L}{\partial t} &= r_3 N_2 - d_3 L + D_{N_3}\Delta L.
\end{aligned}$$

Cada uno de los parámetros del modelo tiene una interpretación biológica, por ejemplo, la tasa de crecimiento de tejido neoplásico (r_2), el coeficiente de difusión (D_{N_2}), la tasa de reabsorción (d_3) y la influencia destructiva de los iones H^+ en el tejido sano (d_1). Sin embargo no todos ellos se pueden estimar mediante mediciones directas [3], en este caso no se conoce el valor de d_1.

Nuestro método consiste en aproximar dicho parámetro por medio de un problema de minimización (problema inverso). Para ello se define un funcional que compara los datos reales con la solución numérica que se obtiene resolviendo el problema directo. Este funcional se minimiza utilizando un algoritmo de minimización tipo gradiente, para ello se utiliza el método adjunto [4]. Utilizamos el Método de Elementos Finitos para la resolución los problemas directo y adjunto.

Referencias

[1] A. A.I. Quiroga,D. R. Fernández, G. A. Torres,C. V. Turner, Adjoint method for a tumor invasion PDE-constrained optimization problem using FEM. Prepint.

[2] R. A. Gatenby, E. T. Gawlinski, A reaction-diffusion model of cancer invasion, Cancer Research 56 (1996) 5745–5753.

[3] G. R. Martin, R. K. Jain, Noninvasive measurement of interstitial ph profiles in normal and neoplastic tissue using fluorescence ratio imaging microscopy, Cancer research 54 (1994) 5670–5674

[4] J. Nocedal, S. J. Wright, Numerical optimization, Springer Science+ Business Media, 2006.

Expositor: **Paola Bonfili.**
Autores: P. Bonfili*, A.Torresi**, S.Soulier*, M. Ferrari*.
Lugar: *Dpto de Matemática, F. Ingeniería, UNSJB, Trelew, Dpto de Matemática, UNS** Bahía Blanca, ***Dpto d.

Órbitas periódicas en un modelo poblacional de dos sexos con tasa de divorcio

En este trabajo se realiza un estudio analítico y numérico de la bifurcación de órbitas periódicas locales en un modelo poblacional con divorcio [2]. Se utiliza un método basado en la teoría de control [3, 4, 5] para determinar la existencia de órbitas periódicas locales y sus posibles diagramas de bifurcación. En el trabajo de [2] se presenta el sistema

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \dot{E} & = & -\mu E + \left(\frac{\beta}{2} + (aE+\eta)^2 + \mu\right) P - \rho E \\ \dot{P} & = & \rho E - \left((aE+\eta)^2 + 2\mu\right) P, \end{array} \right.$$

donde E representa la misma cantidad de ejemplares hembras y machos, P es la cantidad de parejas, η la tasa de divorcio es el parámetro de bifurcación y los parámetros auxiliares son: μ la tasa de mortandad, β la tasa de nacimiento por pareja y ρ la tasa de formación de parejas. Este sistema es una modificación del modelo demográfico de dos sexos introducido por [1] e incluye a la tasa de divorcio como una función creciente de la cantidad de individuos. En [2] se determinó que las soluciones están acotadas y existe un único equilibrio positivo que tiene una bifurcación de Hopf supercrítica. En este trabajo se verifica la existencia de órbitas periódicas utilizando un método proveniente de la teoría de control en el dominio frecuencia [3, 4, 5]. El método muestra la dinámica del sistema y provee de una aproximación analítica de la solución periódica para valores generales de los parámetros auxiliares.

Referencias

[1] K. Hadeler, R. Waldstátter, A. Wórz-Busekros, (1988) *Models for pair formation in bisexual populations*, Journal of Mathematical Biology, 26, 635-649.

[2] D. Maxin, L. Berec, (2010) *A two-sex demographic model whit single-dependent divorce rate*, Journal of Theoretical Biology, 265(4):647-56. DOI:10.1016/j.jtbi.2010.06.013.

[3] A. Mees, (1981) *Dynamics of Feedback Systems*, Wiley, New-York.

[4] J. Moiola and G. Chen, (1996) *Hopf Bifurcation Analysis: A Frequency Domain Approach*, **21** Nonlinear Science, World Scientific Co., Singapore .

[5] A. Torresi, G. Calandrini, P. Bonfili and J. Moiola, (2012) *Generalized Hopf bifurcation using a frequency-domain formulation*, International Journal of Bifurcation and Chaos, World Scientific Publ., Vol. 22, nro 8, art. 1250197.

Expositor: **Juan Carlos Rosales**
Autores: Juan Carlos Rosales (a,b), Hyun Mo Yang (b), Orlando José Avila Blás (a), Jorge Garzón (a) y Marcelo Ballesteros (a).
Lugar: a) Departamento de Matemática. Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Nacional de Salta. b) EPIFI.

Patrones Simulados de Incidencias de Leishmaniasis Tegumentaria vía Monte-Carlo

A partir de datos históricos de los casos de Leishmaniasis Tegumentaria Americana del Departamento de Orán, Provincia de Salta, registrados en dos décadas: 1985-1995 y 1995-2005, se determinaron las frecuencias mensuales del registro histórico transversal, correspondiente a la incidencia. Las distribuciones empíricas anuales por mes presentan una marcada asimetría positiva en los meses de sequía, mientras que en los meses lluviosos tal asimetría es moderada, con un máximo absoluto en el mes de Agosto. Para cada mes, contemplando todos los años se calcularon la frecuencia relativa y la mediana a fin de poder unir las series de media y mediana por curva poligonales. Con estas distribuciones discretas se construyeron sendas funciones lineales a trozos para simular los datos observados, utilizando el método Monte-Carlo. La simulación para cada serie se analizó temporalmente con una bondad de ajuste basada en intervalos de confianza. Se logra un mejor aproximante trabajando con la serie de medianas dado que la misma muestra un comportamiento estructural similar al de la serie original, respetando máximos, mínimos, ciclos y la estacionalidad marcada entre el periodo seco y de lluvias. A partir de ésta construcción se generaron situaciones para las dos décadas y se obtuvieron patrones de la situación endémica en la región. Los patrones obtenidos numéricamente pueden ser usados como sub-modelos e incorporarse en modelos tipo SIR (susceptibles, infectados, recuperados), haciendo más realista el término que representa el principio de acción de masa para poblaciones mezcladas uniformemente homogéneas.

Expositor: **Luciana Pepa Risma**
Autores: Luciana Pepa Risma, Juan Cesco.
Lugar: Instituto de Matemática Aplicada San Luis - UNSL.

Problemas de árboles de costo mínimo con restricciones presupuestarias

Un problema de árboles de costo mínimo tradicional surge ante una situación como la que se describe a continuación. Supongamos que un grupo de agentes ubicados en diferentes puntos geográficos necesitan un servicio particular para el que se considera un único proveedor, es decir, una fuente común. Para conseguirlo, se requieren conexiones que implican cierto costo. Se genera entonces, en primer lugar, el problema de determinar una red (grafo) óptima que incluya la conexión de todos los agentes con la fuente (de manera directa o a través de otros agentes), es decir, un árbol de costo mínimo; luego, el problema de decidir qué fracción del costo total de dicha red deberá pagar cada uno. Esto último plantea el desafío de definir reglas de distribución de costos adecuadas, y la evidente analogía entre división de costos y división de beneficios que se obtienen de la cooperación entre los agentes convirtieron a la Teoría de Juegos Cooperativos en una herramienta muy útil para esta tarea. En cuanto a la literatura más destacada acerca de estos problemas cabe mencionar los conocidos algoritmos de Boruvka (1927), de Kruscal (1956) y de Prim (1957) para computar árboles mínimos, y los trabajos de Bird (1976), Feltkamp, Tijs and Muto (1994), Dutta y Kar (2004), Bergantiños y Vidal-Puga (2005), que abordan el problema de la repartición de costos. Si a una situación de este tipo se añade la consideración, para cada individuo, de un límite en el valor máximo que se le podría asignar a pagar por la obtención del servicio, se origina lo que hemos llamado un problema de árboles de costo mínimo con restricciones presupuestarias, que requiere el desarrollo de un nuevo modelo matemático. De dicho modelo nos ocupamos en el trabajo que proponemos, redefiniendo adecuadamente el concepto general de reglas de distribución y sus propiedades, y generando reglas particulares con herramientas tomadas de la Teoría de Juegos Cooperativos.

Expositor: **Mercedes Pérez Millán**
Autores: Alicia Dickenstein y Mercedes Pérez Millán.
Lugar: Dto. de Matemática - FCEyN - UBA, IMAS-CONICET, Dto. de Cs. Exactas - CBC - UBA..

Redes enzimáticas y estados estacionarios tóricos

Redes de reacciones químicas con cinética de acción de masas dan lugar a sistemas dinámicos polinomiales, cuyos estados estacionarios son por lo tanto los ceros de un sistema polinomial. Estas ecuaciones pueden ser analizadas por métodos algebraicos, en los cuales los parámetros son tratados como expresiones simbólicas cuyos valores numéricos no necesitan ser conocidos de antemano. Cuando el ideal de estados estacionarios es binomial, se dice que el sistema tiene *estados estacionarios tóricos*. En estos sistemas, ciertas preguntas pueden resolverse efectivamente. Por ejemplo, es posible determinar la existencia de estados estacionarios positivos, y el estudio de la capacidad de tener múltiples estados estacionarios se traduce a estudiar sistemas de desigualdades lineales y es por lo tanto algorítmico.

Hemos mostrado en [2] que los sistemas de reacciones químicas asociados a las fosforilaciones de una proteína con distintos sitios posibles, bajo la suposición de un mecanismo distributivo secuencial, tiene estados estacionarios tóricos, explicitando así lo obtenido en el trabajo de [4]. En este trabajo, ampliamos la familia de redes enzimáticas con estados estacionarios tóricos. Incluimos en nuestro estudio los motivos de redes enzimáticas considerados en [1] y relacionamos nuestra caracterización con los sistemas estudiados en [3].

Referencias

[1] E. Feliu y C. Wiuf, 2012. *Enzyme sharing as a cause of multistationarity in signaling systems.* J. Royal Soc. Interface, 9(71), 1224–32.

[2] M. Pérez Millán, A. Dickenstein, A. Shiu, C. Conradi, 2012. *Chemical reaction systems with toric steady states.* B. Math. Biol., 74(5), 1027–1065.

[3] M. Thomson and J. Gunawardena, 2009. *The rational parameterisation theorem for multisite post-translational modification systems.* J. Theor. Biol. 261(4), 626–636.

[4] L. Wang and E. Sontag, 2008. *On the number of steady states in a multiple futile cycle.* J. Math. Biol. 57(1), 29–52.

Expositor: **Mazzieri, Gisela Luciana**
Autores: Mazzieri, Gisela Luciana; Spies, Rubén Daniel y Temperini, Karina Guadalupe..
Lugar: Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, IMAL (CONICET-UNL); Universidad Nacional del Litoral (.

Regularización espacialmente variable con penalizantes de tipo L2-BV para problemas inversos mal condicionados.

El desarrollo de métodos de regularización híbridos y combinados para resolver problemas inversos mal condicionados ha recibido considerable atención durante las dos últimas décadas. En particular, en aquellos problemas en los que se sabe que la regularidad de la solución exacta es espacialmente heterogénea, la utilización simultánea de diferentes tipos de penalizantes en métodos de Tikhonov-Phillips generalizados, ha mostrado resultados que mejoran considerablemente los obtenidos con los métodos y penalizantes clásicos. Entre los métodos generalizados mencionamos la utilización de penalizantes asociados a la norma y seminorma de variación acotada [1], el uso de penalizantes con exponentes variables [2], la combinación de seminormas asociadas a operadores cerrados [3], [4], etc.

En este trabajo presentaremos varios resultados sobre la existencia y unicidad de minimizantes de un funcional de Tikhonov-Phillips generalizado con un penalizante que resulta de la combinación adaptiva de la norma en L^2 y la seminorma de variación acotada (BV). Asimismo se mostrarán aplicaciones a problemas de restauración de imágenes y se discutirán algunos problemas abiertos.

Referencias:

[1] R. Acar and C. R. Vogel, *Analysis of bounded variation penalty methods for ill-posed problems*, Inverse Problems 10, pp. 1217-1229, 1994.

[2] Y. Chen, S. Levine and M. Rao, *Variable exponent, linear growth functionals in image restoration*, SIAM Journal Applied Mathematical, Vol. 66, No. 4, pp. 1383-1406, 2006.

[3] G. L. Mazzieri, R. D. Spies and K. G. Temperini, *Existence, Uniqueness and Stability of Minimizers of Generalized Tikhonov-Phillips Functionals*, Journal Mathematical Analysis and Applications, Vol. 396, pp. 396-411, 2012.

[4] G. L. Mazzieri, R. D. Spies and K. G. Temperini, *Directional convergence of spectral regularization method associated to families of closed operators*, Computational and Applied Mathematics, Vol. 32, pp. 119-134, 2013.

Expositor: **Guspí, Fernando**
Autores: Guspí, Fernando.
Lugar: Departamento de Matemática y Grupo Geofisica, FCEIA, U. N. Rosario.

Resolución de problemas inversos de campos potenciales empleando normas de simplicidad

Los problemas inversos de campos potenciales (gravedad, magnetismo, etc.) buscan estimar, a partir de anomalías observadas en la superficie terrestre, las características (posición, forma, densidad, etc.) de los cuerpos causantes en el subsuelo. Son problemas altamente indeterminados, y de no conocerse información adicional, puede suponerse, en una primera aproximación, que la solución buscada se ajusta a cierta norma, p. ej. estar uniformemente distribuida o ser rala, etc. Dividiendo el subsuelo en celdas, se asigna a cada celda el valor de una propiedad como masa o intensidad magnética, y se considera que el conjunto de valores en todas las celdas, además de reproducir las anomalías observadas, minimiza o maximiza determinada norma. En este trabajo estudiamos la solución que surge de maximizar normas de simplicidad, que proveen la más simple estructura para la solución, de manera de concentrar el mayor valor en uno o en pocos puntos, quedando el resto de las celdas con valores próximos a cero. Normas de simplicidad usuales son la norma varimax, y la norma D, introducida por Cabrelli, que analizamos con más detalle. Cabe destacar que las normas de simplicidad no amplifican las inexactitudes o ruido de los datos, ya que al concentrar la solución en pocos puntos, compensan el ruido con los valores en los puntos restantes. Esto permite pedir que la solución ajuste exactamente los datos, agilizando la resolución. Habiendo más celdas que observaciones, al igualar las anomalías observadas a la suma de los efectos de las celdas, se plantea un sistema lineal indeterminado, cuya solución general se obtiene mediante una descomposición en valores singulares (SVD). Luego se elige aquella solución particular que maximice la norma D, mediante un algoritmo no iterativo que representa una ventaja sobre la maximización de otras normas, que requieren iteraciones. Se presentan ejemplos de aplicación a datos sintéticos en casos bidimensionales incluyendo ruido en las observaciones, que muestran el alcance y posibilidades de la solución hallada con la norma de simplicidad.

Expositor: **Alvarez, María Evangelina**
Autores: Alvarez, María Evangelina, Di Marco, Silvia.
Lugar: FCEIA - UNR - CONICET.

Sobre la optimalidad de estartegias mixtas para cierta familia de problemas

En este trabajo estudiamos problemas de control óptimo donde tanto estrategias continuas como impulsionales están permitidas. La familia de problemas que consideramos utiliza un criterio aditivo lineal con respecto al control continuo y su correspondiente versión límite para el control impulsional. Esta forma del criterio resultará determinante de la naturaleza mixta de los controles óptimos.

Utilizando la ecuación de tipo Hamilton-Jacobi-Bellman adecuada caracterizamos la función valor del problema, cf. [1, 2]. Luego, a partir de la ecuación de Euler, proponemos un control que resulta óptimo. Para varios casos mostraremos que el control óptimo es mixto.

Este tipo de problemas aparecen, por ejemplo, en los modelos de gestión de recursos naturales renovables, cf. [3, 4]. En estos modelos se consideran usualmente dos tipos bien diferentes de extracciones. Una política de extracción continua considera que en cada instante se extrae una porción de población de manera que la medida de la misma nunca cambia abruptamente. Las políticas impulsionales consisten de una sucesión de instantes y cantidades. En esos instantes privilegiados una cantidad de población es extraída, produciendo cambios abruptos. Trabajamos con dinámicas homogéneas que representan la evolución natural del recurso.

Referencias

[1] G. Barles, *Solutions de viscosité des équations de Hamilton-Jacobi*, (1994) Springer-Verlag.

[2] M. Bardi, I. Capuzzo-Dolcetta, *Optimal control and viscosity solutions of the Hamilton-Jacobi-Bellman equations*, (1997) Birkhauser.

[3] C. Clark, *Mathematical bioeconomics. Optimal Management of renewable resources*, Second Edition, (2005) Wiley.

[4] M. E. Alvarez, S. Di Marco, K. Erdlenbruch, M. Tidball, *On the optimality of mixed strategies in a natural resources control problem*, 12th Viennese Workshop on Optimal Control, Dynamic Games and Nonlinear Dynamics, junio 2012, Austria.

Expositor: **Alejandro Neme**
Autores: Gustavo Bergantiños , Jordi Massó Inés Moreno de Barreda and Alejandro Neme.
Lugar: Instituto de Matemática Aplicada San Luis. UNSL-CONICET.

STABLE PARTITIONS IN MANY DIVISION PROBLEMS

Abstract: We study how to partition a set of agents in a stable way when each coalition in the partition has to share a unit of a perfectly divisible good, and each agent has symmetric single-peaked preferences on the unit interval of his potential shares. A rule on the set of preference profiles consists of a partition function and a solution. Given a preference profile, a partition is selected and as many units of the good as the number of coalitions in the partition are allocated, where each unit is shared among all agents belonging to the same coalition according to the solution. A rule is stable at a preference profile if no agent strictly prefers to leave his coalition to join another coalition and all members of the receiving coalition want to admit him. We show that the proportional solution and all sequential dictator solutions admit stable partition functions. We also show that stability is a strong requirement that becomes easily incompatible with other desirable properties like efficiency, strategy-proofness, anonymity, and non-envyness.

Expositor: **Matias Hernández**
Autores: Barrea Andrés - Matias Hernández.
Lugar: Famaf - UNC.

Sustentabilidad de protocolos de quimioterapia

Las terapias tradicionales contra el cáncer están destinadas a eliminar la mayor cantidad de células malignas. Ocurre que generalmente existen dos (posiblemente más) subpoblaciones de células cancerígenas: una subpoblación es sensible a la terapia, y es mayoría; la otra es resistente, y es minoría. Entonces lo que sucede es que las terapias tradicionales en realidad eliminan las células sensibles dejando un tumor constituido de células resistentes que podrán crecer sin ninguna terapia efectiva para combatirlas. Por este motivo en la actualidad el cáncer comienza a verse no necesariamente como una enfermedad que debe ser curada erradicando las células cancerosas sino como una enfermedad crónica con la cual el paciente pueda vivir. Para que el anterior cambio de paradigma se alcanzable es necesario mantener el tumor dentro de un cierto umbral a lo largo del tiempo. Nosotros aplicamos la teoría de la viabilidad para estudiar la sustentabilidad de protocolos de quimioterapia, en el sentido anterior, presentando los principales resultados numéricos

---

Expositor: **Hernández Matias**
Autores: Barrea Andrés - Hernámdez Matias.
Lugar: Famaf UNC. CIEM.

Sustentabilidad de protocolos de quimioterapia

Las terapias tradicionales contra el cáncer están destinadas a eliminar la mayor cantidad de células malignas. Ocurre que generalmente existen dos (posiblemente más) subpoblaciones de células cancerígenas: una subpoblación es sensible a la terapia, y es mayoría; la otra es resistente, y es minoría. Entonces lo que sucede es que las terapias tradicionales en realidad eliminan las células sensibles dejando un tumor constituido de células resistentes que podrán crecer sin ninguna terapia efectiva para combatirlas. Por este motivo en la actualidad el cáncer comienza a verse no necesariamente como una enfermedad que debe ser curada erradicando las células cancerosas sino como una enfermedad crónica con la cual el paciente pueda vivir. Para que el anterior cambio de paradigma se alcanzable es necesario mantener el tumor dentro de un cierto umbral a lo largo del tiempo. Nosotros aplicamos la teoría de la viabilidad para estudiar la sustentabilidad de protocolos de quimioterapia, en el sentido anterior, presentando los principales resultados numéricos.

Expositor: **Patricia L. Galdeano**
Autores: Patricia L. Galdeano y Luis G. Quintas.
Lugar: Universidad Nacional de san Luis.

uego cooperativo con transferencia de información: Soluciones: Valor de Shapley y Core

En esta comunicación se presenta un problema de decisión sobre el valor de la información en un modelo cooperativo. Hay un agente (el innovador), que tiene información o tecnología que desea vender a algunos potenciales compradores (los usuarios). Estos usuarios, con similares características, e igual nivel de información o tecnología previa, comparten el mismo mercado, y se espera que la utilidad prevista de cada uno de ellos mejore obteniendo la información, lo cual no sucede en un marco no-cooperativo, por eso la situación es modela como un juego cooperativo de (n+1) persona. Se supone: Un mercado fijo, donde ningún agente puede ingresar o retirarse del mercado durante todo el juego y los usuarios que adquieren la información hacen uso de ella. Se define la función característica del juego, adoptando una actitud de la prudencia. Además se estudian las propiedades de dicha función característica. Probamos que es superaditividad. Además el juego es resulta monotónico. También se estudian y computan las soluciones del juego como el Core y el valor de Shapley y se determina la relación entre estas soluciones.

Expositor: **Prof. María Laura Poblete**
Autores: Prof. María Laura Poblete; Dr. Federico Horne.
Lugar: Universidad Nacional del Comahue, Fac. de Ciencias Agrarias.

Un modelo matemático para la toma de desiciones en la producción del Alto Valle de Río Negro y Neuquén

Una de las principales actividades económicas de la zona del Alto Valle de Río Negro y Neuquén es la fruticultura, actividad que se realiza gracias a la existencia de un complejo sistema de riego y drenaje. Actualmente la baja rentabilidad del productor del Alto Valle de Río Negro y Neuquén, se ve reflejada en la obsolescencia de su maquinaria, en la edad y baja productividad de los montes frutales, en el nivel de endeudamiento y en el número de chacras que son alquiladas a grandes empresas o que son vendidas para lotear. Por otro lado, la crisis financiera internacional afectó fuertemente a la comercialización de la producción frutícola del Alto Valle de Río Negro y Neuquén, especializada en peras y manzanas, y entre las alternativas para paliar los efectos en este negocio es el resurgimiento de las cooperativas de productores, que apuntan a generar una mayor acumulación de capital y optimización de recursos. El objetivo del presente trabajo fue lograr maximizar una función de beneficios que optimice la rentabilidad de las unidades productivas (chacras), sujeta a restricciones de requerimientos y comportamiento de cada cultivo y al capital disponible por el productor, hasta llegar a un equilibrio económico. Se utilizó el programa Lingo 12.0 para programación lineal que utiliza una base de datos en una planilla Excel. En primer lugar, se planteó encontrar la combinación de cultivos que maximice el beneficio obtenido por un productor que debe empezar a proyectar sobre un terreno ya preparado, teniendo en cuenta condiciones básicamente económicas como requerimientos de mano de obra, maquinaria, fertilizante, tratamientos sanitarios, etc., y dejando de lado, las condiciones biofísicas de la zona en estudio. El análisis se llevó a cabo teniendo en cuenta una base de datos de requerimientos, precios y producción de cuatro cultivos: manzana, pera, cereza y uva de mesa que se construyó como punto de partida, con valores generales que pueden tener un rango de variación de una chacra a otra. Dichos valores pueden ser fácilmente actualizados con un simple cambio en una planilla de parámetros de valor dólar, valor gas oil, valor jornal. Los resultados obtenidos muestran que es conveniente sustituir peras y manzanas por cereza y uva de mesa y que, en caso de elegir alguno de los otros dos cultivos, la mejor elección sería pera. Cabe aclarar que los resultados se consideran aun parciales ya que se espera avanzar sobre una función de productividad que considere las condiciones biofísicas de la zona, ampliar la variedad de cultivos y analizar si los resultados obtenidos son factibles a la hora de comercializar la cereza y la uva.

Expositor: **Lotito, P.A.**
Autores: Lotito, P.A.; Parente, L.A..
Lugar: CONICET-UNCPBA; CIFASIS-CONICET-UNR.

Un nuevo abordaje para el problema de estimación de matrices O-D

Consideramos el problema de estimación de matrices origen-destino en una red de tráfico vehicular. Se trata de un problema binivel que presenta minimización cuadrática en el nivel superior y restricciones de equilibrio de Wardrop, expresadas a través de una inecuación variacional, en el nivel inferior. Específicamente, dado un vector de demandas desactualizado $\bar{d}$ y un conjunto $\tilde{A}$ de arcos donde se puede medir el flujo actual, se presenta el siguiente problema:

$$\text{mín} \sum_k \rho_k (d_k - \bar{d}_k)^2 + \sum_{a \in \tilde{A}} \beta_a (x_a - \bar{x}_a)^2, \tag{16}$$

sujeto a

$$t(x)^T (x - x') \geq 0, \ \forall x' \in \omega(d) \tag{17}$$

donde $t(x)$ es la función de costo por arcos para el vector de flujos x y $\omega(d)$ es el conjunto de flujos por arco que satisfacen el vector de demanda d, expresado por restricciones lineales de igualdad y desigualdad.

Las condiciones KKT de la IV (17) permiten reformular las restricciones como como restricciones de complementariedad. Mediante la técnica de *lifting* desarrollada en [3] se obtiene una condición de optimalidad que consiste en buscar un cero de un operador semidiferenciable no monótono, resoluble a través de esquemas tipo Newton con estrategias de globalización por búsqueda lineal. Presentamos ejemplos numéricos en redes standard de pequeño y mediano porte, contrastando los resultados heurísticos de [1] y [2].

Referencias

[1] Codina,E. y Barceló, J., Adjustment of O-D trip matrices from observed volumes: An algorithmic approach based on conjugate directions, *European Journal of Operational Research*, vol. 155 (2004), pp. 535-557.

[2] Lundgren, J.T. y Peterson, A., A heuristic for the bilevel origin-destination-matrix estimation problem, *Transportation Research Part B*, vol. 42 (2008), pp. 339–354.

[3] Izmailov, A. F., Pogosyan, A. L. y Solodov, M. V., Semismooth Newton method for the lifted reformulation of mathematical programs with complementarity constraints, *Comput. Optim. Appl.*, vol. 51, nro. 1 (2012), pp. 199-221.

Expositor: **Lic. Manasero, Paola Belén**
Autores: Lic. Manasero, Paola Belén y Dr. Neme, Alejandro José.
Lugar: Instituto de Matemática Aplicada San Luis, Universidad Nacional de San Luis (CONICET), San Luis, Arg.

Una Extensión del Modelo de Admisión de Estudiantes a Colegios

Muchos de los problemas de asignación tienen una configuración muchos a uno en lugar de uno a uno, aunque las preferencias de los agentes de ambos lados del mercado son sobre los agentes. Dentro de este marco se encuentra el característico problema de asignación de estudiantes a colegios. Gale y Shapley (1962) definen una correspondencia entre los modelos descriptos anteriormente, la cual es usada para trasladar muchos de los resultados clásicos demostrados en el uno a uno al modelo de admisión a los colegios. La idea original era que esta correspondencia establecía una equivalencia total entre los modelos. Gale y Shapley demostraron que este pensamiento era erróneo, muchos de los resultados de optimalidad e incentivos no pueden ser extendidos.

En este trabajo consideramos modelos más generales, muchos a muchos, en el cual uno de los lados del mercado tiene preferencias responsivas sobre el otro lado del mercado. En primer término mostramos mediante un ejemplo que la extensión natural de la correspondencia definida por Gale y Shapley no establece una equivalencia entre los conjuntos estables del modelo muchos a muchos con el modelo muchos a uno. A partir de la observación anterior definimos una correspondencia entre el conjunto de matching de ambos modelos con la propiedad que cuando la restringimos al conjunto de matching estables es una función isótona. Con este resultado redescubrimos la estructura de reticulado en el conjunto de matching estables.

En primer término conjeturamos que los resultados que provienen del estudio de un mercado centralizado donde el objetivo está puesto en estudiar soluciones estables preocupándose por la existencia y las propiedades de las mismas, pueden ser trivialmente re-descubiertos con la correspondencia descripta antes. Luego, mostramos un algoritmo, el cual junto con la correspondencia antes dicha, estudia los mercados descentralizados, los cuales describen la dinámica de los mercados para obtener soluciones estables.

Expositor: **Claudia Denner**
Autores: Jorge Pérez, Ana Rosso, Claudia Denner, Juan Cesco. .
Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto.

Una extrapolación usando la función seno integral para cierta clase de integrales moleculares.

En cálculos moleculares resulta necesaria la evaluación de un importante número de integrales tridimensionales, impropias, con integrandos oscilantes, cuando se utilizan orbitales de Slater o funciones de decaimiento exponencial en las bases atómicas. Una clase de ellas es:

$$\Im = \int_0^\infty f(w)\frac{\sin(w)}{w}dw$$

donde la función $f(w)$ es una integral bidimensional que no puede resolverse en términos de funciones elementales. La evaluación numérica de esta función es de alto costo computacional, razón por la cual es deseable diseñar algoritmos en los que se requiera pocas evaluaciones de la misma.
En este trabajo se explora la aproximación de $\Im$ utilizando un proceso de extrapolación, el cual está basado en las propiedades de la función Seno integral, $Si(\eta)$, de esta manera se logra:

$$\Im \cong \lim_{\eta\to\infty}[A \times Si(\eta) + B]$$

donde A y B se determinan por cuadrados mínimos en el contexto a ser presentado. Dicho procedimiento se basa en la siguiente relación:

$$S(\eta) - [A \times Si(\eta) + B] = \int_\eta^\infty [f(\xi) - f(w)]\frac{\sin(w)}{w}dw$$

siendo

$$S(\eta) = \int_0^\eta f(w)\frac{\sin(w)}{w}dw.$$

Expositor: **N. Iris Auriol**
Autores: N. Iris Auriol- Ezio Marchi.
Lugar: Universidad Nacional de San Luis.

Correlated equilibrium points: comments and related topics

Correlated equilibria, introduced by Aumann in 1974 [1], and related to various topics studied by Marchi in 1969 [4] and 1972 [5] have very interesting aspects. In a recent study by Marchi and Matons [6] they have used the fact that the fiber bundle where the game is defined , is very rich from an analytic and geometric viewpoint. In the previous article they have dealt with the same aspects of the theory of n-person games considering two players with only two pure strategies each, called çase 2 by 2". In this new paper, we present a generalization of these results to the case that one of the players has two strategies and the remaining have n (case 2 by n). We would point out that if we attack and solve this in the way we have posed the problem in [4] and [5] perhaps we can not get any useful results. This is due to the fact that the underlying fiber bundle in the game is cut by the simplex and this can be displayed only in the case 2 by 2. However, Marchi and Matons [6] have found a new way to obtain all the analytic and geometrical tools via a set of general inequalities.

We also study the relationship between Aumann correlated equilibria and Nash equilibrium points.

6. Ecuaciones diferenciales

Conferencias invitadas

- Uriel Kaufmann, SOLUCIONES ESTRICTAMENTE POSITIVAS PARA CIERTOS PROBLEMAS ELÍPTICOS NO LINEALES.
- Leandro Del Pezzo, FUNCIONES F-ARMONIOSAS SOBRE ÁRBOLES DIRIGIDOS.
- Nicolas Saintier, ON THE FIRST NONTRIVIAL EIGENVALUE OF THE INFINITY-LAPLACIAN WITH NEUMANN BOUNDARY CONDITIONS.

Expositor: **Luciano M. Lugo Motta Bittencourt**
Autores: Luciano M. Lugo Motta Bittencourt, Juan E. Nápoles Valdes, Samuel I. Noya.
Lugar: UNNE, UNNE y UTN, UNNE.

ABOUT A REGION OF BOUNDEDNESS FOR SOME NONAUTONOMOUS LIENARD'S EQUATION

In this paper we study sufficient conditions for boundedness of solutions of some nonautonomous Lienard's equation, constructing a suitable region of boundedness around the origin of coordinates.

Expositor: **Ivana Gómez**
Autores: Hugo Aimar, Bruno Bongioanni, Ivana Gómez.
Lugar: IMAL.

ANÁLISIS ESPECTRAL DE UN OPERADOR DE DIFERENCIACIÓN FRACCIONARIA Y CONVERGENCIA PUNTUAL AL DATO INICIAL PARA UN PROBLEMA DE SCHRÖDINGER ASOCIADO

Los métodos de wavelets permiten abordar problemas no locales de derivación fraccionaria en los que el núcleo $|x-y|^{-(1+\beta)}$, $0<\beta<1$, se sustituye por $\delta(x,y)^{-(1+\beta)}$ donde δ es la distancia diádica.

En el caso unidimensional este núcleo es el del operador cuya forma espectral es diagonal en la base de Haar y los correspondientes autovalores son la potencia β de la escala, es decir, $D^\beta h_k^j = 2^{j\beta} h_k^j$, donde D^β denota la derivación fraccionaria de orden β asociada a la distancia diádica en $\mathbb{R}^+$. A partir de este análisis espectral probamos una fórmula de sumabilidad para el núcleo D^β en términos de la base de Haar.

Por otro lado, la identificación de los espacios de funciones con baja regularidad para los cuales la convergencia puntual al dato inicial para las soluciones de la ecuación de Schrödinger de partícula libre dependiente del tiempo, es un problema difícil. En dimensión uno Carleson, [2], probó la convergencia en casi todo punto para un dato inicial en el espacio H^s cuando $s \geq \frac{1}{4}$. Ver también [3], entre otros trabajos.

En [1] estudiamos la convergencia puntual al dato inicial para ecuaciones de tipo Schrödinger con operador de derivación fraccionaria dado por D^β, y probamos la convergencia puntual con dato en espacios de regularidad Besov.

Referencias

[1] Hugo Aimar, Bruno Bongioanni, and Ivana Gómez, *On dyadic nonlocal Schrödinger equations with Besov initial data*. J. Math. Anal. Appl., vol. 407, no. 1, 2013, pp. 23–34.

[2] Lennart Carleson, *Some analytic problems related to statistical mechanics*, Euclidean harmonic analysis (Proc. Sem., Univ. Maryland, College Park, Md., 1979), Lecture Notes in Math., vol. 779, Springer, Berlin, 1980, pp. 5–45.

[3] Björn E. J. Dahlberg and Carlos E. Kenig, *A note on the almost everywhere behavior of solutions to the Schrödinger equation*, Harmonic analysis (Minneapolis, Minn., 1981), Lecture Notes in Math., vol. 908, Springer, Berlin, 1982, pp. 205–209.

Expositor: **A.Bel**
Autores: A. Bel, W. Reartes, A. Torresi.
Lugar: Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur.

BIFURCACIÓN DE HOPF GENERALIZADA EN UN SISTEMA CON RETARDO.

Consideramos la ecuación analizada en [2]

$$\dot{z}(t) = (\alpha + i)z(t) + (1 + i\gamma)|z(t)|^2 z(t) - \kappa \exp(i\beta)(z(t) - z(t - \tau))$$

donde $z(t) = x(t) + iy(t)$, $\kappa \neq 0$ y $\tau > 0$.

Aplicamos la metodología en frecuencia [1, 3] para analizar el comportamiento dinámico del sistema. En particular la existencia de ciclos periódicos asociados con bifurcaciones de Hopf.

La metodología aplicada permite encontrar una ecuación de bifurcación cuyas soluciones están en correspondencia unívoca con los ciclos periódicos del sistema.

La forma particular de la ecuación de bifurcación permite realizar un estudio detallado de la misma, que difiere del aplicado en los trabajos anteriores citados.

Encontramos condiciones en el espacio de parámetros para la existencia de bifurcaciones de Hopf degeneradas. Es posible describir distintos escenarios asociados con la multiplidad de ciclos, como por ejemplo bifurcación fold o silla–nodo de ciclos.

Referencias

[1] F. S. Gentile, J. L. Moiola, and E. E Paolini. On the study of bifurcations in delay-differential equations: a frequency-domain approach. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 22(6), 2012.

[2] W. Just, B. Fiedler, M. Georgi, V. Flunkert, P. Hövel, and E. Schöll. Beyond the odd number limitation: A bifurcation analysis of time-delayed feedback control. *Phys. Rev. E*, 76, 2007.

[3] A. M. Torresi, G. L. Calandrini, P. A. Bonfili, and J. L. Moiola. Generalized Hopf bifurcation in a frequency domain formulation. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 22(8), 2012.

Expositor: **Romina Cobiaga**
Autores: Romina Cobiaga y Walter Reartes.
Lugar: Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur.

Búsqueda heurística de órbitas periódicas en sistemas con retardo

En un trabajo reciente [2] se ha presentado una nueva metodología para encontrar órbitas periódicas en sistemas dinámicos modelados por ecuaciones diferenciales ordinarias. La misma se basa en el Método de Análisis Homotópico de S. Liao [3]. El método presentado es de carácter heurístico y permite hallar las frecuencias de las órbitas periódicas y posteriormente expresiones explícitas de las mismas.

En este trabajo se extiende la aplicación del método a sistemas con retardo. Se ha utilizado como ejemplo la ecuación de van der Pol, a la que se le agrega un término que representa una realimentación retardada. La misma ecuación fue estudiada anteriormente por uno de los autores [1] pero utilizando el Método de Análisis Homotópico en su versión original.

Los resultados muestran que es posible identificar las distintas órbitas periódicas que coexisten para ciertos valores de los parámetros.

El método resulta apropiado para el análisis de bifurcación en sistemas con retardo.

Referencias

[1] A. Bel and W. Reartes. The homotopy analysis method in bifurcation analysis of delay differential equations. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 22(8), 2012.

[2] Romina Cobiaga and Walter Reartes. A new approach in the search for periodic orbits. Aceptado en International Journal of Bifurcation and Chaos, 2013.

[3] Shijun Liao. *Beyond Perturbation, Introduction to Homotopy Analysis Method*. Chapman & Hall/CRC, 2004.

Expositor: **Claudia Gariboldi**
Autores: Claudia Gariboldi y Domingo Tarzia.
Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto- Universidad Austral-CONICET.

Controles Optimos Simultáneos Distribuidos-Frontera en Problemas gobernados por Ecuaciones Variacionales Elípticas

Se considera un problema estacionario P de conducción del calor con condiciones de frontera mixtas para la ecuación de Poisson y una familia de problemas P_α dependiendo de un parámetro positivo α, que representa el coeficiente de transferencia del calor sobre una porción Γ_1 de la frontera de un dominio multidimensional acotado Ω. Se formulan problemas de control óptimo distribuido-frontera sobre la fuente de energía g y el flujo del calor q, definido sobre una porción complementaria Γ_2 de la frontera de Ω. Problemas de control óptimo distribuido-frontera son estudiados en [3].

Se obtienen resultados de existencia y unicidad de los controles óptimos (g_{op}, q_{op}) vinculados al problema P y de los controles óptimos $(g_{op_\alpha}, q_{op_\alpha})$ relacionados al problema P_α para cada $\alpha > 0$. Se dan las condiciones de optimalidad de primer orden en término de los estados adjuntos del sistema $p_{(g_{op},q_{op})}$ para el problema P y $p_{(g_{op_\alpha},q_{op_\alpha})}$ para el problema P_α, respectivamente. Se prueban estimaciones entre los funcionales cuadráticos de los problemas de control óptimo aqui planteados y los dados en [1] y [2]. Más aún, se obtienen estimaciones entre el estado del sistema $u_{(g_{op},q_{op})}$ y los estados $u_{(g_{op},\overline{q}_{op})}$, $u_{(\overline{g}_{op},q_{op})}$ y $u_{(\overline{g}_{op},\overline{q}_{op})}$, donde $\overline{q}_{op}$ y $\overline{g}_{op}$ son los controles óptimos dados en [1] y [2]. Similares estimaciones son obtenidas para el estado adjunto $p_{(g_{op},q_{op})}$ en relación con $p_{(g_{op},\overline{q}_{op})}$, $p_{(\overline{g}_{op},q_{op})}$ y $p_{(\overline{g}_{op},\overline{q}_{op})}$. Análogamente, se obtienen etimaciones para los estados del sistema y estados adjuntos para los problemas P_α, para cada $\alpha > 0$.

Finalmente, se prueba la convergencia fuerte en determinados espacios de Sobolev, de los controles óptimos (g_{op}, q_{op}) del problema P a los controles óptimos $(g_{op_\alpha}, q_{op_\alpha})$ del problema P_α, de los estados del sistema $u_{(g_{op},q_{op})}$ a los estados del sistema $u_{(g_{op_\alpha},q_{op_\alpha})}$ y de los estados adjuntos $p_{(g_{op},q_{op})}$ a los estados adjuntos $p_{(g_{op_\alpha},q_{op_\alpha})}$, cuando el parámetro α tiende a infinito.

Referencias

[1] C.M. Gariboldi - D.A. Tarzia, Convergence of distributed optimal controls on the internal energy in mixed elliptic problems when the heat transfer coefficient goes to infinity, Appl. Math. Optim., 47 (2003), pp. 213-230.

[2] C.M. Gariboldi and D.A. Tarzia, Convergence of boundary optimal control problems with restrictions in mixed elliptic Stefan-like problems, Adv. in Diff. Eq. and Control Processes, **1(2)** (2008), 113-132. F.

[3] Tröltzsch, Optimal Control of Partial Differential Equations.Theory, Methods and Applications, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island (2010).

Expositor: **Scarola Cristian**
Autores: Pinasco, Juan Pablo - Scarola, Cristian.
Lugar: Universidad de Buenos Aires - Universidad Nacional de La Pampa.

Densidad de Ceros de Autofunciones en Problemas de Sturm-Liouville

Estudiamos la densidad asintótica de los ceros de autofunciones de la ecuación diferencial

$$-u'' = \lambda q\, u, \qquad x \in (0, L) \tag{18}$$

donde q es una función integrable Riemann y λ es un parámetro real. Suponemos que la función q es positiva en Ω^+ y negativa en Ω^-, ambos subconjuntos de $[0, L]$ de medida positiva. Asumimos que el conjunto Ω^0 donde $q = 0$ tiene medida nula, y que las funciones características de estos conjuntos son integrables Riemann.

Considerando la distribución asintótica de los ceros de las autofunciones y una medida local del número de ceros de las autofunciones se puede obtener información sobre la función peso.

Utilizando la teoría de oscilación de Sturm-Liouville e información espectral del problema probamos que se pueden recuperar las zonas de positividad y negatividad de la función q. También logramos caracterizar la función de distribución de los ceros en dichas zonas.

Referencias

[1] G. M. L. Gladwell, *Inverse problems in vibration*. Vol. 119.Springer, 2004.

[2] A. Martinez-Finkelshtein, P. Martinez-Gonzalez, A. Zarzo, *WKB approach to zero distribution of solutions of linear second order differential equations*, Journal of computational and applied mathematics 145 (2002) pp. 167-182.

[3] J. R. McLaughlin, *Inverse spectral theory using nodal points as data - a uniqueness result*, J. Differential Equations 73 (1988) 354-362.

[4] C-L. Shen, *On the nodal sets of the eigenfunctions of the string equation*, SIAM journal on mathematical analysis 19 (1988) pp. 1419-1424.

Expositor: **Roberto Ben**
Autores: Roberto Ben y Juan Pablo Borgna.

Lugar: Instituto de Ciencias - Universidad Nacional de General Sarmiento - Argentina.

ECUACIÓN DE GROSS-PITAEVSKII DIPOLAR, EXISTENCIA DE SOLUCIONES

En este trabajo estudiamos la existencia y unicidad para la ecuación de Gross-Pitaevskii Dipolar (GPDE) con dato inicial:

$$i\psi_t(x,t) = -\frac{1}{2}\Delta\psi + V(x)\psi + \beta\left|\psi\right|^2\psi + \lambda(U_d(x) * \left|\psi(.,t)\right|^2)\psi,\ x \in \mathbb{R}^3,\ t > 0$$
$$\psi(x,0) = \psi_0(x)$$

que modeliza la dinámica de un condensado Bose-Einstein. El potencial V(x) es de tipo Hermite más un término que aporta un doble pozo, y el potencial de interacción dipolo-dipolo viene dado por $U_d(x) = \frac{(1-3cos^2(\theta))}{|x|^3}$, donde θ representa el ángulo entre el eje del dipolo $n = (n_1, n_2, n_3)$ y el vector $x = (x_1, x_2, x_3)$.

Siguiendo [3] mostramos la existencia y unicidad. Utilizamos un argumento de punto fijo para la fórmula de Duhamel asociada a la GPDE. Aplicamos las desigualdades de Strichartz para conseguir las acotaciones necesarias y utilizando el teorema de Calderón-Zygmund extendemos el operador $u \longrightarrow U_d * u$ a un operador acotado en $L^p(\mathbb{R}^3)$ para $1 < p < \infty$, a pesar del alto orden de singularidad que posee el potencial de interacción dipolar U_d.

Siguiendo [1] y [2] presentamos una reformulación de la ecuación GPDE en un sistema acoplado tipo Gross-Pitaevskii-Poisson (GPPS)

$$i\psi_t = -\frac{1}{2}\Delta\psi + V(x)\psi + (\beta - \lambda)\left|\psi\right|^2\psi - 3\lambda\tilde{\varphi}\psi,\ x \in \mathbb{R}^3,\ t > 0$$
$$\tilde{\varphi}(x) = \partial_{nn}\varphi(x),\ -\Delta\varphi = \left|\psi\right|^2,\ \lim_{|x|\to\infty}\varphi(x,t) = 0.$$

y usaremos esta expresión para el desarrollo de un método numérico eficiente para el cálculo del perfil ψ. Este método se basa en un «time-splitting» aplicado al sistema acoplado (GPPS).

Referencias

[1] BO XIONG, JIANGBIN GONG, HAN PU, WEIZHU BAO y BAOWEN LI, *Symmetry breaking and self-trapping of a dipolar Bose-Einstein condensate in a double-well potential.* Physical Review A 79, 013626 (2009).

[2] WEIZHU BAO, YONGYONG CAI y HANQUAN WANG, *Efficient numerical methods for computing ground states and dynamics of dipolar Bose-Einstein condensates.* Journal of Computational Physics 229 (2010) 7874-7892.

[3] R. CARLES, P. MARKOWICH y C. SPARBER, *On the Gross-Pitaevskii Equation for Trapped Dipolar Quantum Gases.* arXiv:0805.0716v1 [math-ph] 2008.

Expositor: **Analía Silva**
Autores: Julián Fernández Bonder, Nicolas Saintier , Analía Silva.
Lugar: Universidad de Buenos Aires.

Ecuaciones críticas en espacios de Lebesgue con exponente variable

Consideramos un operador elíptico degenerado y no homogéneo, llamado $p(x)-$laplaciano que se define como

$$-\Delta_{p(x)}u = -\mathrm{div}(|\nabla u|^{p(x)-2}\nabla u).$$

Este operador aparece naturalmente en el estudio de los fluidos electrorheológicos. Estos son fluidos especiales que poseen la habilidad de cambiar dramáticamente sus propiedades mecánicas en presencia de un campo electromagnético (ver [1]).
Existe una gran cantidad de artículos que estudian la existencia de soluciones para ecuaciones de la forma

$$-\Delta_{p(x)}u = f(x,u) \quad \text{en } \Omega$$

con diferentes condiciones de contorno. La gran mayoria de estos trabajos supone un crecimiento *subcrítico* de la nolinealidad f con respecto a u en el sentido que

$$f(x,t) \sim |t|^{q(x)-2}t \qquad \text{cuando } t \to \infty$$

con $\inf_\Omega p^* - q > 0$ donde p^* es crítico desde el punto de vista de las inyecciones de Sobolev. En este caso la existencia de una solución se obtiene siguiendo el método variacional estándar.
En contraste cuando la nolinealidad es *crítica* es decir que el conjunto crítico $\mathcal{A} := \{x \in \Omega,\ \text{t.q. } q(x) = p(x)^*\}$ es no vacío, probar la existencia de una solución es un problema difícil que ya tiene una larga historia en el caso p constante (ver los papers fundacionales [2] and [3]) pero que ha sido muy poco estudiado en el caso p variable. En este charla mostraremos, algunos resultados recientes obtenidos conjuntamente con Julián Fernández Bonder y Nicolas Saintier, en el estudio de ecuaciones críticas con exponente variable.

Referencias

[1] M. Rŭžička. *Electrorheological Fluids: Modeling and Mathematical Theory.* Lecture Notes in Math., Vol. 1748, Springer, 2000.

[2] T. Aubin, *Problèmes isopérimétriques et espaces de Sobolev*, J. Differential Geometry, 11 (4), 1976, 573–598.

[3] H. Brézis, L. Nirenberg, Louis, *Positive solutions of nonlinear elliptic equations involving critical Sobolev exponents*, Comm. Pure Appl. Math., 36 (4), 1983, 437–477.

Expositor: **Sonia Acinas**
Autores: Sonia Acinas, Graciela Giubergia, Fernando Mazzone, Erica Schwindt.
Lugar: UNLPam, UNRC, UNRC-CONICET y Université de Lorraine.

Estimaciones del período para soluciones de una ecuación cuasilineal involucrando el operador ϕ-laplaciano.

El objetivo principal de este trabajo es obtener mejores estimaciones que las previamente conocidas para el período de las soluciones de la EDO cuasilineal

$$\frac{d}{dt}\big(\phi(x')\big) + \lambda\phi(x) = 0, \tag{19}$$

donde $\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es un homeomorfismo creciente e impar de $\mathbb{R}$ y Φ es la primitiva de ϕ con $\Phi(0) = 0$. Las soluciones de la ecuación (19) conservan la energía $H = \Psi(\phi(x')) + \lambda\Phi(x)$, donde Ψ es la función convexa complementaria de Φ.

Se denota por $T_\Phi(H, \lambda)$ a la cuarta parte del período de una solución de (19) con energía H. En [GHMZ], con el propósito de obtener lo que los autores llaman intervalos de no resonancia, se mostró que los períodos satisfacen la siguiente estimación

$$\frac{1}{1+\lambda} \leq T_\Phi(H, \lambda) \leq \frac{2(\lambda+1)}{\lambda}. \tag{20}$$

En este trabajo se demuestra que

$$\begin{aligned} \text{máx}\left\{\frac{\Phi^{-1}\left(\frac{H}{\lambda}\right)}{\psi(\Psi^{-1}(H))}, \frac{\Psi^{-1}(H)}{\lambda\phi\left(\Phi^{-1}(\frac{H}{\lambda})\right)}\right\} &\leq T_\Phi(H, \lambda) \\ &\leq \frac{\Psi^{-1}\left(\frac{H}{2}\right)}{\lambda\phi(\Phi^{-1}\left(\frac{H}{2\lambda}\right))} + \frac{\Phi^{-1}\left(\frac{H}{2\lambda}\right)}{\psi\left(\Psi^{-1}(\frac{H}{2})\right)}. \end{aligned} \tag{21}$$

Esta desigualdad tiene como consecuencia que

$$\text{mín}\left\{1, \frac{1}{\lambda}\right\} \leq T_\Phi(H, \lambda) \leq \text{máx}\left\{\frac{\lambda+2}{\lambda}, \frac{2\lambda+1}{\lambda}\right\}$$

la cual es una estimación uniforme en H y Φ que mejora (20).

Además se prueba que $\text{mín}\left\{1, \frac{1}{\lambda}\right\}$ y $\text{máx}\left\{\frac{\lambda+2}{\lambda}, \frac{2\lambda+1}{\lambda}\right\}$ son óptimos para $T_\Phi(H, \lambda)$ y para el tercer miembro de (21) respectivamente.

Referencias

[GHMZ] García-Huidobro, M., Manásevich, R. and Zanolin, F. , *A Fredholm-like Result for Strongly Nonlinear Second Order ODE's.* J. Diff. Equations, vol. **114**, p. 132–167 (1994).

Expositor: **Mariel Paula Kuna**
Autores: Pablo Amster, M. Paula Kuna.
Lugar: Instituto de Investigaciones Matermáticas "Luis A. Santaló". Dto de Matemática, Facultad de Ciencias.

Estudio cualitativo y de unicidad de soluciones para una ecuación superlineal de segundo orden

Estudiamos la siguiente ecuación

$$u'' = g(x, u) + A(x), \tag{22}$$

para $g : [0, 1] \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua y superlineal, es decir

$$\lim_{|u|\to+\infty} \frac{g(x, u)}{u} = +\infty,$$

uniformemente en $x \in [0, 1]$. Con condiciones de contorno

$$u'(0) = a_0 u(0),\ u'(1) = a_1 u(1), \quad \text{con } a_0, a_1 > 0. \tag{23}$$

Estas condiciones difieren de clásicas condiciones de Robin, donde $a_0 > 0 > a_1$.

A través de una formulación variacional, sabemos que el problema (22)-(23) tiene al menos una solución para todo $A \in L^2$. Suponiendo, además, que g es creciente en la segunda coordenada, $\frac{g(x,u)}{u}$ es decreciente en u para $u < 0$ y que $g(x, 0) = 0$ para todo $x \in [0, 1]$, presentaremos propiedades cualitativas de las soluciones, y probaremos unicidad de solución para para $A \in L^2(0, 1)$ con $A(x) \geq A_0$ para todo x y $A_0 > 0$ suficientemente grande.

[B] L. Bass, *Electric structures of interfaces in steady electrolysis*, Transf. Faraday. Soc. 60, 1656-1663 (1964).
[BBR] L. Bass, A.J. Bracken y C. Rogers, *Bäcklund flux-quantization in a model of electrodiffusion based on Painlevé II*, J Phys. A Math. & Theor. 45, 105204 (2012).
[GCh] B.M. Grafov y A.A. Chernenko, *Theory of the passage of a constant current through a solution of a binary electrolyte*, Dokl. Akad. Nauk SSR 146 135- (1962).
[MW] Mawhin,J. and Willem, M., *Critical point theory and Hamiltonian systems*, New York: Springer- Verlag, 1989. MR 90e58016.

[Ra] P. Rabinowitz, *Some minimax theorems and applications to partial differential equations*, Nonlinear Analysis: A collection of papers in honor to Erich Röthe. Academic Press, NY 161-177 (1978).

Expositor: **Alberto Déboli**
Autores: Amster Pablo, Déboli Alberto.
Lugar: Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Departamento De Matemática..

Existencia de Solución Periódica para un Sistema tipo Nichoson con varios retardos y términos no lineales de Recolección.

El modelo generalizado de Nicholson

$$x'(t) = -\delta(t)x(t) + \sum_{k=1}^{m} p_k(t)x(t-\tau_k(t))e^{-x(t-\tau_k(t))} \tag{24}$$

con $\delta_k, p_k, \tau_k \in C(\mathbb{R}, [0, +\infty))$ y T-periódicas para $k = 1, 2, \ldots, m$ describe la dinámica poblacional de ciertos insectos. se ha probado [B] que (24) tiene al menos una solución T-periódica positiva asumiendo que

$$\delta(t) < \sum_{k=1}^{m} p_k(t) \qquad \text{para todo} \quad t \in \mathbb{R}.$$

Long F., M. Yang [LY] han considerado el modelo original ($m = 1$) con un término de recolección lineal, conocido como harvesting, que depende del retardo estimado de la población y han dado condiciones suficientes para la existencia de al menos una solución T - periódica positiva.

En un artículo reciente [AD] hemos extendido esos resultados para el modelo generalizado de Nicholson pero con un término de recolección no lineal, H, dependiente de uno de los retardos estimados de la población; más precisamente consideramos el problema no autónomo (24) con $H \in C(\mathbb{R} \times [0, +\infty), [0, +\infty))$ T-periódico en t tal que $H(t, 0) = 0$ y $\hat{k} \in \{1, 2, \cdots, m\}$ y probamos usando teoría del grado de coincidencia la existencia de al menos una solución T - periódica positiva asumiendo que

$$H_{sup}(t) := \limsup_{x \to 0^+} \frac{H(t, x)}{x}$$

es uniforme en t y satisface

$$\delta(t) + H_{sup}(t) < \sum_{k=1}^{m} p_k(t) \tag{25}$$

para todo $t \in \mathbb{R}$.

En este trabajo consideraremos alguna generalización del caso escalar; más precisamente daremos condiciones suficientes para la existencia de al menos una solución T - períodica para un sistema con varios retardos tipo Nicholson que involucre términos no lineales de recolección.

Referencias

[AD] Amster P. , Déboli A. Existence of positive T-periodic solutions of a generalized Nicholson's blowflies model with a nonlinear harvesting term. Applied Mathematics Letter. Vol 25 Issue 9 Septiembre 2012 pg. 1203/ 1207.

[B] Berezansky L., Braverman E., Idels L. Nicholson's blowflies differential equations revisited: Main results and open problems. Applied Mathematical Modelling 34 (6) pp 1405-17.

[LY] Long F., M. Yang. Positive Periodic Solutions of Delayed Nicholson's Blowflies Model with a Linear Harvesting Term. Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations (2011), 41, pp 1-11.

Expositor: **Juan Francisco Spedaletti**
Autores: Julián Fernández Bonder, Juan Francisco Spedaletti.
Lugar: Departamento de Matemática, Universidad Nacional de Buenos Aires, Instituto de Investigaciones Matem.

Mejor Constante de Traza de Sobolev en Dominios Oscilantes

Sea $\Omega \in \mathbb{R}^n$ un domino acotado con frontera regular. Dado $\alpha \in (0,1)$, y una ventana $\Gamma \subset \partial\Omega$ tal que $|\Gamma|_{n-1} = \alpha|\Omega|_{n-1}$, la constante óptima de trazas de Sobolev se define como

$$S(\Gamma) := \inf_{v \in W^{1,p}_\Gamma(\Omega)} \frac{\int_\Omega |\nabla v|^p + |v|^p \, dx}{\int_{\partial\Omega} |v|^p \, dS},$$

donde $W^{1,p}_\Gamma(\Omega)$ es el conjunto de funciones $v \in W^{1,p}(\Omega)$ que se anulan sobre Γ.

En [Del Pezzo, F. Bonder, Neves, JDE 251 (2011), no. 8, 2327–2351], los autores estudian el siguiente problema: Minimizar $S(\Gamma)$ entre todas las ventanas admisibles, i.e.

$$S_\alpha = \inf_{\Gamma \in \Sigma_\alpha} S(\Gamma),$$

donde $\Sigma_\alpha = \{\Gamma \subset \partial\Omega \colon \text{son medibles para } dS \text{ y } |\Gamma|_{n-1} = \alpha|\partial\Omega|_{n-1}\}$.

En el trabajo mencionado, los autores muestran la existencia de una ventana optimal Γ^* y, más aún, muestran que si u^* es la autofunción asociada a $S(\Gamma^*)$ entonces se verifica que $\{u^* = 0\} \cap \partial\Omega = \Gamma^*$.

En este trabajo, estudiamos el comportamiento de estas ventanas optimales cuando el dominio Ω es perturbado por una sucesión de dominios Ω_ϵ. Luego se busca determinar si las correspondientes ventanas optimales Γ^*_ϵ aproximan Γ^* en algún sentido razonable cuando los dominios Ω_ϵ aproximan Ω.

En particular nos concentramos en perturbaciones oscilatorias. Más precisamente, si el dominio Ω se describe localmente como

$$\Omega \cap U = \{x \in U \colon x_n > f(x')\},$$

entonces los dominios Ω_ϵ se definen como

$$\Omega_\epsilon \cap U = \{x \in U : x_n > f(x') + \epsilon^a \phi(\tfrac{x'}{\epsilon})\},$$

con $\phi : \mathbb{R}^{n-1} \to \mathbb{R}$ una función $[0,1]^{n-1}-$periódica.

Encontramos que el comportamiento de las constantes de trazas $S_{\alpha,\epsilon}$ y de las ventanas optimales Γ^*_ϵ depende fuertemente de la amplitud de las oscilaciones dado por el parámetro $a > 0$, distinguiéndose tres casos: i.- Caso subcriítico ($0 < a < 1$): En este caso, las oscilaciones son muy grandes y la constate de trazas converge a 0. ii.- Caso supercrítico ($a > 1$): En este caso las oscilaciones son muy pequeñas y hay convergencia al problema sin perturbar, tanto de las constantes de trazas como de las ventanas optimales. iii.- Caso crítico ($a = 1$): En este caso, la amplitud compensa la oscilación y se produce un fenómeno de *homogeneización* que es descripto.

Expositor: **Juan E. Nápoles Valdes**
Autores: Juan E. Nápoles Valdes, Luciano M. Lugo Motta Bittencourt, Samuel I. Noya.
Lugar: UNNE y UTN, UNNE, UNNE.

ON SOME BOUNDED AND STABLE SOLUTIONS OF A NONAUTONOMOUS LIENARD EQUATION

In this paper using a bounded region we obtain sufficient conditions under which we can guarantee the boundedness and stability of solutions of a nonautonomous Liénard equation.

Expositor: **Samuel I. Noya**
Autores: Samuel I. Noya, Juan E. Nápoles Valdes, Luciano M. Lugo Motta Bittencourt.
Lugar: UNNE, UNNE y UTN, UNNE.

ON THE CONTINUABILITY OF A GENERALIZED LIENARD'S SYSTEM

In this paper, we study the global continuability and some qualitative properties related of the solutions of some generalized Liénard system. Under suitable assumptions we obtain some sufficient conditions that improve known results.

Expositor: **Nicolas Saintier**
Autores: Julio D. Rossi y Nicolas Saintier .
Lugar: Univ. de Alicante (Espana) y Univ de BsAs, Univ Gral Sarmiento.

On the first nontrivial eigenvalue of the ∞-Laplacian with Neumann boundary conditions.

Estudiamos el límite cuando $p \to \infty$ del 1er autovalor no-nulo λ_p del p-Laplaciano con condicion de borde de Neumann en un domino acotado suave $U \subset \mathbb{R}^n$. Probamos que $\lambda_\infty := \lim_{p\to+\infty} \lambda_p^{1/p} = 2/diam(U)$, donde $diam(U)$ es el diametro de U con respecto a la distancia geodesica en U. Se puede considerar a λ_∞ como el 1er autovalor del ∞-Laplaciano con condicion de borde de Neumann.

Estudiamos tambien la regularidad de λ_∞ como funcion de U. Probamos que bajo perturbaciones suaves U_t de U por difeomorfismos cercanos a la identidad vale que $\lambda_\infty(U_t) = \lambda_\infty(U) + O(t)$. A pesar de que $\lambda_\infty(U_t)$ no es en general diferenciable a $t = 0$, probamos que lo es bajo ciertas condiciones con una formula explicita para la derivada.

Expositor: **Néstor Biedma**
Autores: Néstor Biedma, Mariano De Leo.
Lugar: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, (Doctorado en Matemática Computacio.

Resolución numérica de una ecuación de Schroedinger-Poisson mediante un método de descomposición temporal.

En esta charla tomaremos en cuenta la ecuación de evolución

$$iu_t = -u_{xx} + \left(\frac{|x|}{2} * (\mathcal{D} - |u|^2)\right) u$$

donde $\mathcal{D}$ es una función positiva regular con soporte compacto, que modela el llamado *perfil de dopaje*, los detalles sobre el buen planteo pueden verse en [3]. Para esta ecuación presentaremos el desarrollo de un método espectral de descomposición temporal tipo Lie–Trotter, ver detalles en [1, 2]. El método se basa en la posibilidad de escribir el lado derecho de la ecuación como la suma de un operador lineal y uno no lineal, ver detalles de la descomposición en [5], para luego aplicar en forma alternada los flujos respectivos. La evolución del término lineal se consigue gracias a la descomposición espectral, construidas a partir de la función de Airy, ver [4]; mientras que el flujo del término no lineal se obtiene explícitamente a partir de una ley de conservación.

Referencias

[1] W. Bao and J. Shen, *A fourth-order time-splitting Laguerre–Hermite pseudo-spectral method for Bose–Einstein condensates*, SIAM J. Sci. Comput. **6** (2012), 2010–2028.

[2] J. P. Borgna, M. De Leo, D. Rial, and C. Sánchez de la Vega, *Lie–Trotter method for abstract semilinear evolution equations*, arXiv:1211.5111 (2012).

[3] M. De Leo and D. Rial, *Well posedness and smoothing effect of nonlinear Schrödinger–Poisson equation*, J. Math. Phys. **48** (2007), no. 093509, 1–15.

[4] D. Rial M. De Leo, C. Sánchez de la Vega, *Controllability of Schrödinger equation with a nonlocal term*, ESAIM: Contr. Optim. Calc. Var. **19** (2013), no. 3 (in press).

[5] D. Rial M. De Leo, C. Sánchez de la Vega, *Global controllability of the 1D Schrödinger–Poisson equation*, Rev. Un. Mat. Argentina **54** (2013), no. 1, 43–54.

Expositor: **Sabrina Roscani**
Autores: G. Reyero, S. Roscani, E. Santillan Marcus.
Lugar: Departamento de Matemática, ECEN, FCEIA, Universidad Nacional de Rosario.

Sobre la unicidad del problema de Cauchy en el semiplano superior para la ecuación de difusión fraccionaria

En el campo del Cálculo Fraccionario se destaca el desarrollo que ha tenido últimamente la "Ecuación de difusión fraccionaria", obtenida reemplazando la derivada parcial temporal en la ecuación del calor por la derivada fraccionaria de Caputo en dicha variable, esto es,

$$D^\alpha c(x,t) = \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}(x,t)$$

donde $D^\alpha = \dfrac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha}$ es la derivada fraccionaria de Caputo de orden $\alpha \in (0,1)$ con extremo 0^+ definida por $D^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t \frac{f'(\tau)}{(t-\tau)^\alpha} d\tau$. El problema de Cauchy en el semiplano superior para esta ecuación está dado por

$$\begin{cases} D^\alpha c(x,t) = \lambda^2 \dfrac{\partial^2 c}{\partial x^2}(x,t) & -\infty < x < \infty,\ t > 0,\ 0 < \alpha < 1 \\ c(x,0) = f(x) & -\infty < x < \infty \end{cases}$$

y ha sido estudiado por numerosos autores ([1], [2], [5]).
En nuestro trabajo [6] hemos analizado condiciones que debe cumplir la condición inicial para asegurar existencia de solución. Es nuestro objetivo, en esta ocasión, analizar unicidad teniendo en cuenta la validez del principio de máximo débil para la derivada de Caputo ([3], [4]), propiedad que no es válida para otro tipo de derivada fraccionaria, como la de Riemann-Liouville.

Referencias

[1] F. Mainardi, *Fractional calculus and waves in linear viscoelasticity* , Imperial Collage Press, London, 2010.

[2] A. Kilbas, H. Srivastava, J. Trujillo, *Theory and Applications of Fractional Differential Equations* ,Vol. 204 of North-Holland Mathematics Studies, Elsevier Science B.V., Amsterdam, The Netherlands, 2006.

[3] Y. Luchko, *Maximum principle and its applications for the time-fractional diffusion equations*, Fractional Calculus and Applied Analysis, Vol. 14, No 1, (2011), pp. 110-124.

[4] Y. Luchko, *Some uniqueness and existence results for the initial-boundary-value problems for the generalized time-fractional diffusion equation*, Computer and Mathematics with Applications , Vol. 59, (2010), pp. 1766-1772.

[5] I. Podlubny,*Fractional Differential Equations*, Vol. 198 of Mathematics in Science and Engineering, Academic Press, San Diego, Calif, USA, 1999.

[6] G. Reyero, S. Roscani, E. Santillan Marcus, *On the Initial-Boundary Problem for the Time-Fractional Diffusion Equation in the Quarter Plane*, Preprint, http://arxiv.org/abs/1306.1748.

Expositor: **Adriana Briozzo**
Autores: Adriana Briozzo - María Fernanda Natale.
Lugar: Departamento de Matemática, Universidad Austral - CONICET Rosario.

Soluciones exactas para dos problemas de Stefan no lineales unidimensionales para materiales de tipo Storm

Se consideran dos problemas de Stefan unidimensionales, ambos no lineales a una fase para un material semi-infinito $x > 0$, con temperatura de cambio de fase T_f. Se supone que la capacidad de calor y la conductividad térmica satisfacen la condición de Storm. Primero se estudia un caso con condición de flujo de calor del tipo $q(t) = \frac{q_0}{\sqrt{t}}$ y en el segundo se reemplaza la condición de flujo por una condición de temperatura constante $T = T_s < T_f$ en el borde fijo. El objetivo es determinar la temperatura $T(x,t)$ y la frontera libre $X(t)$.

El primer problema considerado es el siguiente:

$$s(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[k(T)\frac{\partial T}{\partial x}\right] \quad , \quad 0 < x < X(t) \quad , \quad t > 0 \quad , \tag{26}$$

$$k(T(0,t))\frac{\partial T}{\partial x}(0,t) = \frac{q_0}{\sqrt{t}} \quad , \quad t > 0 \quad , \tag{27}$$

$$T(X(t),t) = T_f \ , \tag{28}$$

$$k(T_f)\frac{\partial T}{\partial x}(X(t),t) = \alpha \overset{\bullet}{X}(t) \ , \quad t > 0 \quad , \tag{29}$$

$$X(0) = 0 \tag{30}$$

donde q_0 and α son constantes positivas y $\alpha = \rho L$, siendo L el calor latente de fusión del medio.

Se supone que el material a estudiar posee características térmicas no-lineales tales que la capacidad de calor $c_p(T)$ y la conductividad térmica $k(T)$ satisfacen la siguiente condición de Storm

$$\frac{\frac{d}{dT}\left(\sqrt{\frac{s(T)}{k(T)}}\right)}{s(T)} = \lambda = const. > 0 \ , \tag{31}$$

donde $s(T) = \rho c_p(T)$ y ρ es la densidad (que se supone constante). Luego se considera el problema de frontera libre (1), (3)-(6) donde la condición de flujo se cambia por una condición de temperatura $T = T_s < T_f$ en el borde fijo $x = 0$.

Se muestra existencia y unicidad de solución y se encuentran soluciones paramétricas de tipo similaridad en ambos casos.

Expositor: **Rocío Balderrama**
Autores: Amster Pablo, Balderrama Rocío.
Lugar: UBA, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales..

Un enfoque topológico para la ecuación de hematopoyesis de Mackey-Glass.

En este trabajo buscamos soluciones continuas, positivas y $T-$periódicas a ecuaciones no lineales con varios retardos. Nuestra principal motivación, es la ecuación de Hematopoyesis introducida por Mackey y Glass en [MG]

$$y'(t) = \sum_{k=1}^{m} \frac{r_k(t)y(t-g_k(t))}{1+(y(t-g_k(t)))^\gamma} - b(t)y(t)$$

con b, g_k, r_k funciones continuas positivas y $T-$periódicas.

Generalizaremos la ecuación analizada en [BB] y mediante metodos topológicos daremos condiciones sobre los coeficientes que aseguren la existencia de soluciones positivas y T-periódicas .

Además usaremos algunas simulaciones numéricas para ananlizar ciertos casos donde las herramientas topológicas no brindan condiciones suficientes para asegurar existencia de solución.

Referencias

[1] P. Amster, L. Idels, *Periodic Solutions of Nonautonomous Mackey-type Systems with Delay*, submitted (2012).

[2] M. C. Mackey, L. Glass, *Oscillation and Chaos in Physiological Control Systems*, Science, New Series. Vol 197, Issue 4300 (1977), 287-289.

[3] L. Berezansky, E. Braverman, *On existence and attractivity of periodic solutionss for the hematopoiesis equation*, Dyn. Contin. Discrete Impuls. Syst. Ser. A Math. Anal., 13B (2006), suppl., 103-116.

Expositor: **Claudia Lederman**
Autores: Claudia Lederman - Noemi Wolanski.
Lugar: Departamento de Matematica - FCEyN - Universidad de Buenos Aires.

Un problema de perturbación singular no homogéneo para el p(x)-Laplaciano

El $p(x)$-Laplaciano es un operador que extiende al Laplaciano, donde $p(x) \equiv 2$, y al p-Laplaciano, donde $p(x) \equiv p$, con $1 < p < \infty$. Este operador ha sido empleado en el modelado de fluidos electroreológicos y en el procesamiento de imágenes.

Presentaremos resultados para el siguiente problema de perturbación singular para el $p(x)$-Laplaciano:

$$\Delta_{p(x)} u^\varepsilon := \operatorname{div}(|\nabla u^\varepsilon(x)|^{p(x)-2} \nabla u^\varepsilon) = \beta_\varepsilon(u^\varepsilon) + f^\varepsilon, \quad u^\varepsilon \geq 0$$

en un dominio $\Omega \subset \mathbb{R}^N$. Aquí $\varepsilon > 0$, $\beta_\varepsilon(s) = \frac{1}{\varepsilon}\beta(\frac{s}{\varepsilon})$, con β una función Lipschitz que satisface $\beta > 0$ en $(0,1)$, $\beta \equiv 0$ fuera de $(0,1)$ y $\int \beta(s)\,ds = M$. La función $p(x)$ es Lipschitz en Ω y satisface $1 < p_{\text{mín}} \leq p(x) \leq p_{\text{máx}} < \infty$.

Cuando $p(x) \equiv 2$ y $f^\varepsilon \equiv 0$, este problema aparece en el estudio de la propagación de llamas laminares, cuando la energía de activación tiende a infinito ($\varepsilon \to 0$). Ver [1],[2]. El caso inhomogéneo, $f^\varepsilon \not\equiv 0$, permite el tratamiento de modelos de combustión más generales, que incluyan difusión no local y/o términos de transporte (ver [4]).

Presentaremos resultados de nuestro trabajo [5]: asumimos que las funciones u^ε and f^ε son uniformemente acotadas, obtenemos estimaciones uniformes Lipschitz para las soluciones, pasamos al límite ($\varepsilon \to 0$) y probamos que las funciones límite son soluciones débiles del siguiente problema de frontera libre:

$$\begin{cases} \Delta_{p(x)} u = f & \text{en } \{u > 0\} \\ u = 0, \ |\nabla u| = \lambda^*(x) & \text{sobre } \partial\{u > 0\}, \end{cases}$$

donde $u = \lim u^\varepsilon$, $f = \lim f^\varepsilon$, $\lambda^*(x) = \left(\frac{p(x)}{p(x)-1}\, M\right)^{1/p(x)}$ y $M = \int \beta(s)\,ds$.

Además presentaremos resultados preliminares sobre la regularidad de la frontera libre para soluciones débiles.

El caso $f^\varepsilon \equiv 0$ y $p(x) \equiv p$ fue estudiado en [3]. Cuando $f^\varepsilon \not\equiv 0$ y $p(x) \not\equiv 2$, nuestros resultados son nuevos aún en el caso $p(x) \equiv p$. Además, cuando $p(x)$ no es constante, nuestros resultados son nuevos aún cuando $f^\varepsilon \equiv 0$.

Referencias

[1] H. Berestycki, L.A. Caffarelli, L. Nirenberg, *Uniform estimates for regularization of free boundary problems*, Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics, vol. 122, Marcel Dekker, New York, 1990, 567–619.

[2] L.A. Caffarelli, C. Lederman, N. Wolanski, *Uniform estimates and limits for a two phase parabolic singular perturbation problem*, Indiana Univ. Math. J. 46 (2) (1997), 453–490.

[3] D. Danielli, A. Petrosyan, H. Shahgholian, *A singular perturbation problem for the p-Laplace operator*, Indiana Univ. Math. J. **52 (2)**, (2003), 457–476.

[4] C. Lederman, N. Wolanski, *A two phase elliptic singular perturbation problem with a forcing term*, J. Math. Pures Appl. 86 (6) (2006), 552–589.

[5] C. Lederman, N. Wolanski, *A singular perturbation problem for the* $p(x)$*-Laplacian*, en elaboración.

7. Estadística

Expositor: **RUIZ, Ana María**
Autores: RUIZ, Ana María- MALLEA, Adriana.
Lugar: Universidad Nacional de San Juan.

ANALISIS DE ASOCIACIONES ENTRE VARIABLES CATEGORIZADAS EN UN ESTUDIO SOBRE RAZONAMIENTO PROBABILISTICO

El análisis con modelos Log-lineales y el Análisis de Correspondencias Múltiples son dos métodos estadísticos muy utilizados en el análisis de variables categorizadas con información presente en tablas de contingencias multidimensionales, y frecuentemente usadas en el ámbito de las Ciencias Sociales y de la Educación. Mientras que el Análisis de Correspondencias Múltiples se usa como técnica de análisis exploratorio, óptimo para la visualización gráfica de asociaciones entre las variables, para el análisis confirmatorio de tales asociaciones se usan los modelos Log-lineales. El análisis con modelos Log-lineales, en particular la modelización log-lineal gráfica que utiliza grafos para representar modelos, presenta ventajas importantes respecto a la interpretación y simplificación de modelos que describen el comportamiento de datos categóricos. Se presenta en este trabajo un caso de aplicación de esta técnica estadística para el análisis de la estructura de dependencia entre variables categorizadas relevadas en un estudio de heurísticas y sesgos en el razonamiento probabilístico de alumnos de nivel secundario. La interpretación de los parámetros del modelo permite describir una tipología de individuos con sesgos marcados y sus relaciones asociadas.

Palabras Claves: datos categóricos; modelización log-lineal gráfica; heurísticas y sesgos.

Expositor: **Herrera Myriam**
Autores: Herrera Myriam- Mallea Adriana.
Lugar: San Juan UNSJ.

Clasificación Espectral mediante el Variograma Multivariado

Los métodos geoestadísticos se han vuelto cada vez más sofisticados y más adecuados para responder a las nuevas situaciones prácticas. Desde este punto de vista, es muy importante cómo los principios teóricos se utilizan para resolver problemas complejos relacionados con la estimación y/o simulación de variables espaciales. La teledetección también juega un papel importante en esta actividad, tal como se evidencia en variados trabajos que muestran un vínculo entre los métodos geoestadísticos e imágenes de satélite Curran, (*The semivariogram in Remote Sensing: an Introducction.* Remote Sensing Enviroment, 24,pp: 490-507, 1988). Estas aplicaciones son parte del procesamiento digital de los datos obtenidos por imágenes satelitales en los cuales el análisis del variograma caracteriza la variabilidad espacial de los valores digitales. Otras aplicaciones, no menos importantes, se basan en los métodos de estimación para la integración de la imagen y la mejora de los resultados en la clasificación digital. Un supuesto inicial para todos estos enfoques es que el número digital de la imagen es una variable regionalizada en el sentido propuesto por Matheron (*The teory of Regionalized Variables and its Applications*, Fontainebleau Centre de Morphologie Mathematique de Fontainebleau,1971), una variable que presenta una distribución espacial y su variabilidad espacial definida por el variograma. Hoy en día, esta hipótesis está ampliamente aceptada para el estudio espacial de la respuesta espectral de las clases de cobertura del suelo, como se representa en valores digitales de la imagen. Tal amplia aceptación se basa en los resultados satisfactorios obtenidos a partir de numerosas aplicaciones prácticas. La textura es una característica visual de la imagen que es de gran interés en el procesamiento digital de imágenes, incluyendo las de satélite. La misma representa variaciones de tono en el dominio espacial y determina la suavidad visual global y la tosquedad de los rasgos de la imagen (Lillesand - Kiefer, *Remote Sensing and Image Interpretation*. Willy -Sons. USA 1994). La textura ofrece información importante acerca de la disposición de los objetos y sus relaciones espaciales dentro de la imagen, lo que es de gran interés para la fotointerpretación y la clasificación de cobertura. Una amplia variedad de metodologías han sido propuestas para el análisis de la textura, entre ellos uno de los más conocidos es el estudio de la variación local de la luminosidad de la imagen, como el operador de varianza descripta por Russ (The Image Processing Handbook, CRC Press. 1999). La idea de crear los operadores locales de textura de la varianza puede ser explotada mediante el estudio de la función variograma, que es una muy buena herramienta para analizar la variabilidad espacial de los valores digitales a nivel global (toda la imagen) y local (ventana). El objetivo de este trabajo es mostrar la ventaja de utilizar el variograma basado en la distancia de Mahalanobis en la obtención de la imagen de textura para utilizarla como información contextual a fin de mejorar los resultados de la clasificación en las imágenes de teledetección.

Expositor: **Vahnovan Alejandra**
Autores: Vahnovan, Alejandra*; Boente, Graciela**.
Lugar: *Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional de La Plata; **Facultad de Ciencias Exactas.

Comportamiento asintótico de estimadores robustos en modelos semi-funcionales parcialmentes lineales

El Modelo Parcialmente Lineal Semi-Funcional puede definirse como

$$Y = \mathbf{Z}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta} + g(X) + \epsilon \tag{32}$$

donde Y es una variable aleatoria, $\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^p$, X es una variable aleatoria funcional, es decir toma valores en un espacio infinito-dimensional $\mathcal{H}$, $\boldsymbol{\beta}$ es un parámetro desconocido y $g : \mathcal{H} \to \mathbb{R}$ es un operador suave que no se supone lineal. En este trabajo, consideramos a $\mathcal{H}$ un espacio semimétrico y denotamos d a la semimétrica asociada. Suponemos tener n observaciones $(Y_i, \mathbf{Z}_i, X_i)$, $i = 1, \ldots, n$, independientes e idénticamente distribuídas (i.i.d.), que satisfacen (32). El problema estadístico consiste en estimar el operador g y el parámetro multivariado $\boldsymbol{\beta}$. Usualmente, se supone que $E(\epsilon_i|X_i) = 0$, $E(\epsilon_i^2|X_i = x) = \sigma^2(x)$.

El estimador clásico de $g(x)$ es una versión funcional del estimador de Nadaraya-Watson que por estar basado en un promedio de las variables respuesta es muy sensible a observaciones atípicas, particularmente a aquellas que se encuentran en el entorno del punto x. Por otra parte, para estimar $\boldsymbol{\beta}$ se considera un estimador de mínimos cuadrados sobre los residuos con lo que dicho estimador también será sensible a la presencia de datos anómalos.

Como es bien sabido, los métodos estadísticos robustos tienen como objetivo permitir inferencias válidas cuando el modelo no se cumple exactamente. Teniendo en cuenta la sensibilidad de los estimadores de $(\boldsymbol{\beta}, g)$ definidos por Aneiros-Pérez y Vieu (2006), introduciremos una familia de estimadores robustos para $\boldsymbol{\beta}$ y g, $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ y $\widehat{g}$, que extiende al caso funcional la propuesta dada en el caso finito–dimensional por Bianco y Boente (2004) adaptando el $M-$estimador local funcional definido por Azzedine *et al.* (2006) al caso en que al escala es desconocida.

Bajo condiciones generales se obtendrán resultados de consistencia y normalidad asintótica para $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ y resultados de consistencia uniforme para $\widehat{g}(x)$. Estos resultados teóricos se completarán con un estudio de simulación que permitirá evaluar el comportamiento de las propuestas robustas y clásicas frente a distintas desviaciones del modelo.

Referencias

[1] Aneiros. G. y Vieu, Ph., Semi-functional partial linear model,Statist.& Prob. Lett., 11 (2006), pp. 1102-1110.
[2] Bianco, A. y Boente, G., Robust estimators in semiparametric partly linear regression models, J. Statist. Plann. Inference, 122 (2004), pp. 229-252.
[3] Azzedine, N., Laksaci, A. y Oud-Said, E., On the robust nonparametric regression estimation for functional regressors, Statistics & Probability Letters, Volume 78, Issue 18, (2008), pp. 3216-3221.

Expositor: **Gimenez Romero Javier Alejandro**
Autores: Gimenez Romero Javier Alejandro & Ana Georgina Flesia.
Lugar: Facultad de Matemática Astronomía y Física - Universidad Nacional de Córdoba.

Consistencia y Normalidad Asintótica del Estimador de Pseudo-Máxima Verosimilitud para familias exponenciales no invariantes por traslaciones

En el ámbito de la segmentación de imágenes digitales intervienen dos componentes aleatorias: El mapa de clases Z y la información radiométrica X. La distribución de Z se denomina modelo a priori del mapa de clases, mientras que la distribución condicional de Z dado X es el modelo a posteriori del mismo. El modelo de Potts isotrópico y sin campo externo es un modelo muy frecuentemente utilizado como ley a priori del mapa de clases, por su capacidad para incorporar información contextual a la tarea de segmentar imágenes digitales. Este modelo contiene un parámetro desconocido β denominado temperatura inversa. La estimación del mismo a través de procedimientos clásicos es inviable computacionalmente. Existen en la literatura infinidades de aproximaciones y métodos subóptimos que intentan remediar esta situación. El estimador de pseudo máxima verosimilitud es uno de ellos, y consiste en maximizar el producto de las densidades condicionales de la clase en cada pixel, dada la clase del resto del mapa. Al referirnos a densidades condicionales, podemos hacerlo de acuerdo al modelo a priori, o de acuerdo al modelo a posteriori. Nuestro trabajo se enmarca en el segundo contexto.

El modelo de Potts sin campo externo pertenece a la familia de distribuciones exponenciales invariantes por traslaciones, y si este modelo es el utilizado para describir la información a priori, entonces el modelo a posteriori es un modelo de Potts con campo externo que pertenece a la familia de distribuciones exponenciales no invariantes por traslaciones.

En esta exposición mostramos la prueba de la consistencia y la normalidad asintótica del estimador de pseudo-máxima verosimilud referente a la familia de distribuciones exponenciales no invariantes por traslaciones.

Este trabajo es parte de los resultados obtenidos en la tesis doctoral del Lic. Gimenez, bajo la dirección de la Dra. Flesia.

Expositor: **María Josefina Carrió**
Autores: María Josefina Carrió, Liliana Forzani, Ricardo Fraiman, Pamela Llop.
Lugar: Facultad de Ingeniería Química (UNL), Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (UNL-CONICET), Un.

Curvas principales para datos funcionales

En el contexto finito dimensional, existen varios métodos para resumir la información dada por un conjunto de variables, entre ellos, el Análisis de Componentes Principales (PCA), el cual consiste en sustituir dichas variables por algunas combinaciones lineales de ellas. Sin embargo, en un gran número de aplicaciones, puede ser de interés resumir la información de forma no lineal. Una manera de realizar ésto es utilizando curvas principales, las cuales pueden pensarse como una generalización de la primera componente principal al caso no lineal. A grandes rasgos, una curva principal es una curva parametrizada en $\mathbb{R}^d$ de longitud finita, la cual pasa por el 'medio' de un conjunto de variables. En este trabajo presentaremos una definición de curva principal para variables funcionales que viven en un espacio de Hilbert separable, basada en la definición propuesta por Kégl et al. en [1] para el caso finito dimensional. A su vez, mostraremos su existencia y presentaremos estimaciones basadas en una muestra aleatoria de datos funcionales.

Referencias

[1] Kégl, B., Krzyzak, A., Linder, T., Zeger, K. (2000), *Learning and Desing of Principal Curves*, IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 22, no. 3, págs 281-297.

Expositor: **Pamela Llop**
Autores: Antonio Cuevas, Pamela Llop, Beatriz Pateiro-López .
Lugar: Departamento de Matemática, Universidad Autónoma de Madrid, España, Facultad de Ingeniería Química e.

ESTIMACIÓN DEL EJE MEDIAL DEL SOPORTE DE UNA DISTRIBUCIÓN

El eje medial de un conjunto está definido como el suconjunto de puntos que tienen al menos dos proyecciones a la frontera. Este objeto, introducido por Blum, 1967 [1], es una importante herramienta para el reconocimiento de formas aunque es bien sabido que es altamente inestable bajo pequeñas perturbaciones del conjunto. Por esta razón, Chazal y Lieutier, 2005 [2] introdujeron una versión ligeramente modificada del mismo, llamada λ-eje medial, que consiste en considerar un subconjunto del eje medial ignorando aquellos puntos de ramificación que se producen al alterar la forma inicial del conjunto. En este trabajo abordamos el problema de estimar el λ-eje medial del soporte compacto de una distribución de probabilidad, a partir de una muestra de puntos, utilizando técnicas no paramétricas de estimación de conjuntos. Esto puede realizarse imponiendo al soporte condiciones de forma que aseguren la estimación de la frontera del conjunto ([3, 4]).

Referencias

[1] Blum, H. (1967). A transformation for extracting new descriptors of shape. In W. Wathen-Dunn, editor, *Models for the Perception of Speech and Visual Form*, Cambridge, MA, MIT Press, 362–380.

[2] Chazal, F. and Lieutier, A. (2005). The "λ-medial axis". *J. Graphical Models*, 67, 304–331.

[3] Cuevas, A. and Fraiman, R. (2009). Set estimation. *New Perspectives on Stochastic Geometry, W.S. Kendall and I. Molchanov, eds.*, 374–397 Oxford University Press.

[4] Rodrígues Cazal, A. (2007). Set estimation under convexity-type assumptions. *Ann. Inst. H. Poincaré Prob. Statist.*, 43:763–774.

Expositor: **Lucía Babino**
Autores: Lucía Babino y Andrea Rotnitzky.
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales (UBA).

Estimadores múltiple robustos en modelos marginales estructurales

Este trabajo se enmarca dentro del área de la inferencia causal. El objetivo principal es desarrollar técnicas analíticas que permitan estimar el efecto causal de tratamientos variantes en el tiempo en presencia de variables confusoras en base a datos recogidos en estudios longitudinales observacionales.
Un importante modelo contrafactual que permite estimar estos efectos es el modelo marginal estructural (MME). Este modelo postula una forma funcional paramétrica para la dependencia en algunas de las variabales confusoras medidas al inicio del estudio (también llamadas variables basales) del efecto de recibir cada posible régimen de tratamiento estático.

Los estimadores que se utilizan en la actualidad para estimar los parámetros de estos modelos son los conocidos como estimadores IPTW (Inverse Probability of Treatment Weighted) que sólo son regulares y asintóticamente lineales (RAL) bajo la suposición adicional de que la probabilidad de tratamiento en cada tiempo (propensity score) condicional a las variables confusoras sigue un modelo paramétrico.

En este trabajo desarrollamos una técnica para calcular estimadores múltiple robustos de los parámetros de los modelos MME. En este contexto, un estimador múltiple robusto es un estimador que resulta RAL bajo una unión de (K+2) modelos, donde K es la cantidad de intervalos de tiempo en que se miden las variables. Para obtener un estimador con estas características es necesario proponer, para cada tiempo t_k, un modelo que parametrice la dependencia en todas las variables del pasado del efecto promedio de recibir cada posible régimen de tratamiento estático; en lo sucesivo llamaré B_k (para $k = 0, \ldots, K$) a estos modelos. También es necesario proponer modelos paramétricos para los propensity scores, que llamaré C_k (con $k = 0, \ldots, K$). El estimador es RAL siempre que o bien todos los modelos para el propensity score sean ciertos o bien al menos uno de los modelos B_k sea cierto y todos los C_j para $j = k + 1, \ldots, K$ sean ciertos. Para que el estimador sea legítimamente múltiple robusto, los modelos B_k deben ser compatibles entre sí y con el MME original. Presentamos modelos que satisfacen esta condición (en efecto son modelos anidados) y proponemos también un algoritmo de estimación que es sencillo de programar, lo cual hace que este método sea factible de aplicar.

Por último generalizamos este estimador para el caso en que la variable de respuesta es medida en todos los tiempos t_k (para $k = 1, \ldots, K+1$) y presentamos un análisis de datos aplicado al "Growth and Health Study" desarrollado por el "National Heart Lung and Blood Institute" utilizando la metodología propuesta.

Expositor: **Alejandra Martínez**
Autores: Graciela Boente y Alejandra Martínez.
Lugar: IMAS-CONICET y Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de .

Estimadores robustos basados en integración marginal para modelos aditivos con respuestas faltantes

El modelo de regresión aditivo supone que se tienen observaciones independientes $(\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}, y_i)$, $1 \leq i \leq n$, $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^d$, $y_i \in \mathbb{R}$ tales que $E(y_i|\mathbf{x}_i = \mathbf{x}) = g(\mathbf{x})$ con

$$g(\mathbf{x}) = g(x_1, \cdots, x_d) = \sum_{j=1}^{d} g_j(x_j)$$

Las funciones $g_j : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ son las cantidades a estimar. Estimadores para este modelo han sido ampliamente estudiados en la literatura. En esta presentación estudiamos estimadores robustos para las componentes g_j del modelo aditivo cuando las respuestas pueden ser faltantes, es decir, cuando tenemos $(\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}, y_i, \delta_i)$, $1 \leq i \leq n$ donde $\delta_i = 1$ si y_i es observada y $\delta_i = 0$ si y_i es faltante. Los estimadores propuestos se obtienen mediante un procedimiento de integración marginal aplicado sobre $M-$estimadores de la función de regresión multivariada g. Se ha obtenido la consistencia puntual, uniforme y la distribución asintótica de los estimadores propuestos, y se los ha comparado con los estimadores clásicos así como con otras propuestas dadas previamente mediante un estudio de simulación.

Expositor: **Marina S. Valdora**
Autores: Marina S. Valdora y Victor J. Yohai.
Lugar: FCEN, UBA.

Estimadores robustos para modelos lineales generalizados

En este trabajo se estudia una familia de estimadores para los modelos lineales generalizados (MLG) que tienen una definición simple y son altamente robustos. Los estimadores propuestos son M-estimadores redescendientes aplicados a las respuestas transformadas (MT-estimadores). El objetivo de transformar las respuestas es estabilizar sus varianzas en un valor casi constante y así permitir un correcto escalamiento de la función de pérdida utilizada para definir el M-estimador. Consideremos un MLG donde $y \in \mathbb{R}$ es la respuesta y $\mathbf{x}= (x_1, \ldots, x_p)'$ es un vector de variables explicativas. Asumimos que $y|\mathbf{x} \sim F_\lambda$, donde F_λ es una familia exponecial de distribuciones discreta o continua en $\mathbb{R}$, $\lambda \in \Lambda \subset \mathbb{R}$ y $\lambda = g(\beta_0'\mathbf{x})$ donde $\beta_0 \in \mathbb{R}^p$ es desconocido y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es una función de enlace conocida. Supongamos que $t : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es tal que la varianza de $t(y)$ es aproximadamente constante cuando y tiene distribución F_λ. Sea $\rho : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función continua y acotada con un único mínimo en 0 y definamos $m(\lambda)$ por

$$m(\lambda) = \arg\min_u E_\lambda(\rho(t(y) - u)).$$

Entonces, dada una muestra aleatoria $(y_1, \mathbf{x}_1), ..., (y_n, \mathbf{x}_n)$, definimos el M-estimador pesado basado en transformaciones (WMT-estimador) de β por

$$\widehat{\beta}_n = \arg\min_\beta S_n(\beta), \tag{33}$$

donde

$$S_n(\beta) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \rho(t(y_i) - m(g(\beta'\mathbf{x}_i))w(\mathbf{x}_i, \widehat{\mu}_n, \widehat{\mathbf{\Sigma}}_n), \tag{34}$$

$w(\mathbf{x}, \mu, \mathbf{\Sigma})$ es una función de la distancia de Mahalanobis, es decir

$$w(\mathbf{x}, \mu, \mathbf{\Sigma}) = \omega(\sqrt{(\mathbf{x} - \mu)'\Sigma^{-1}(\mathbf{x} - \mu)}),$$

$\widehat{\mu}_n$ and $\widehat{\mathbf{\Sigma}}_n$ son estimadores robustos de posición y matriz de covarianza y ω es una función no negativa y no creciente.

Demostramos que, bajo ciertas condiciones, estos estimadores son consistentes y asintóticamente normales y hallamos una cota inferior para su punto de ruptura. Un estudio de Monte Carlo muestra que los estimadores propuestos se comparan favorablemente con otros estimadores en el caso de MLG con respuesta Poisson y log link

---

Expositor: **Herrera Myriam**
Autores: Herrera Myriam- Mallea Adriana .
Lugar: San Juan- UNSJ.

La Textura en la clasificación vía la Distancia de Mahalanobis

Los métodos geoestadísticos se han vuelto cada vez más sofisticados y más adecuados para responder a las nuevas situaciones prácticas. Desde este punto de vista, es muy importante cómo los principios teóricos se utilizan para resolver problemas complejos relacionados con la estimación y/o simulación de variables espaciales. La teledetección también juega un papel importante en esta actividad, tal como se evidencia en variados trabajos que muestran un vínculo entre los métodos geoestadísticos e imágenes de satélite Curran, (*The semivariogram* *in Remote Sensing: an Introducction.* Remote Sensing Enviroment, 24,pp: 490-507, 1988). Estas aplicaciones son parte del procesamiento digital de los datos obtenidos por imágenes satelitales en los cuales el análisis del variograma caracteriza la variabilidad espacial de los valores digitales. Otras aplicaciones, no menos importantes, se basan en los métodos de estimación para la integración de la imagen y la mejora de los resultados en la clasificación digital. Un supuesto inicial para todos estos enfoques es que el número digital de la imagen es una variable regionalizada en el sentido propuesto por Matheron (*The teory of Regionalized Variables and its Applications*, Fontainebleau Centre de Morphologie Mathematique de Fontainebleau,1971), una variable que presenta una distribución espacial y su variabilidad espacial definida por el variograma. Hoy en día, esta hipótesis está ampliamente aceptada para el estudio espacial de la respuesta espectral de las clases de cobertura del suelo, como se representa en valores digitales de la imagen. Tal amplia aceptación se basa en los resultados satisfactorios obtenidos a partir de numerosas aplicaciones prácticas. La textura es una característica visual de la imagen que es de gran interés en el procesamiento digital de imágenes, incluyendo las de satélite. La misma representa variaciones de tono en el dominio espacial y determina la suavidad visual global y la tosquedad de los rasgos de la imagen (Lillesand - Kiefer, *Remote Sensing and Image Interpretation.* Willy -Sons. USA 1994). La textura ofrece información importante acerca de la disposición de los objetos y sus relaciones espaciales dentro de la imagen, lo que es de gran interés para la fotointerpretación y la clasificación de cobertura. Una amplia variedad de metodologías han sido propuestas para el análisis de la textura, entre ellos uno de los más conocidos es el estudio de la variación local de la luminosidad de la imagen, como el operador de varianza descripta por Russ (The Image Processing Handbook, CRC Press. 1999). La idea de crear los operadores locales de textura de la varianza puede ser explotada mediante el estudio de la función variograma, que es una muy buena herramienta para analizar la variabilidad espacial de los valores digitales a nivel global (toda la imagen) y local (ventana). El objetivo de este trabajo es mostrar la ventaja de utilizar el variograma basado en la distancia de Mahalanobis en la obtención de la imagen de textura para utilizarla como información contextual a fin de mejorar los resultados de la clasificación en las imágenes de teledetección.

Expositor: **Orlando José Avila Blas**
Autores: Orlando José Avila Blas, Juan Carlos Rosales, Federico San Millán, Sebastián Schanz.
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas-UNSa; Centro Cardiovascular Salta, Fundación Favaloro.

Minimización de interferencia de línea de potencia en señales electrocardiográficas usando el filtro dual de Kalman

En este trabajo presentamos una propuesta de un filtro especial que permite la minimización de la interferencia de línea de potencia en señales electrocardiográficas (ECG), basado en estimación dual de parámetros y de estado, empleando el filtro de Kalman, en el cual se consideran modelos independientes entre la interferencia de línea de potencia y la señal ECG. Ambos modelos son combinados para simular la señal ECG medida sobre la que se realiza la estimación de estado para separar la señal de la interferencia. Se realizan pruebas exhaustivas sobre la base de datos QT en la filtración de interferencia de línea de potencia, la cual ha sido introducida artificialmente en los registros, para una relación de señal a ruido (SNR) dada, obteniendo así curvas del desempeño del algoritmo propuesto. Esto permite a su vez comparar con el desempeño de otros algoritmos de filtración de tipo notch recursivo de respuesta infinita al impulso (IIR) y un filtro de Kalman, basado en un modelo más simple para la señal ECG. A tales fines se demuestra el siguiente **Teorema** Sea la señal electrocardiográfica generada por la relación de recurrencia:

$$x(k) = -\sum_{j=1}^{p} a_j(k)x(k-j) + e(k)$$

donde $a_j(k)$ es el valor del parámetro j en el instante k y $e(k)$ corresponde a una serie de ruido blanco gaussiano, estacionario y con varianza r_e, que representa el error de estimación de la secuencia del ECG con comportamiento polinómico de grado 3. Entonces el filtro caracterizado por las ecuaciones de predicción de parámetros

$$\hat{\mathbf{a}}^-(k) = \hat{\mathbf{a}}(k-1)$$
$$\mathbf{P}_{\mathbf{a}}^-(k) = \mathbf{P}_{\mathbf{a}}(k-1) + \mathbf{R}_{\mathbf{r}}$$

y las ecuaciones de predicción de estado

$$\hat{\mathbf{x}}^-(k) = \mathbf{A}(k-1)\mathbf{x}(k-1)$$
$$\mathbf{P}_{\mathbf{x}}^-(k) = \mathbf{A}(k-1)\mathbf{P}_{\mathbf{x}}(k-1)\mathbf{A}^T(k-1) + \mathbf{R}_{\mathbf{v}}$$

en las cuales las matrices $\mathbf{x}, \mathbf{a}, \mathbf{A}, \mathbf{P}, \mathbf{R}$ están definidas de acuerdo a la teoría de Kalman [2], es robusto a los cambios de amplitud de la interferencia y conserva sus propiedades para los diferentes tipos de morfologías de señales ECG normales y patológicas descriptos en [1]. Referencias: [1] Mneimneh, M., Yaz, E., Johnson, M., Povinelli, R., An adaptive Kalman filter for removing baseline wandering in ECG signals., Computers in Cardiology, 33, 2006, pp. 253 a 256. [2] Ziarani, A., Konrad, A., A nonlinear adaptive method of elimination of power line interference in ECG signals., IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 49, 6, 2002, pp. 540 a 547.

Expositor: **Sabrina Duarte**
Autores: Efstathia Bura *, Sabrina Duarte ** y Liliana Forzani **.
Lugar: * Department of Statistics, George Washington University, Estados Unidos ** Facultad de Ingeniería .

Reducción suficiente para regresiones con predictores distribuidos exponencialmente

Se llama reducción suficiente, para estudiar la regresión $Y \mid \mathbf{X}$ con $\mathbf{X}$ e Y variables aleatorias en $\mathbb{R}^p$ y $\mathbb{R}$ respectivamente, a una función $R : \mathbb{R}^p \to \mathbb{R}^d$ con $d \leq p$ que verifica $Y \mid \mathbf{X} \sim Y \mid R(\mathbf{X})$.

Por construcción, la mayoría de los métodos de reducción suficiente se basan en la regresión inversa $\mathbf{X}|Y$ y solo pueden estimar reducciones lineales de la forma $R(\mathbf{X}) = \alpha^T \mathbf{X}$ con $\alpha \in \mathbb{R}^{p \times d},\ d \leq p$. De esta manera se pierde información o se obtiene un d más grande de lo necesario si la reducción suficiente no es lineal en $\mathbf{X}$. Ejemplos de estos métodos son [1], [2], [3] y [4].

En este trabajo presentaremos el caso en que los predictores $\mathbf{X}$ dada la respuesta Y siguen una familia exponencial general (no necesariamente predictores normales o con distribución continua). En este contexto, la mínima reducción no es lineal en $\mathbf{X}$, sino en el estadístico suficiente $T(\mathbf{X})$ de la familia, obteniendo así reducciones minimales en $\mathbf{X}$, generalizando los resultados de [5].

Se presentarán los resultados teóricos y un método de estimación de la reducción minimal que está basado en la metodología IRLS (Iterative Reweighted Least Squares) que se aplica cuando se estiman parámetros en modelos lineales generalizados multivariados.

Referencias

[1] Li, K. C. (1991). Sliced inverse regression for dimension reduction. Journal of the American Statistical Association, 86(414), 316-327.

[2] Dennis Cook, R. (2000). SAVE: A method for dimension reduction and graphics in regression. Communications in Statistics-Theory and Methods, 29(9-10), 2109-2121.

[3] Cook, R. D., and Forzani, L. (2008). Principal fitted components for dimension reduction in regression. Statistical Science, 23(4), 485-501.

[4] Cook, R. D., and Forzani, L. (2009). Likelihood-based sufficient dimension reduction. Journal of the American Statistical Association, 104(485).

[5] Cook, R. D., and Li, L. (2009). Dimension reduction in regressions with exponential family predictors. Journal of Computational and Graphical Statistics, 18(3), 774-791.

Expositor: **Sabrina Duarte**
Autores: Efstathia Bura*, Sabrina Duarte**, Liliana Forzani**.
Lugar: *Department of Statistics, George Washington University, Estados Unidos ** Facultad de Ingeniería.

Reducción suficiente para regresiones con predictores distribuidos exponencialmente

Se llama reducción suficiente, para estudiar la regresión $Y \mid \mathbf{X}$ con $\mathbf{X}$ e Y variables aleatorias en $\mathbb{R}^p$ y $\mathbb{R}$ respectivamente, a una función $R : \mathbb{R}^p \to \mathbb{R}^d$ con $d \leq p$ que verifica $Y \mid \mathbf{X} \sim Y \mid R(\mathbf{X})$.

Por construcción, la mayoría de los métodos de reducción suficiente se basan en la regresión inversa $\mathbf{X}|Y$ y solo pueden estimar reducciones lineales de la forma $R(\mathbf{X}) = \alpha^T\mathbf{X}$ con $\alpha \in \mathbb{R}^{p\times d},\ d \leq p$. De esta manera se pierde información o se obtiene un d más grande de lo necesario si la reducción suficiente no es lineal en $\mathbf{X}$. Ejemplos de estos métodos son [1], [2], [3] y [4].

En este trabajo presentaremos el caso en que los predictores $\mathbf{X}$ dada la respuesta Y siguen una familia exponencial general (no necesariamente predictores normales o con distribución continua). En este contexto, la mínima reducción no es lineal en $\mathbf{X}$, sino en el estadístico suficiente $T(\mathbf{X})$ de la familia, obteniendo así reducciones minimales en $\mathbf{X}$, generalizando los resultados de [5].

Se presentarán los resultados teóricos y un método de estimación de la reducción minimal que está basado en la metodología IRLS (Iterative Reweighted Least Squares) que se aplica cuando se estiman parámetros en modelos lineales generalizados multivariados.

Referencias

[1] Li, K. C. (1991). Sliced inverse regression for dimension reduction. Journal of the American Statistical Association, 86(414), 316-327.

[2] Dennis Cook, R. (2000). SAVE: A method for dimension reduction and graphics in regression. Communications in Statistics-Theory and Methods, 29(9-10), 2109-2121.

[3] Cook, R. D., and Forzani, L. (2008). Principal fitted components for dimension reduction in regression. Statistical Science, 23(4), 485-501.

[4] Cook, R. D., and Forzani, L. (2009). Likelihood-based sufficient dimension reduction. Journal of the American Statistical Association, 104(485).

[5] Cook, R. D., and Li, L. (2009). Dimension reduction in regressions with exponential family predictors. Journal of Computational and Graphical Statistics, 18(3), 774-791.

Expositor: **Lila Ricci**
Autores: Lila Ricci, Gabriela Boggio.
Lugar: UNMdP, FCEyN; UNR, FCEyE.

Teoremas de convergencia para modelos Exponenciales con Dispersión

Los modelos exponenciales con dispersion (ED) fueron definidos por Jorgensen (1997) y luego ampliamente utilizados en aplicaciones; esto se debe, en parte, a que pueden ser usados como distribuciones del error en modelos de regresión generalizados. En particular los modelos Tweedie, ejemplos de ED, constituyen una herramienta sumamente enriquecedora al ser una familia con dominio paramétrico $\mathbb{R}\backslash(0,1)$. En cuanto a resultados teóricos, utilizando los teoremas Tauberianos pueden probarse importantes teoremas de convergencia, que muestran a los modelos Tweedie como distribuciones límite (Jorgensen, Martínez y Tsao, 1994). Para esto, fue necesario demostrar previamente que las funciones varianza correspondientes, que definen la relación media-varianza y caracterizan a dichos modelos, son de variación regular.

En un artículo reciente Jorgensen y Martínez (2012) avanzaron en la construcción de Modelos con Dispersión Multivariados (MED), aplicando el método de convolución. Obtuvieron modelos con una estructura de correlaciones flexible y con distribucions marginales de la misma familia. La definición de variación regular fue extendida por Omey (1989) a $\mathbb{R}^n$, para luego probar los teoremas Tauberianos para la transformada de Laplace de funciones en varias variables.

Se dará una visión unificada de los resultados y definiciones enunciados en los párrafos precedentes, como paso previo a una futura extensión de los teoremas de convergencia a *MED*.

Expositor: **Lucas Guarracino.**
Autores: Lucas Guarracino, Patricia Giménez y Jorge López..
Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales..

Test de hipótesis geodésico para comparar parámetros de locación en poblaciones elípticas.

En este trabajo estudiamos la geometría básica de la variedad diferenciable generada por dos muestras de distribuciones elípticas univariadas, con la información de Fisher como métrica Riemanniana. Se obtienen expresiones para la matriz de información bajo diferentes supuestos. La distancia geodésica o de Rao inducida por esta geometría se usa para construir estadísticos de tests de hipótesis asintóticos para comparar parámetros de locación, que resultan invariantes por reparametrizaciones. Como casos especiales, obtenemos nuevos tests asintóticos para los problemas de dos muestras de Behrens-Fisher y Fieller-Creasy. También consideramos el test de igualdad de varios parámetros de locación. Se demuestra que cuando los parámetros de escala son iguales, el estadístico del test geodésico resulta una función monótona estrictamente creciente del estadístico de Wald. Resultados empíricos para la distribución t de Student, proveen evidencia de que el estadístico del test geodésico tiene buenas propiedades muestrales en términos de nivel y poder.

Palabras clave: Variedades estadísticas; Información de Fisher; Distancia geodésica; Test de hipótesis; Distribuciones elípticas; Comparación de parámetros de locación.

Expositor: **Ana M. Bianco**
Autores: Bianco, Ana M. (1), Boente, Graciela (2) y Rodrigues, Isabel (3).
Lugar: (1) y (2):Universidad de Buenos Aires yCONICET y (3) Universidad Técnica de Lisboa.

Un test robusto para simetría elíptica

En este trabajo presentamos un test robusto para chequear el supuesto de simetría elíptica en un conjunto de datos multivariados. Obtenemos la distribución asintótica del test propuesto, así como su función de influencia.

Mediante un estudio numérico evaluamos la distribución del estadístico del test robusto bajo diferentes distribuciones poblacionales y tamaños de muestra y comparamos su performance con la versión clásica propuesta por Zhu y Neuhaus (2003).

Dada la dificultad práctica de computar los $p-$valores correspondientes a la distribución asintótica, presentamos un procedimiento bootstrap que permite aproximar la distribución del test robusto.

Realizamos un estudio de Monte Carlo a fin de comparar el comportamiento del test clásico y del robusto tanto en lo relativo a nivel como a potencia.

8. Física Matemática

Expositor: **Julio H. toloza**
Autores: Julio H. Toloza.
Lugar: CONICET y Univ. Tecnológica Nacional, Fac. Reg. Córdoba.

Análisis espectral de una clase de operadores de Schrödinger n-enteros

Los operadores n-enteros, $n \in \mathbb{Z}$, son una clase de operadores lineales simétricos regulares con índices de deficiencia $(1, 1)$ y dominio no necesariamente denso en un espacio de Hilbert. Las extensiones autoadjuntas de esta clase de operadores poseen propiedades distribucionales muy particulares; luego los operadores n-enteros son relevantes por sus posibles aplicaciones en el análisis espectral de operadores de interés en la física matemática.

Esta comunicación trata sobre el análisis espectral de operadores de Schrödinger dados por la expresión diferencial

$$-\frac{d^2}{dx^2} + \frac{l(l+1)}{x^2} + q(x), \quad x \in (0,1), \quad l \geq -\frac{1}{2},$$

con condiciones de frontera autoadjuntas separadas. En particular veremos condiciones suficientes sobre el potencial $q(x)$ para que tales extensiones autoadjuntas estén asociadas a un operador n-entero, en donde por otra parte debe cumplirse la desigualdad $n > \frac{l}{2} + \frac{3}{4}$.

Este es un trabajo realizado en colaboración con el Dr. Luis O. Silva (UNAM, México).

Expositor: **Cora Tori**
Autores: Javier Fernandez - Cora Tori - Marcela Zuccalli.
Lugar: Instituto Balseiro - Facultad de Ciencias Exactas, UNLP.

Estructuras de Poisson para sistemas mecánicos discretos reducidos

Los sistemas mecánicos son sistemas dinámicos, con finitos grados de libertad, utilizados en la Física e Ingeniería para modelar el comportamiento de buena parte de la naturaleza. En muchos casos, la evolución de un sistema mecánico preserva estructuras de origen geométrico, como ser la energía, los momentos o la forma simpléctica (ver [AM78]).

El interés en aproximar las trayectorias de los sistemas mecánicos mediante métodos numéricos efectivos ha llevado a la consideración de los sistemas mecánicos discretos, que son sistemas dinámicos con variable temporal discreta y cuyas trayectorias se determinan mediante un principio variacional (ver [MW01]). En lo que sigue, consideramos únicamente estos sistemas.

Entre los sistemas mecánicos que se aplican usualmente, son de especial interés aquellos con simetrías, es decir, que quedan invariantes por una familia de operaciones. En esta situación, bajo hipótesis adecuadas, se puede construir un sistema “más pequeño”, llamado *sistema reducido*, cuya dinámica captura la esencia de la del sistema original (ver [FTZ10]).

En este espíritu, es interesante que el sistema original simétrico y el reducido tengan propiedades estructurales análogas. Si tomamos por caso la forma simpléctica, es conocido que, bajo condiciones de regularidad, todo sistema mecánico discreto posee una forma simpléctica natural, que es preservada por su flujo discreto. Sin embargo, en el sistema reducido puede no haber ninguna forma simpléctica (por ejemplo, por tener dimensión impar). Las estructuras de Poisson generalizan la noción de estructura simpléctica en una variedad y, en particular, siempre hay estructuras de Poisson, independientemente de la dimensión de la variedad subyacente.

En este contexto vamos a probar, bajo ciertas hipótesis, que dado un sistema mecánico discreto simétrico con su estructura natural de Poisson —obtenida a partir de su estructura simpléctica—, el sistema reducido asociado posee una estructura de Poisson compatible con la del sistema original. Más aún, el flujo discreto del sistema reducido preserva dicha estructura de Poisson.

Referencias

[AM78] R. Abraham, J. E. Marsden. *Foundations of mechanics.* Benjamin/Cummings Publishing Co. Inc. Advanced Book Program, Reading, Mass., 1978. Second edition, revised and enlarged, With the assistance of Tudor Raţiu and Richard Cushman.

[FTZ10] J. Fernández, C. Tori, M. Zuccalli. Lagrangian reduction of nonholonomic discrete mechanical systems. *J. Geom. Mech.*, 2(1):69–111, 2010.

[MW01] J. E. Marsden, M. West. Discrete mechanics and variational integrators. *Acta Numer.*, 10:357–514, 2001.

Expositor: **Santiago Capriotti**
Autores: Santiago Capriotti.
Lugar: Universidad Nacional del Sur.

Formalismos Hamiltonianos para problemas variacionales generales

Es bien conocido que los problemas de la mecánica clásica admiten dos descripciones: Aquella mediante la cual las soluciones del mismo se corresponden con extremales de un problema variacional (en el llamado *formalismo lagrangiano*), y la provista por el *formalismo hamiltoniano*, en donde dichas soluciones son curvas integrales de un campo vectorial. Más aún, bajo hipótesis razonables puede establecerse una correspondencia entre ambas descripciones [AM78]. Gran esfuerzo se ha invertido para extender esta dualidad a teorías de campo: Mientras que el formalismo lagrangiano puede generalizarse sin más a este contexto [Ble81], no ocurre lo mismo con el formalismo hamiltoniano, donde deben hallarse las estructuras que reemplazarán a nociones básicas tales como "campos vectoriales" y "forma simpléctica" [GIM04]. Resulta que existen dos posibles sustitutos para el formalismo hamiltoniano en teorías de campo: Los así llamados *formalismo extendido* y *formalismo restringido*, en los cuales los campos vectoriales son sustituídos por multivectores, y la estructura simpléctica por estructuras (pre)multisimplécticas [Ech07].

Por otro lado, existe una generalización de los problemas variacionales que se encuentran usualmente en la dinámica de partículas y teorías de campo, conocido como *formalismo de Griffiths* [Got91]. Es por lo tanto natural preguntarse si existirá un formalismo hamiltoniano, restringido o extendido, que se corresponda en algún sentido con los problemas variacionales del formalismo de Griffiths. El propósito de la siguiente comunicación es el de explorar generalizaciones de estos conceptos para algunos problemas variacionales à la Griffiths, teniendo como objetivo de largo plazo la formulación de una noción equivalente del *algoritmo de Dirac/Gotay*.

Referencias

[AM78] R. Abraham and J. E. Marsden. *Foundations of mechanics.* Benjamin/Cummings Publishing Co. , 1978.

[Ble81] D. Bleecker. *Gauge Theory and Variational Principles.* Addison-Wesley, 1981.

[Ech07] A. Echeverria-Enriquez et al.. Extended Hamiltonian systems in multisymplectic field theories. *J.Math.Phys.*, 48:112901, 2007.

[GIM04] M.J. Gotay et al. Momentum maps and classical relativistic fields. II: Canonical analysis of field theories. 2004.

[Got91] M.J. Gotay. An exterior differential system approach to the Cartan form. In P. Donato et al. (eds.) *Symplectic geometry and mathematical physics.* , pp. 160–188. Progress in Mathematics. 99, Birkhäuser, 1991.

Expositor: **Germán Zorba**
Autores: Germán Zorba.
Lugar: Universidad Nacional de La Plata.

Dinámica de una esfera con un momento de inercia nulo

En [1] se estudia la dinámica de una esfera simétrica con dos momentos de inercia iguales y uno distinto, suponiendo que la bola rueda sobre un plano horizontal sin deslizar ni rotar en torno al eje vertical.

Si consideramos el caso en que el tercer momento de inercia se anula y si además quitamos la restricción de no rotar en tonrno al eje vertical, entonces aparecen singularidades cuando el eje correspondiente al momento de inercia nulo alcanza la posición vertical. De hecho en esa posición se pierde la unicidad de las soluciones.

En este trabajo estudiamos la existencia de soluciones que llegan a esta posición y la forma en que cruzan.

[1] Hernán Cendra y María Etchechoury *Rolling of a Symmetric Sphere On a Horizontal Plane Without Sliding or Spinning* Reports on Mathematical Physics, vol. 57 n. 3 pp. 367–374 (2006)

Expositor: **Nicolás Borda**
Autores: Nicolás Borda, Javier Fernandez, Marcela Zuccalli.
Lugar: Instituto Balseiro, UNCu - CNEA – Depto. de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, UNLP – CONIC.

Medidas invariantes de las ecuaciones de Euler-Poincaré discretas

La evolución temporal de los sistemas mecánicos discretos (sin vínculos) tiene, al igual que en el caso continuo, la propiedad de conservar una forma simpléctica y, por lo tanto, el volumen de Liouville correspondiente [2]. Si un sistema presenta simetrías se le asocia un sistema reducido, que es un sistema dinámico con tiempo discreto para el cual no necesariamente existe una medida invariante por la evolución temporal. Sin embargo, para algunos sistemas continuos simétricos se conocen resultados sobre la existencia de medidas invariantes en los sistemas reducidos asociados [2].

En este trabajo estudiamos la existencia de medidas invariantes para sistemas discretos análogos a los considerados en [2]. En concreto, vamos a considerar los sistemas dinámicos discretos sobre un grupo de Lie G obtenidos mediante la reducción de un sistema mecánico discreto sobre $G \times G$ y donde G es un grupo de simetría del sistema al actuar mediante la acción diagonal inducida por la multiplicación a izquierda. Un camino discreto $(g_0, ..., g_M) \in G^{M+1}$, con $M \in \mathbb{N}$, es una trayectoria del sistema reducido si y sólo si satisface las llamadas ecuaciones de Euler–Poincaré discretas [3]:

$$\mathcal{L}^R l_d(g_{k+1}) \circ Ad_{g_{k+1}^{-1}} = \mathcal{L}^R l_d(g_k) \quad \forall k \in \{0, ..., M-1\},$$

donde $l_d : G \to \mathbb{R}$ es una función suave llamada el lagrangiano discreto reducido y $\mathcal{L}^R l_d : G \to \mathfrak{g}^*$ es su derivada de Lie a derecha definida mediante

$$\mathcal{L}^R l_d(h)(\xi) := \left.\frac{d}{dt}\right|_{t=0} l_d\left(he^{t\xi}\right) \quad \forall h \in G, \forall \xi \in \mathfrak{g}.$$

Teorema. *Sea G un grupo de Lie unimodular de dimensión n. Si n es impar o G es conexo y $n = 2$ entonces existen medidas en G, no nulas, que son invariantes por la acción del flujo del sistema discreto reducido definido antes.*

Cabe destacar que la demostración del Teorema es constructiva.

Referencias

[1] J. Marsden, M. West, *Discrete Mechanics and Variational Integrators*, Acta Numer. 10, 357-514 (2001).

[2] V. V. Kozlov, *Invariant measures of the Euler–Poincaré equations on Lie algebras*, Funktsional. Anal. i Prilozhen. 22, no. 1, 69–70 (1988).

[3] A. I. Bobenko and Y. B. Suris, *Discrete lagrangian reduction, discrete Euler–Poincaré equations, and semidirect products*, Lett. Math. Phys. 49, no. 1, 79–93 (1999).

Expositor: **Javier Fernández**
Autores: Javier Fernández, Cora Inés Tori, Marcela Zuccalli.
Lugar: Instituto Balseiro, U.N. de Cuyo - C.N.E.A. – Depto de Matemática, F.C.E., U.N.L.P..

Reducción en etapas de sistemas mecánicos discretos en el contexto lagrangiano

Muchos sistemas mecánicos (SM) de interés presenten simetrías. En este caso, una estrategia para simplificar su estudio es asociarle un sistema dinámico *reducido*, en el que se han usado las simetrías para reducir el número de grados de libertad. Hay situaciones en las que, sin embargo, resulta conveniente considerar la reducción de sólo algunas de las simetrías presentes. Puede ser importante, a posteriori, realizar una segunda reducción de las simetrías residuales. Este proceso, conocido como *reducción en etapas*, ha sido estudiado en [CMR01] para SM lagrangianos donde las simetrías en cuestión forman un grupo de Lie que actúa sobre el espacio de configuración del sistema, Q, de modo tal que la proyección al cociente $\pi : Q \to Q/G$ es un fibrado principal.

Un problema esencial con la descripción dada en el párrafo anterior es que el proceso de reducción de un SM con simetrías usualmente da por resultado un sistema dinámico (que no es un SM), por lo que un segundo paso de reducción debe ser tratado con métodos ad-hoc. Una manera de resolver este punto es definiendo una categoría de sistemas más amplia que la de los SM, que tenga una noción de simetría y se pueda definir una reducción que sea una operación cerrada en la categoría extendida. De este modo, dado un sistema X con grupo de simetría G y un subgrupo $H \subset G$, se puede reducir el sistema módulo H, obteniendo X/H. Cuando G/H es una simetría de X/H se puede reducir nuevamente, obteniendo $(X/H)/(G/H)$. Por otro lado se puede realizar la reducción por el grupo G y obtener el sistema X/G en un solo paso. En [CMR01] se demuestra que, bajo ciertas condiciones, los sistemas $(X/H)/(G/H)$ y X/G son equivalentes.

Los sistemas mecánicos discretos (SMD) son sistemas dinámicos a tiempo discreto cuya dinámica se determina a partir de un principio variacional inspirado en la Mecánica Clásica. Estos sistemas son muy útiles en el desarrollo de integradores numéricos para la dinámica de los SM. En esta presentación consideraremos un marco análogo al descripto más arriba para los SMD. En particular, introduciremos una categoría de sistemas dinámicos que contiene a los SMD y una operación de reducción de simetrías que coincide con la ya estudiada para el caso de SMD en [FTZ10]. Entre otras cosas, es posible establecer en este marco la equivalencia entre un SMD reducido en dos etapas y su reducción en un único paso.

Referencias

[CMR01] H. Cendra, J. E. Marsden, T. S. Ratiu. Lagrangian reduction by stages. *Mem. Amer. Math. Soc.*, 152(722):x+108, 2001.

[FTZ10] J. Fernández, C. Tori, M. Zuccalli. Lagrangian reduction of nonholonomic discrete mechanical systems. *J. Geom. Mech.*, 2(1):69–111, 2010.

Expositor: **Eyrea Irazú, María Emma**
Autores: Eyrea Irazú, María Emma.
Lugar: Departamento de Matemática, Fac. Cs. Exactas, UNLP.

Sobre aplicaciones momento discretas

Uno de los principales intereses de la mecánica geométrica es el estudio de los sistemas mecánicos que presentan una simetría dada por la acción de un grupo de Lie sobre el espacio de configuraciones del sistema. En particular, resulta de sumo interés el análisis de la aplicación momento asociada a esta simetría.

Por otro lado, el estudio de la mecánica discreta desde un punto de vista variacional, que tiene sus raíces en el desarrollo de la teoría del control óptimo en la década de 1960, conduce naturalmente a la discretización de los sistemas lagrangianos y el estudio de sus propiedades.

En este trabajo se consideran mecánicos discretos que presentan una simetría y se estudia la geometría de los mismos siguiendo el enfoque presentado en ([2]). En este contexto se analiza la equivarianza de las aplicaciones momento discretas cono un caso particular de las aplicaciones momento. Como sistemas mecánicos discretos particularmente interesantes, se estudian sistemas los sistemas mecánicos obtenidos a partir de la discretización de un sistema lagrangiano y se analiza la relación entre la equivarianza de un momento lagrangiano y sus momentos discretos asociados.

En particular, se esudian sistemas mecánicos con términos magnéticos en sus dos versiones standard: esto es, con estructura simpléctica modificada o bien con aplicación hamiltoniana modificada.

Referencias

[1] Abraham R. and Marsden J.E. "Foundations of Mechanics", Benjamin Cummings Reading, 1978.

[2] Marsden J.E. and West M. "Discrete Mechanics and Variational Integrators". Acta numérica 10 (2001), 357-514.

9. Geometría

Expositor: **Guillermo Henry**
Autores: Guillermo Henry y Jimmy Petean.
Lugar: Guillermo Henry (1), Jimmy Petean (1) y (2). (1) Depto. de Matemática, FCEN, UBA. (2) CIMAT, GTO, M.

Constante de Yamabe de variedades producto con el espacio hiperbólico

Sea (M^m, g) una variedad Riemanniana cerrada de curvatura escalar constante y $(\mathbf{H}^n, g_h^n)$ el espacio hiperbólico dotado con su métrica de curvatura -1. Estudiamos la $\mathbf{H}^n$- constante de Yamabe de los productos $(\mathbf{H}^n \times M^m, g_h^n + g)$. Gracias a la unicidad de soluciones (positivas, de energía finita) de la ecuación $\Delta u - \lambda u + u^q = 0$ en $\mathbf{H}^n$ para valores apropiados de λ y q, realizamos estimaciones númericas. Sea $(S^m, r.g_0^m)$ donde S^m es la esfera m-dimensional, g_0 es la métrica de curvatura 1 y $r > 0$, llevamos a cabo estimaciones númericas para $Y_{\mathbf{H}^n}(\mathbf{H}^n \times S^m, g_h^n + rg_0^m)$ cuando $(n, m) = (2, 2), (2, 3)$ y $(3, 2)$.

Expositor: **Mauro Subils**
Autores: Mauro Subils.
Lugar: CIEM-Famaf, UNC.

Distribuciones con métricas subriemannianas y subconformes de tipo constante

El proceso de prolongación de Tanaka permite construir conexiones de Cartan normales para estructuras geométricas asociadas a distribuciones totalmente no integrables o de Carnot Carathèodory. En este trabajo aplicamos este proceso a distribuciones fat con métricas subriemannianas y subconformes de tipo constante. Como consecuencia obtenemos la existencia de extensiones canónicas a métricas riemannianas o conformes.

Expositor: **Edwin Alejandro Rodríguez Valencia.**
Autores: Edwin Alejandro Rodríguez Valencia..
Lugar: Universidad Nacional de Córdoba, FaMAF; Córdoba - Argentina..

El flujo de Ricci complexificado, el flujo de Chern-Ricci y sus solitons para grupos de Lie.

Sea (M, J) una variedad compleja fija. Una ecuación de evolución muy natural para métricas hermitianas en (M, J) es hacer evolucionar la métrica por medio de la parte invariante del tensor de Ricci, obteniendo así el llamado Flujo de Ricci Complexificado (cxRF), pero sólo se conoce la existencia y unicidad de la solución en el caso homogéneo (ver [1] para grupos de Lie nilpotentes). Otra forma de evolucionar la métrica es a través del tensor de Chern-Ricci $p(\cdot, J\cdot)$, donde p es la forma de Chern-Ricci, obteniendo el Flujo de Chern-Ricci (CRF) (ver [2],[4]). En grupos de Lie, el CRF se reduce a un sistema ODE y todos los tensores involucrados son determinados por su valor en la identidad del grupo.

En esta charla estudiamos el problema de la existencia de cxRF-solitons invariantes a izquierda en todas las estructuras complejas en grupos de Lie nilpotentes 6-dimensionales, y de CRF-solitons invariantes a izquierda en todas las estructuras complejas en grupos de Lie solubles 4-dimensionales.

Referencias

[1] J. Lauret, A canonical compatible metric for geometric structures on nilmanifolds, *Ann. Global Anal. Geom.*, **30** (2006), 107-138.

[2] J. Lauret, Curvature flows for almost-hermitian Lie groups, preprint 2013 (arXiv).

[3] J. Streets, G. Tian, Hermitian curvature flow, *J. Eur. Math. Soc.*, **13** (2011), 601-634.

[4] V. Tosatti, B. Weinkove, On the evolution of a hermitian metric by its Chern-Ricci form, preprint 2012 (arXiv).

Expositor: **Roberto J. Miatello**
Autores: Emilio A. Lauret, Roberto J. Miatello, Juan Pablo Rossetti.
Lugar: CIEM-FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba.

Espectro en p-formas en espacios de curvatura constante y equivalencia de representaciones

Se estudia el p-espectro de un espacio localmente simétrico de curvatura constante GX, en conexión con la representacion regular del grupo total de isometrías G de X en $L^2(GG)_{\tau_p}$, donde τ_p es la representación p-exterior complexificada de $O(n)$ en $\bigwedge^p(R^n)_C$. Se da una expresión de la multiplicidad $d_\lambda(p, G)$ de los autovalores del operador de Hodge-Laplace en p-formas en términos de multiplicidades $n_G(\pi)$ de representaciones unitarias irreducibles específicas de G.

Como consequencia, extendemos resultados de Pesce para el espectro en funciones al p-spectro del operator de Hodge-Laplace en p-formas of GX, y comparamos p-isospectralidaed con τ_p-equivalencia para $0 \leq p \leq n$. Para formas esféricas, mostramos que τ-isospectralidad implica τ-equivalencia para una clase de τ's que incluye el caso $\tau = \tau_p$. Además probamos que, conjuntamente, $p-1$ y $p+1$-isospectralidad implican la p-isospectralidad.

Para curvatura no positiva damos ejemplos mostrando que p-isospectralidad está lejos de implicar τ_p-equivalencia, pero una variante resultado de Pesce continúa valiendo: para cada p fijo, q-isospectralidad para todo $0 \leq q \leq p$ implica τ_q-equivalencia para todo $0 \leq q \leq p$. Como subproducto de los métodos obtenemos varios resultados que relacionan la p-isospectralidad con la τ_p-equivalencia.

Expositor: **Marcos Salvai**
Autores: Marcos Salvai.
Lugar: FaMAF (Universidad Nacional de Córdoba) - CIEM (Conicet).

Estructuras geométricas generalizadas en variedades complejas y simplécticas

En una variedad diferenciable M, las estructuras complejas generalizadas (paracomplejas generalizadas) proveen una noción de interpolación entre estructuras complejas (paracomplejas) y estructuras simplécticas en M.

Dada una variedad compleja (M, j), definimos seis familias de estructuras complejas o paracomplejas generalizadas distinguidas en M. Cada una de ellas interpola entre dos estructuras geométricas en M compatibles con j, por ejemplo, entre foliaciones totalmente reales y estructuras de Kähler, o entre estructuras hipercomplejas y $\mathbb{C}$-simplécticas. Estas estructuras en M son secciones suaves de espacios fibrados sobre M con fibra típica G/H para ciertos grupos de Lie G y H. Determinamos G y H en cada caso.

Procedemos de manera similar para variedades simplécticas. Definimos seis familias de estructuras generalizadas en (M, ω). Cada una de ellas interpola entre dos estrucuturas compatibles con ω, por ejemplo, entre una estructura $\mathbb{C}$-simpléctica y una estructura para-Kähler (también conocida como foliación bilagrangiana).

Expositor: **Marcos Origlia**
Autores: Adrián Andrada, Marcos Origlia .
Lugar: CIEM, FaMAF.

Estructuras localmente conforme Kähler invariantes en solvariedades compactas

Sea (M^{2n}, J, g) una variedad hermitiana, donde J denota su estructura compleja y g su métrica hermitiana. La variedad (M^{2n}, J, g) es localmente conforme Kähler (l.c.K.) si existe un cubrimiento por abiertos $\{U_i\}_{i\in I}$ de M y una familia $\{f_i\}_{i\in I}$ de funciones C^∞, $f_i : U_i \to \mathbb{R}$, tal que cada métrica local

$$g_i = \exp(-f_i)\, g|_{U_i}$$

es Kähler. Equivalentemente, (M^{2n}, J, g) es l.c.K. si y sólo si existe una 1-forma cerrada θ definida globalmente en M tal que

$$d\omega = \theta \wedge \omega.$$

La 1-forma θ se llama forma de Lee. En el caso particular que θ sea paralela (M^{2n}, J, g) se llama una variedad de Vaisman.

Se estudian estructuras l.c.K. invariantes a izquierda en grupos de Lie, lo que permite reducir el problema a nivel de álgebras de Lie. Se consideran en particular grupos de Lie que poseen subgrupos discretos co-compactos (por lo tantos dichos grupos de Lie deben ser unimodulares).

En este trabajo probaremos el siguiente resultado:

Teorema: Sea $\mathfrak{g}$ un álgebra de Lie unimodular. Si $\mathfrak{g}$ admite una estructura l.c.K. (J, g) con J abeliana, esto es, $[JX, JY] = [X, Y]$ para todo $X, Y \in \mathfrak{g}$, entonces $\mathfrak{g} = \mathbb{R} \times \mathfrak{h}_{2n+1}$, donde $\mathfrak{h}_{2n+1}$ es el álgebra de Lie de Heisenberg de dimensión $2n + 1$, con su estructura l.c.K. usual.

También daremos algunos ejemplos nuevos de álgebras de Lie unimodulares que no son Vaisman.

Expositor: **Viviana del Barco**
Autores: Viviana del Barco.
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario.

Geodésicas homogéneas en grupos de Lie nilpotentes pseudo-Riemannianos

Dada una variedad pseudo-Riemanniana homogénea $M = G/H$, una geodésica $\gamma(s)$ por el punto p se dice *homogénea* si es un grupo monoparamétrico de isometrías. Es decir si s es un parámetro afín y $\gamma(s)$ está definida en un abierto J, existe un difeomorfismo $\varphi : \mathbb{R} \longrightarrow J$ de manera que $\gamma(\varphi(t)) = \exp(t\,X)$ para algún $X \in Lie(G)$; en este caso X es un *vector homogéneo*. La variedad M se dice g.o. si toda geodésica es homogénea.

Cuando $M = G/H$ admite una descomposición reductiva, los vectores homogéneos están caracterizados por una condición algebraica a nivel del álgebra de Lie $\mathfrak{g} = Lie(G)$ conocida como *Lema geodésico*:

Lema: Sea $\mathfrak{g} = \mathfrak{h} \oplus \mathfrak{m}$ una descomposición reductiva de G/H. Entonces $\gamma(t) = \exp(t\,X)$ es una geodésica con respecto a algún parámetro s si y sólo si existe un $k \in \mathbb{R}$ de manera que para cada $Z \in \mathfrak{m}$ se verifique

$$\langle [X, Z]_{\mathfrak{m}}, X_{\mathfrak{m}} \rangle = k \langle X_{\mathfrak{m}}, Z \rangle . \qquad (35)$$

El caso $k \neq 0$ sólo puede ocurrir cuando γ es una curva nula en un espacio propiamente pseudo-Riemanniano y se tiene $s = e^{-kt}$ es el parámetro afín.

En este trabajo estudiamos el caso en que la variedad es un grupo de Lie 2-pasos nilpotente dotado de una métrica pseudo-Riemanniana invariante y de manera que el centro sea no degenerado. Trabajamos condiciones para que N

sea g.o. respecto del grupo $G = \mathrm{Auto}(N) \ltimes N$ donde $\mathrm{Auto}(N)$ es el grupo de los automorfismos isométricos de N. En este caso el Lema geodésico induce condiciones algebraicas en el álgebra de Lie de N similares a las obtenidas por Gordon en [1] en el caso Riemanniano. Sin embargo las implicancias de las condiciones son muy diferentes cuando las métricas son no definidas.

Una generalización de los espacios g.o. es la de espacio *almost g.o.* (ver [2]), íntimamente ligada a la noción de grafo geodésico.

Nuestra caracterización de los grupos nilpotentes g.o. permite dar una respuesta negativa a la siguiente conjetura planteada por Dušek [2]:

Conjetura Si G/H es g.o. o almost g.o. entonces $k = 0$ para todo X en (35).

De hecho, probamos que existe un grupo de Lie N amost g.o. para el cual existen geodésicas homogéneas con $k \neq 0$. Este grupo verifica ser pseudo-tipo H, noción que generaliza la de tipo H definidos por Kaplan. Realizamos un estudio detallado del compoortamiento del grafo geodésico y por lo tanto de las geodésicas homogéneas en este ejemplo, siguiendo el trabajo [3].

Referencias

[1] Gordon,C., *Homogeneous Riemannian manifolds whose geodesics are orbits*, Topics in geometry **20**, 155–174 (1996).

[2] Dušek,Z., *Survey on homogeneous geodesics*, Note di Mat I. **1**, 147–168 (2008).

[3] Dušek,Z. and Kowalski,O., *On six-dimensional pseudo-Riemannian almost g.o. spaces*, J. Geom. Phys. **57** (10), 2014–2023 (2007).

Expositor: **Francisco Vittone**
Autores: Francisco Vittone.
Lugar: Universidad Nacional de Rosario.

Holonomía normal de subvariedades CR

El objetivo del presente trabajo es analizar la extendibilidad del Teorema de holonomía normal [Ol90] a subvarieriedades de formas espaciales complejas. Este Teorema establece que el grupo de holonomía normal actúa en el espacio normal como una s-representación, y se ha utilizado con éxito tanto en problemas de la teoría de subvariedades como en geometría Riemanniana intrínseca.

Una extensión ha sido probada para subvariedades complejas en [AD04]. En este trabajo pretendemos analizar la validez del teorema para las denominadas *subvariedades* CR de una forma espacial compleja. M se dice una subvariedad CR, si su espacio tangente puede partirse en $TM = \mathcal{D}\oplus\mathcal{D}^{\perp}$, donde $\mathcal{D}$ es complejo ($J\mathcal{D} = \mathcal{D}$) y su complemento es anti-invariante. ($J\mathcal{D}$ es normal a M). Casos particulares de subvariedades CR son las subvariedades complejas, totalmente reales, Lagrangianas, y las denominadas CR-genéricas ([CHL77], [NT82]).

El objetivo de este trabajo es demostrar que el Teorema de holonomía normal es válido para subvariedades complejas, Lagrangianas y CR-genéricas, pero falla para subvariedades totalmente reales. Mostraremos además cómo el grupo de holonomía normal actúa en el fibrado normal de una subvariedad totalmente real no substancial.

Referencias

[AD04] Alekseevsky, D. V. and Di Scala, A. J. *The normal holonomy group of Kähler submanifolds* Proc. London Math. Soc. (3) 89 (2004), no. 1, 193 - 216.

[CHL77] Chen B.-Y-, Houh C.-S. and Lue H.-S. *Totally real submanifolds* J. Diff. Geom., 12, (1977), pp. 251–257.

[NT82] Naitoh, H. and Takeuchi, M. *Totally real submanifolds and symmetric bounded domains* Osaka J. Math. 19, (1982), 717-731.

[Ol90] Olmos, C. *The normal holonomy group* Proc. Am. Math. Soc. (110) (2004), 813-818.

[OW01] Olmos, C.and Will, A. *Normal holonomy in Lorentzian space and submanifold geometry* Indiana Univ. Math. J. (50) 4 (2001), 1777-1788.

Expositor: **Ramiro A. Lafuente**
Autores: Ramiro A. Lafuente.
Lugar: FaMAF & CIEM - Universidad Nacional de Córdoba.

La curvatura escalar en el flujo de Ricci homogéneo

El flujo de Ricci es la siguiente ecuación de evolución para una curva de métricas riemannianas $g(t)$ en una variedad diferenciable M:

$$\frac{\partial g}{\partial t} = -2\,\mathrm{Ric}(g(t)),$$

donde $\mathrm{Ric}(g(t))$ denota el tensor de Ricci de la métrica $g(t)$. Es sabido que bajo condiciones razonables sobre $g(t)$, dada una condición inicial $g(0) = g_0$ se tiene existencia y unicidad de soluciones, definidas en un intervalo de tiempo maximal $[0, T)$. Si T es finito, se sabe que la norma del tensor de curvatura de Riemann debe explotar (i.e. no está acotada) cuando $t \to T$, y más aún lo mismo debe ocurrir con la norma del tensor de Ricci. Pero la pregunta sobre qué ocurre con la curvatura escalar sigue abierta a la fecha.

En esta charla mostraremos que, en el caso de variedades homogéneas, si el intervalo de definición del flujo de Ricci es finito entonces la curvatura escalar debe explotar cuando $t \to T$. La herramienta principal en la prueba es una ecuación de evolución para una curva de corchetes de Lie, la cual resulta ser equivalente al flujo de Ricci homogéneo.

Expositor: **Nicolás Kranewitter**
Autores: Kranewitter, Nicolás (1); Martínez, Soledad (1) y Formica, Alberto (2).
Lugar: (1) Universidad Abierta Interamericana (UAI) - (2) Universidad Nacional de General Sarmiento (UNGS).

La noción de Paralelismo en un Espacio de Convexidad

Los Espacios de Convexidad son estructuras definidas a partir de una serie de axiomas. En particular, una de estas estructuras es la Geometría Lineal Densa Extensible y Completa (GLDEC) definida por Coppel [1]. El espacio que hemos adoptado para nuestra investigación, es la GLDEC con una estructura topológica y un axioma adicional, el Axioma Homotético Topológico (HT) definidos, ambos, por Bressan [2].

A efectos de avanzar en el trabajo con Conos y en el desarrollo de propiedades de conjuntos ζ–conexos por *escalones*, nos vimos obligados a incursionar en la noción de *dirección* y *paralelismo entre rectas* en estos espacios. En esta comunicación, del área de la Convexidad Generalizada y Axiomática pretendemos, centralmente, desarrollar algunos avances en la investigación relacionados con las nociones mencionadas.

El paralelismo es central, por ejemplo, en la Geometría euclídea dado que a partir de ella se desarrollan importantes resultados en esta y otras áreas de la Matemática. En general, esta noción no se ha desarrollado en Espacios de Convexidad y, en particular, tampoco en la GLDEC. Nos hemos planteado, al respecto, dar una definición de rectas paralelas y una propuesta para la construcción de una *recta que* ***contiene a un punto determinado*** *y es* ***paralela*** *a otra dada* en términos del ***Join*** entre un punto y un conjunto. A partir de esa definición, mostramos algunas limitaciones del *modelo acotado* de una GLDEC, determinado por una bola abierta en $\mathbb{R}^n$, y que fue planteado por Coppel [1]. Entre otras, una de estas limitaciones radica en la falta de unicidad de una *recta paralela por un punto* (como por ejemplo la definida en nuestro trabajo) y mostramos la necesidad de contar con el Axioma HT para lograrla, dado que el mismo no se verifica en el modelo planteado por Coppel. Entre otros resultados, mostraremos la consistencia de nuestra definición de paralelismo con la que se utiliza en el espacio euclideo $\mathbb{R}^n$.

Referencias

[1] Coppel, W. A.: Foundations of Convex Geometry, Cambridge University Press, 1998.

[2] Bressan, J. C.: Topologías intrínsecas en una geometría lineal densa, extensible y completa, Anales de la Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires, T. XLII (2008), 389-396.

[3] Van de Vel, M. J. L. Theory of Convex Structures. 1993. North-Holland, Amsterdam.

Expositor: **Verónica S. Diaz**
Autores: Verónica S. Diaz.
Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata.

Reducción óptima de variedades Kähler

La reducción óptima es un método de reducción simpléctica que fue introducido por Ortega y Ratiu [2]. Una de sus características es que funciona para el caso en que no es posible aplicar la técnica de reducción simpléctica clásica de Marsden-Weinstein. En este trabajo describiremos el método de reducción óptima y mostraremos como adaptarlo al caso de variedades Kähler e hiperkähler, inspirándonos en la construcción clásica del cociente Kähler [1].

Referencias

[1] N.J. Hitchin, A. Karlhede, U. Lindström, M. Roček, *Hyper-Kähler metrics and supersymmetry*, Commun. Math. Phys. **108** (1987), 535–589.

[2] J.-P. Ortega, T.S. Ratiu, *The optimal momentum map*, Geometry, Dynamics, and Mechanics: 60th Birthday Volume for J.E. Marsden. P. Holmes, P. Newton, and A. Weinstein, eds., Springer-Verlag, New York, 2002.

Expositor: **Cynthia Will**
Autores: Will Cynthia.
Lugar: Ciem - FaMAF, Universidad Nacional de Cordoba.

SCF-solitones de dimensión 4

El innegable aporte del flujo de Ricci a algunos problemas de la geometría y la topología, como por ejemplo la resolución de la conjetura de Poincaré, ha motivado la aparición de otros flujos en geometría compleja y simpléctica, como el flujo de curvatura hermitiano y el flujo de Ricci anti-complexificado, entre otros. En [L], J. Lauret hace un estudio generalizado de estos flujos en el caso de variedades localmente homogéneas, el cual permite trabajar en el álgebra de Lie y aporta un aspecto algebraico que resulta muy útil.

Como en el caso del flujo de Ricci, se espera que un flujo 'mejore' en algún sentido la variedad de partida y es por eso que las soluciones que no son 'mejoradas', llamadas soluciones auto-similares o solitones, son ciertamente especiales.

En el caso de una variedad simpléctica se define en [ST] el llamado flujo de curvatura simpléctico (SCF) que coincide con el flujo de Kähler-Ricci cuando la variedad de partida es Kähler. Más precisamente, si (M, g, ω, J) es una variedad casi-Kähler, es decir que es una variedad casi-hermitiana tal que $d\omega = 0$, entonces el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}\omega = -2p, \\ \frac{\partial}{\partial t}g = -2p^{1,1}(\cdot, J\cdot) - 2Rc^{(2,0)+(0,2)}, \end{cases}$$

donde p es la forma de Chern-Ricci de (ω, g) y Rc es el tensor de Ricci de g, es llamado *flujo de curvatura simpléctico*. Una estructura casi-Kähler (ω, g) en una álgebra de Lie $\mathfrak{g}$ es llamada un *SCF-soliton* si para algún $c \in \mathbb{R}$ y $D \in Der(\mathfrak{g})$,

$$\begin{cases} P = cI + \frac{1}{2}(D - JD^tJ), \\ P^c + Rc^{ac} = cI + \frac{1}{2}(D + D^t), \end{cases}$$

donde $p = \omega(P\cdot, \cdot)$ (ver [L, Sec. 9]).

En este trabajo estudiamos los SCF-solitones en álgebras de Lie de dimensión 4. Se han obtenido algunos avances sobre los problemas de existencia y unicidad, y algunos ejemplos explícitos de soluciones.

Referencias

[ST] J. Streets, G. Tian, Symplectic curvature flow, *J. reine angew. Math.*, in press.

[L] J. Lauret, Curvature flows for almost-hermitian Lie groups, preprint 2013 (arXiv)

Expositor: **Cristián U. Sánchez**
Autores: Cristián U. Sánchez.
Lugar: CIEM - CONICET (Córdoba).

Secciones Normales de la Hipeersuperficie Isoparamétrica de grado 6

En este trabajo se estudian las secciones normales de la hipersuperficie isoparamétrica de grado 6, en la esfera de dimensión 13. Ha sido probado recientemente que, esencialmente, sólo hay una hipersuperficie isoparamétrica de grado 6. Esta es una órbita principal de la representación adjunta del grupo compacto G_2 que es del tipo G_2/T^2, para simplificar llamamos M a la órbita considerada. En este trabajo se estudian todas las secciones normales de esta subvariedad. Como hay un embedding natural de $SU(3)$ en G_2 la intersección de M con la correspondiente subalgebra es la hipersuperficie isoparamétrica de Cartan N de dimensión 6 y todas las secciones normales de N son secciones normales de M en los puntos correspondientes. Se describen numerosas propiedades de los conjuntos algebraicos de secciones normales de estas variedades.

Referencias. [1] Sánchez, C. U. Algebraic set associated to isoparametric submanifolds. New developments in Lie theory and geometry, 37-56, Contemp. Math., 491, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2009.
[2] Sánchez C. U., Triality and the normal sections of Cartan's isoparametric hypersurfaces. Revista de la UMA, Vol 52, 2011, 73-88.

Expositor: **Silvio Reggiani**
Autores: Carlos Olmos, Silvio Reggiani.
Lugar: FaMAF-UNC, FCEIA-UNR.

Simetría de espacios homogéneos

El *índice de simetría* $0 \leq i_{\mathfrak{s}}(M) \leq \dim M$ de una variedad riemanniana M es un invariante geométrico que mide qué tan lejos se encuentra el espacio de ser un espacio simétrico. Más precisamente, el índice de simetría de M se define como $i_{\mathfrak{s}}(M) := \operatorname{ínf}_{q \in M} \dim \mathfrak{s}_q$, donde $\mathfrak{s}_q \subset T_qM$ es la llamada *distribución de simetría* de M, la cual se define como

$$\mathfrak{s}_q := \{X_q \in T_qM : X \text{ es un campo de Killing en } M \text{ con } (\nabla X)_q = 0\}.$$

Sigue de resultados recientes que $\mathfrak{s}$ es una distribución integrable con hojas totalmente geodésicas y extrínsecamente globalmente simétricas. Más aún, cuando M es un espacio normal homogéneo, las subvariedades integrales de $\mathfrak{s}$ —también llamadas las *hojas de simetría*— son espacios simétricos de tipo grupo.

En este trabajo presentamos nuevos resultados estructurales y clasificatorios que involucran el índice de simetría de espacios homogéneos, así como nuevos ejemplos de espacios homogéneos para los cuales la hoja de simetría no es de tipo grupo. Tales ejemplos se obtienen estudiando los llamados pares simétricos dobles

$$G \supset G' \supset K'$$

en donde G/G' y G'/K' son espacios simétricos y la métrica en $M = G/K'$ se obtiene perturbando la métrica normal homogénea. La hoja de simetría de M para esta nueva métrica resulta G'/K'. Se destacan entre estos ejemplos:

- la variedad de Stiefel $SO(n+2)/SO(n)$ asociada al par simétrico doble $SO(n+2) \supset SO(n+1) \supset SO(n)$, que corresponde al fibrado tangente unitario sobre la esfera de curvatura 2 (con la métrica de Sasaki) y tiene hoja de simetría la esfera unitaria $S^n = SO(n+1)/SO(n)$;
- $SU(n) \supset SO(n) \supset SO(n-1)$, en donde, para $n = 3$, obtenemos la variedad de Aloff-Wallach $W^7_{-1,1} = SU(3)/S^1$;
- $F_4 \supset Spin(9) \supset Spin(8)$, en donde se obtiene la variedad de Wallach $W^{24} = F_4/Spin(8)$ con hoja de simetría $F_4/Spin(9) = \mathbb{O}P^2$.

Expositor: **Romina M. Arroyo**
Autores: Romina M. Arroyo.
Lugar: FaMAF - UNC.

Solitones de Ricci homogéneos en dimensiones bajas

Uno de los resultados más importantes probados en la última década es la Conjetura de Geometrización de Thurston sobre la clasificación de variedades cerradas de dimensión 3, de la cual se deduce como corolario la Conjetura de Poincaré. En la prueba de la misma, G. Perelman usa como herramienta principal la ecuación del flujo de Ricci: Dada (M, g) una variedad Riemanniana el flujo de Ricci es la siguiente ecuación diferencial en derivadas parciales

$$\frac{\partial}{\partial t} g(t) = -2 \operatorname{Ric}(g(t)), \quad g(0) = g,$$

donde $g(t)$ es una curva de métricas Riemannianas en M y $\operatorname{Ric}(g(t))$ denota el tensor de Ricci de la métrica $g(t)$. Un aporte conceptual muy interesante de toda esta maquinaria son los solitones de Ricci, una clase especial de métricas Riemannianas que tienen la particularidad de que su geometría no cambia a lo largo del flujo. El objetivo principal de esta charla es estudiar los solitones de Ricci homogéneos en dimensiones bajas.

Expositor: **Eduardo Hulett**
Autores: Eduardo G. Hulett.
Lugar: CIEM-FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba.

Superficies de Willmore pseudoumbilicas en esferas

En este trabajo consideramos superficies de Riemann inmersas conformemente en $\mathbb{S}^n, n \geq 4$, y sus mapas de Gauss generalizados a valores en la variedad de Grassmann $\mathcal{F} = SO(n+1)/\{1\} \times SO(2) \times SO(n-2)$. Este último es un espacio homogéneo naturalmente reductivo no-simétrico con la métrica de Killing. Se demuestra que el funcional energia del mapa de Gauss $G_f : \Sigma \to \mathcal{F}$ de una inmersión conforme $f : \Sigma \to \mathbb{S}^n$ está dado por

$$E(G_f) = \int_\Sigma (1 + \|H\|^2) dA_g + \text{invariante topológico de } \Sigma,$$

donde Σ es una superficie de Riemann compacta, g es la métrica inducida en Σ por f, y H es el vector curvatura media de f. El funcional $E(G_f)$ conincide asi con la *energía de Willmore* $W(f)$ de la inmersión f. Los puntos criticos de E respecto de variaciones arbitrarias de $G_f : \Sigma \to \mathcal{F}$ son mapas armónicos $[Eells, Lemaire]$. Es conocido que G_f es armónico si y sólo si $f : \Sigma \to \mathbb{S}^n$, posee vector curvatura media paralelo $\nabla^{\perp}H = 0$, $[Chen], [Ishihara]$. En cambio los puntos criticos de E respecto de variaciones de G_f inducidas por variaciones de la inmersión f son precisamente los puntos criticos del funcional de Willmore $W(f)$, y su ecuación de Euler-Lagrange está dada por

$$\Delta^{\perp}H - 2\|H\|^2 H + \sum_{i,j=1}^{2} \langle H, \alpha(e_i, e_j)\rangle \alpha(e_i, e_j) = 0. \tag{36}$$

Una inmersión conforme $f : \Sigma \to \mathbb{S}^n$ es de Willmore si satisface (36), $[Ejiri]$, $[Weiner]$. Las superficies de Willmore son objetos muy estudiados y aparecen en conexión con problemas de geometría, análisis y fisica matemática $[Pinkall, Sterling]$, $[Weiner]$. Soluciones particulares de esta ecuación son inmersiones pseudoumbilicas que satisfacen $\nabla^{\perp}H = 0$. En este trabajo proponemos una nueva caracterización de las superficies de Willmore pseudoumbilicas con vector curvatura media no-paralelo en términos del comportamiento de sus mapas de Gauss generalizado.

Referencias.

$[Chen]$ B. Y. Chen, *On the surfaces with parallel mean curvature vector*, Indiana Univ. Math. Journal, Vol 22, No. 7, 655-666 (1973).

$[Eells, Lemaire]$ J. Eells and L. Lemaire, *Selected topics on harmonic maps* CBMS Reg. Conference Series in Math. No 50. Published by the AMS (1980).

$[Ejiri]$ N. Ejiri, *Willmore surfaces with a duality in S^n*, Proc. London Math.Soc. (1988) s3-57 (2): 383-416.

$[Ishihara]$ T. Ishihara, *The harmonic Gauss map in a generalized sense*, J. London Math. Soc. (1982) S2-26 (1): 104-112.

$[Pinkall, Sterling]$ *Willmore Surfaces*, U. Pinkall and I. Sterling. The Mathematical Intelligencer, 1987, Springer Verlag Berlin, New York.

$[Weiner]$ J. Weiner, *On a problem of Chen, Willmore, et al.*, Indiana University Math. Journal, Vol. 27, No. 1, (1978) 19-38.

Expositor: **Isabel Dotti**
Autores: Adrián Andrada, M. Laura Barberis, Isabel Dotti.
Lugar: FaMAF-CIEM, Universidad Nacional de Córdoba.

Tensores de Killing-Yano conformes en grupos de Lie

Una 2-forma diferenciable ω en una variedad riemanniana (M, g) se dice una 2-*forma de Killing-Yano conforme* si satisface la siguiente ecuación:

$$(\nabla_X \omega)(Y, Z) = \frac{1}{3} d\omega(X, Y, Z) - \frac{1}{n-1}(X^* \wedge d^*\omega)(Y, Z), \quad X, Y, Z \in \mathfrak{X}(M),$$

donde ∇ denota la conexión de Levi-Civita asociada a g, X^* es la 1-forma dual a X y $d^* = - * d *$ es la codiferencial. Se puede definir un tensor antisimétrico $T : TM \to TM$ asociado a ω de la siguiente manera:

$$\omega(X, Y) = g(TX, Y), \quad X, Y \in \mathfrak{X}(M).$$

Este tensor T se denomina un tensor de Killing-Yano conforme. Si ω satisface además $d^*\omega = 0$, entonces se dice que ω (respectivamente, T) es una 2-forma (respectivamente, un tensor) de Killing-Yano. Estos objetos fueron introducidos por la escuela japonesa de geometría diferencial en los '50s, y son generalizaciones naturales de los campos de Killing y los campos de Killing conformes; han tenido varias aplicaciones en física matemática.

Cualquier 2-forma paralela y la forma de Kähler asociada a una estructura *nearly Kähler* son ejemplos de 2-formas de Killing-Yano.

En este trabajo probamos que si un tensor de Killing-Yano invertible es integrable (i.e., su correspondiente tensor de Nijenhuis se anula), entonces el tensor es paralelo. Más aún, en dimensión 4, todo tensor de Killing-Yano invertible es paralelo.

Hay una fuerte relación entre los tensores de Killing-Yano conformes y estructuras sasakianas (generalizadas) en la variedad. En esa dirección, obtuvimos restricciones para la existencia de tensores de Killing-Yano conformes invariantes a izquierda en grupos de Lie. Por ejemplo, un tal grupo de Lie debe tener dimensión impar $2n+1$ y el tensor debe ser de rango $2n$. Más aún, bajo ciertas restricciones algebraicas, se prueba que el álgebra de Lie asociada es una extensión central de un álgebra de Lie de dimensión par equipada con un tensor de Killing-Yano particular.

Se prueba también que si un grupo de Lie nilpotente admite un tensor de Killing-Yano conforme invariante a izquierda, entonces el grupo es isomorfo al grupo de Heisenberg H_{2n+1}. Por otro lado, en el caso compacto, probamos los siguientes resultados:

- Si un grupo de Lie compacto equipado con una métrica bi-invariante admite un tensor de Killing-Yano conforme invariante, entonces su álgebra de Lie es isomorfa a $\mathfrak{su}(2)$.
- Una métrica g invariante a izquierda en $SU(2)$ admite tales tensores si y sólo si g es homotética a una métrica de Berger en la esfera S^3.

Damos además la clasificación de los grupos de Lie de dimensión 3 que admiten tensores invariantes de Killing-Yano y de Killing-Yano conformes.

Expositor: **Nicolás Capitelli**
Autores: Nicolás Capitelli y Gabriel Minian.
Lugar: Departamento de Matemática - IMAS, FCEyN, Universidad de Buenos Aires.

Una generalización de los resultados de Dong, Santos y Sturmfels sobre la dualidad de Alexander para esferas y bolas no homogéneas

El Teorema de dualidad de Alexander es un resultado clásico en topología que relaciona la homología de un subespacio (compacto y localmente contráctil) $A \subset$

S^d con la cohomología de su complemento en la esfera: $\tilde{H}_i(S^d - A) \simeq \tilde{H}^{d-i-1}(A)$. Cuando A es un poliedro, el resultado puede expresarse (y demostrarse) en términos combinatorios mediante la introducción del *dual de Alexander* A^*, un análogo simplicial del complemento de A en la esfera. En este caso, se tiene $\tilde{H}_i(A) \simeq \tilde{H}^{n-i-3}(A^*)$, donde n es la cantidad de vértices de A (ver [1]).

De la fórmula de dualidad se deduce inmediatamente que el dual (o complemento) de un poliedro con la homología de una esfera tiene también la homología de una esfera (de dimensión complementaria); pero si un poliedro es homotópicamente equivalente a una esfera, su dual no tiene por qué tener el tipo homotópico de una esfera. Hay varios ejemplos de este hecho. En [4], Dong probó que el dual de una esfera simplicial tiene el tipo homotópico de una esfera. Un año más tarde, Santos y Sturmfels mostraron, utilizando el resultado de Dong, que el dual de una bola simplicial es un espacio contráctil [5]. Estos resultados ponen en evidencia que la estructura *regular* (de variedad) de estos espacios permite deducir consecuencias homotópicas (es decir, no sólo homológicas) sobre sus complejos duales.

En esta charla voy a probar una generalización de los resultados de Dong y de Santos-Sturmfels en el caso que los poliedros sean bolas y esferas no homogéneas. Concretamente, veremos que los duales de las NH-bolas y NH-esferas, introducidas recientemente en [2] para el estudio de variedades no-homogéneas, respetan la homotopía de los poliedros originales.

Referencias

[1] A. Björner and M. Tancer. *Combinatorial Alexander duality. A short and elementary proof.* Discrete Comput. Geom. 42 (2009), No. 4, 586-593.

[2] N. A. Capitelli, E. G. Minian. *Non-homogeneous combinatorial manifolds.* Beitr. Algebra Geom. 54 (2013), No. 1, 419-439.

[3] N. A. Capitelli, E. G. Minian. *Alexander duality for non-homogeneous balls and spheres.* Preprint.

[4] X. Dong. *Alexander duality for projections of polytopes.* Topology 41 (2002), No. 6, 1109-1121.

[5] F. Santos, B. Sturmfels. *Alexander duality in subdivisions of Lawrence polytopes.* Adv. Geom. 3 (2003), No. 2, 177-189.

Expositor: **Ariel Molinuevo**
Autores: Ariel Molinuevo.
Lugar: Universidad de Buenos Aires.

UNFOLDINGS DE FOLIACIONES ALGEBRAICAS

Una foliación de codimensión 1 en $\mathbb{P}^n$ está dada por una sección global integrable $\omega \in H^0(\Omega^1_{\mathbb{P}^n}(a))$ para algún $a \in \mathbb{Z}$.

Una foliación admite dos tipos de perturbaciones de primer orden distintas; unfoldings y deformaciones. Un unfolding siempre define una deformación pero existen deformaciones que no provienen de ningún unfolding.

A ω le asociamos un complejo $K^\bullet(d\omega)$ cuya homología en grado 1 se identifica con las clases de isomorfismo de unfoldings algebraicos de primer orden.

En el caso en que ω defina una foliación racional o logarítmica genérica, probamos que el polinomio de Hilbert de dicha homología calcula la cantidad de puntos aislados del lugar singular de ω.

Expositor: **Julio C. Barros**
Autores: Julio C. Barros.
Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto.

Valores Regulares de los polinomios de Secciones Normales de Hipersuperficies Isoparamétricas

Sea M una subvariedad isoparamétrica compacta, full de rango dos de $\mathbf{R}^{n+2}$, M es entonces, el conjunto de nivel regular de un polinomio isoparamétrico $f : \mathbf{R}^{n+2} \to \mathbf{R}^2$ el cual tiene componentes $f = (h_1, h_2)$. Si $\gamma(s)$ es una sección normal de M en el punto E, es decir, γ es una curva en M, parametrizada por longitud de arco, tal que $\gamma(0) = E$, $\gamma'(0) = X$ y $\nabla_X(\gamma'(s)) = 0$. Entonces, el polinomio (al cual denotamos por $P_2(X)$)que define secciones normales en el punto E viene dado por ([1]):

$$P_2(X) = -X\left\langle \nabla^e_{\gamma'(s)}(\nabla h_2(\gamma(s))), \gamma'(s)\right\rangle$$

El conjunto algebraico de secciones normales planas en E está definido por $P_2^{-1} = 0$. Ahora se estudiarán otros conjuntos de nivel y se detectarán los valores singulares de polinomios que definen secciones normales en hipersuperficies isoparamétricas homogéneas en esferas.

[1] Sánchez C. U. Algebraic sets associated to isoparametric submanifolds. New developments in Lie Theory and Geometry. Contemporary Mathematics, Vol.491.A M S (2009) 37-56.

10. Lógica y Computabilidad

Expositor: **Carlos Gallardo**
Autores: Carlos Gallardo y Alicia Ziliani.
Lugar: Departamento de Matembarrainv'atica, Universidad Nacional del Sur.

L_n^m-Álgebras con un operador adicional

En [2] se introdujeron las $m-$álgebras de Łukasiewicz generalizadas de orden n (o L_n^m-álgebras) como álgebras $\langle A, \vee, \wedge, f, D_1, \ldots, D_{n-1}, 0, 1\rangle$ de tipo $(2, 2, 1, 1, \ldots, 1, 0, 0)$ donde el reducto $\langle A, \vee, \wedge,$
$f, 0, 1\rangle$ es un álgebra de Ockham tal que $f^{2m}(x) = x$ y se satisfacen las siguientes condiciones adicionales:

- $D_i(x \wedge \overline{y}) = D_i(x) \wedge D_i(\overline{y})$,
- $D_i x \vee f\, D_i x = 1$, $1 \leq i \leq n-1$,
- $D_i D_j x = D_j x$, $1 \leq i, j \leq n-1$,
- $D_i x = D_i \overline{x}$, $1 \leq i \leq n-1$,
- $D_i \overline{x} = D_i \overline{y}$ para todo i, $1 \leq i \leq n-1$ implica $\overline{x} = \overline{y}$,
- $D_i x \wedge D_j x = D_j x$, $1 \leq i \leq j \leq n-1$,
- $D_i f \overline{x} = f D_{n-i} \overline{x}$, $1 \leq i \leq n-1$,
- $x \vee D_1 x = D_1 x$,
- $(x \wedge fx) \vee y \vee fy = y \vee fy$,

donde con $\overline{x}$ denotamos al elemento $\bigvee_{j=0}^{m-1} f^{2j}(x)$. Estas álgebras son una generalización de las álgebras de Łukasiewicz–Moisil de orden n y un caso particular de las álgebras de Ockham ([1]).

En esta nota, continuando con el estudio iniciado en [3], introducimos las L_n^m-álgebras con un operador adicional. Indicamos una descripción del retículo de las congruencias y mostramos que tienen la propiedad de las congruencias principales definibles ecuacionalmente. Este último resultado nos permitió probar que constituyen una variedad discriminadora.

Referencias

[1] T. Blyth, J. Varlet, Ockham Algebras. Oxford University Press, New York, 1994.

[2] R. Cignoli, Quantifiers on distributive lattices, Discrete Math. 96 (1991), 183–197.

[3] A. V. Figallo, C. Gallardo, A. Ziliani, Weak implication on generalized Łukasiewicz algebras of order n, Bull. Sect. Logic Univ. Lódź 39, 4 (2010), 187–198.

[4] C. Gallardo and A. Ziliani, The $\mathcal{L}_n^m$–propositional calculus Math. Bohemica (en prensa).

[5] J. Vaz De Carvalho and T. Almada, A generalization of the Lukasiewicz algebras, Studia Logica 69 (2001), 329-338.

[6] J. Vaz De Carvalho, On the variety of $m-$generalized Łukasiewicz algebras of order n, Studia Logica 94 (2010), 291–305.

Expositor: **Diego Castaño**
Autores: Diego Castaño.
Lugar: Universidad Nacional del Sur.

Álgebras de implicación de Lukasiewicz débilmente proyectivas

Las álgebras de implicación de Łukasiewicz son los $\{\to, 1\}$-subreductos de las MV-álgebras y constituyen una variedad que denotamos $\mathbb{L}$. Se sabe que las subvariedades propias de $\mathbb{L}$ son aquellas de la forma $\mathbb{L}_n = V(\mathbf{L}_n)$ donde $\mathbf{L}_n$ es el $\{\to, 1\}$-reducto de la MV-cadena de n elementos, $n \geq 1$. Más aún, $\mathbb{L}_1 \subsetneq \mathbb{L}_2 \subsetneq \mathbb{L}_3 \subsetneq \ldots \subsetneq \mathbb{L}_n \subsetneq \ldots \subsetneq \mathbb{L}$.

Probaremos que todas las álgebras finitas de $\mathbb{L}$ son débilmente proyectivas. Más precisamente, probaremos que $\mathbf{Free}_{\mathbb{L}_n}(m)$, el álgebra libre en $\mathbb{L}_n$ con m generadores libres, es un retracto de $\mathbf{Free}_{\mathbb{L}}(m)$, el álgebra libre en $\mathbb{L}$ con m generadores libres. Para esto utilizaremos la caracterización de álgebras libres en términos de funciones de McNaughton dada en [2]. El resultado principal es entonces una consecuencia de esto último y del hecho de que todo cociente de un álgebra de implicación de Lukasiewicz finita es un retracto. Mostraremos además un ejemplo (infinito) de un álgebra no débilmente proyectiva.

Referencias

[1] D. Castaño, Un estudio en subvariedades de reticulados residuados y sus subreductos implicativos, tesis doctoral, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, mayo 2013.

[2] J. P. Díaz Varela, Free Łukasiewicz implication algebras, *Arch. Math. Logic* **47** (1), 25-33, 2008.

Expositor: **López Martinolich, Blanca Fernanda**
Autores: López Martinolich, Blanca Fernanda y Vannicola, María del Carmen.
Lugar: Universidad Nacional del Comahue.

Anillos y ciertas clases de álgebras de Lukasiewicz

En este trabajo se explican varias conexiones entre categorías de anillos y álgebras de Post, destacándose los resultados obtenidos por M. Abad [1], A. Batbedat [2], M. Serfati [5] y S. Rudeanu [4].

En [1] damos un método constructivo para transformar un cuerpo finito $(F(p^k);+,\cdot,F(p))$ en un álgebra de Post k-cíclica de orden p, con p primo y $k \geq 1$, expresando las operaciones del álgebra de Post como términos en el lenguaje de los cuerpos, y de manera recíproca, las operaciones del cuerpo como términos en el lenguaje de las álgebras de Post cíclicas. De esta forma obtenemos una interpretación Φ_1 de la variedad $V(L_{p,k}))$ generada por $L_{p,k}$ en la variedad $V(F(p^k))$ generada por $F(p^k)$ y de una interpretación Φ_2 de $V(F(p^k))$ en $V(L_{p,k}))$ tal que una es la inversa de la otra.

En [3], extendiendo los resultados obtenidos por Rudeanu, probamos que la categoría de los p-anillos y la categoría de las álgebras de Post de orden p, con p primo son equivalentes y damos una interpretación entre ambas.

Los resultados anteriores permiten conjeturar un isomorfismo entre anillos de orden n y álgebras de Lukasiewicz.

Referencias:
[1] M. Abad, J. P. Díaz Varela, B. F. López Martinolich, M. C. Vannicola and M. Zander, *An Equivalence between Varieties of Cyclic Post Algebras and Varieties generated by a Finite Field*, Central European Journal of Mathematics, Vol. 4, december 2006, 547-561.
[2] A. Batbedat, *Anneaux d'ordre n*, Rev. Roum. Math. Pures et Appl., Tome XVI, No. 9., 1971, P. 1306-1311.
[3] B. F. López Martinolich and Vannicola, M. C., *Post Algebras and p-rings*, en etapa de redacción final.
[4] S. Rudeanu, *Post Algebras in 3-rings*, An. St. Univ. Ovidius Constanta, Vol. 15(2), 2007, 83-90.
[5] M. Serfati, *On Postian Algebraic Equations*, Discrete Mathematics 152, 1996, 269-285.

Expositor: **Martín Figallo**
Autores: Marcelo Coniglio y Martín Figallo.
Lugar: UNICAMP-Campinas-Brasil. UNS-Bahía Blanca-Argentina.

Cálculo estilo–Gentzen para TML con eliminación de corte

La clase **TMA** de las álgebras tetravalentes modales fue considerada por primera vez por Antonio Monteiro, y fueron estudiadas principalmente por I. Loureiro, A.V. Figallo, A. Ziliani y P. Landini. Posteriormente, J.M. Font y M. Rius en [2] se interesaron en las lógicas a las que dan lugar los aspectos reticulares de estas álgebras. Estos mismos autores introdujeron un cálculo de secuentes para una de estas lógicas, a saber, $\mathcal{TML}$.

Por otro lado, los hipersecuentes son una generalización natural de los secuentes ordinarios que resultan ser una herramienta muy adecuada para presentar formulaciones estilo Gentzen de diversas lógicas con la muy deseable propiedad de eliminación de corte (cut-elimination property).

En esta comunicación mostraremos que el cálculo de secuentes presentado por Font y Rius en [2] para $\mathcal{TML}$ no tiene la propiedad de eliminación de corte. Formularemos, entonces, un cálculo de hipersecuentes correcto y completo con respecto a $\mathcal{TML}$ que si tiene esta tan deseable propiedad.

Referencias

[1] A. Ciabattoni, G. Metcalfe, and F. Montagna. Adding modalities to MTL and its extensions. *Proceedings of the 26th Linz Symposium.*

[2] J.M. Font, and M. Rius, An abstract algebraic logic approach to tetravalent modal logics. *J. Symbolic Logic* v. 65, n. 2 (2000), 481—518.

[3] M. Coniglio, and M. Figallo, Hilbert-style Presentations of Two Logics Associated to Tetravalent Modal Algebras. Por aparecer en *Studia Logica.*

Expositor: **Calomino, Ismael María**
Autores: Celani, Sergio Arturo - Calomino, Ismael María.
Lugar: Universidad Nacional del Centro, Departamento de Matemáticas - CONICET.

Casi-retículos distributivos modales

Un *casi-retículo distributivo* es un semi-retículo $\langle A, \vee, 1\rangle$ donde todo filtro principal es un retículo distributivo acotado. Ejemplos importantes son las álgebras de Tarski y los retículos distributivos acotados. En este trabajo, basandonos en los resultados obtenidos en [1], introducimos la clase de los *casi-retículos distributivos modales,* o $\Box$-*casi-retículos distributivos*, como álgebras $\langle A, \vee, \Box, 1\rangle$ donde $\langle A, \vee, 1\rangle$ es un casi-retículo distributivo y $\Box$ es un operador unario definido sobre A que satisface las siguientes condiciones:

1. $\Box 1 = 1$,
2. $\Box(a \wedge b) = \Box a \wedge \Box b$ para todo $a, b \in A$ tal que existe $a \wedge b$.

En [2] estudiamos una dualidad topológica para los casi-retículos distributivos. Ahora, extendemos dicha dualidad al caso de los $\Box$-casi-retículos distributivos para lo cual introducimos los $N\Box$-*espacios* como N-espacios dotados de una relación binaria. Probamos que la categoría cuyos objetos son los $\Box$-casi-retículos distributivos y sus flechas son los $\wedge$-semi-homomorfismos que conmutan con el operador $\Box$ es dualmente equivalente a la categoría cuyos objetos son los $N\Box$-espacios y sus flechas son $N_\wedge$-relaciones que conmutan con las relaciones binarias definidas en los $N\Box$-espacios. Por último, aplicamos dicha dualidad para caracterizar los retículos de las congruencias y subálgebras.

Referencias

[1] S. A. Celani, *Modal Tarski algebras.* Reports on Mathematical Logic, 39 (2005), pp. 113-126.

[2] S. A. Celani and I. M. Calomino, *Stone style duality for distributive nearlattices.* Aceptado en Algebra Universalis.

Expositor: **José L. Castiglioni**
Autores: J.L. Castiglioni y H. J. San Martín.
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas, UNLP.

COPRODUCTOS FINITOS DE ÁLGEBRAS DE HEYTING FINITAS CON SUCESOR

Decimos que un álgebra de Heyting, H, es una S-álgebra si es posible definir en H la operación sucesor, introducida por Kusnetsov en [K]; la cual está dada por,

$$S(x) := \min\{y \in H \mid y \to x \leq y\}.$$

La clase de todas las álgbras de Heyting con sucesor es una variedad [CC].

En [CSM], se da una descripción explícita del espacio de Esakia del coproducto de dos álgebras de Gödel finitas en la categoría de las álgbras de Heyting con sucesor, en términos de los espacios de las mismas.

En esta comunicación presentaremos algunos avances realizados y dificultades encontradas en el problema de dar una construcción explícita como la dada en [CSM], para el coproducto de dos algebras no necesariamente prelineales en la categoría de las álgebras de Heyting finitas con sucesor.

Referencias

[CC] Caicedo, X. y Cignoli, R., An algebraic approach to intuitionistic connectives, Journal of Symbolic Logic 66, No.4 (2001), pp. 1620-–1636.

[CSM] Castiglioni, J.L. y San Martín, H.J., *On the variety of Heyting algebras with successor generated by all finite chains*, Reports on Mathematical Logic 45 (2010), pp. 225-–248.

[K] Kusnetsov, A. V., *On the Propositional Calculus of Intuitionistic Provability*, Soviet Math. Dokl. 32 (1985), pp. 18-–21.

Expositor: **José Patricio Díaz Varela**
Autores: Cecilia Cimadamore, José Patricio Díaz Varela.
Lugar: Universidad Nacional del Sur.

HOOPS DE WAJSBERG MONÁDICOS

En este trabajo estudiamos la clase de todos los hoop-subreductos monádicos de las MV-álgebras monádicas, es decir, la clase de todos los $\{\odot, \rightarrow, \forall, 1\}$-subreductos de MV-álgebras monádicas. Primero, probamos que esta clase es una clase ecuacional y damos las identidades que la definen. Luego caracterizamos las congruencias mediante filtros monádicos, así como también los miembros subdirectamente irreducibles. Finalmente, introducimos la noción de *ancho* de hoop de Wajsberg monádico. Decribimos completamente el reticulado de subvariedades de álgebras de ancho k, k finito, y damos también bases ecuacionales para cada subvariedad propia. Estudiamos también algunas otras subvariedades de interés, como subvariedades de ancho infinito y subvariedades cancelativas.

Referencias

[1] C. Cimadamore, Subvariedades de MV-álgebras monádicas y de sus subreductos implicativos monádicos, tesis doctoral, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, noviembre 2011.

[2] Cecilia Rossana Cimadamore, José Patricio Díaz Varela. Monadic MV-algebras I: the lattice of subvarieties. aceptado en *Algebra Universalis*.

[3] Cecilia Cimadamore, José Patricio Díaz Varela. Monadic MV-algebras II: Monadic implicational subreducts. aceptado en *Algebra Universalis*.

[4] Cecilia Cimadamore, José Patricio Díaz Varela. Monadic MV-algebras III: monadic hoop subreducts. enviado.

Expositor: **Miguel Campercholi**
Autores: Miguel Campercholi, Diego Vaggione.
Lugar: FAMAF - UNC.

Interpolación por términos

Sea $\mathcal{L}$ un lenguaje algebraico. Dada una $\mathcal{L}$-álgebra $\mathbf{A}$ y una función $f : A^n \rightarrow A$ diremos que f es *representable* por un término en $\mathbf{A}$ si hay un $\mathcal{L}$-término $t\,(\overline{x})$ tal que $f\,(\overline{a}) = t^{\mathbf{A}}\,(\overline{a})$, para todo $\overline{a} \in A^n$. Dos teoremas clásicos acerca de esta noción son los siguientes.

Teorema [Pixley, 1971] Supongamos $\mathbf{A}$ es finita y tiene un término que respresenta al discriminador. Entonces toda función $f : A^n \rightarrow A$ que preserva isomorfismos entre subálgebras de $\mathbf{A}$ es representable por término en $\mathbf{A}$.

Teorema [Baker y Pixley, 1975] Supongamos $\mathbf{A}$ es finita y tiene un término $m(x, y, z)$ que cumple $m(x, x, y) \approx m(x, y, x) \approx m(y, x, x) \approx x$. Entonces toda función $f : A^n \rightarrow A$ que preserva las subálgebras de $\mathbf{A} \times \mathbf{A}$ es representable por término en $\mathbf{A}$.

Veremos en nuestra comunicación que es posible generalizar estos teoremas a clases de álgebras, y a funciones parciales.

Referencias

[**Pixley, 1971**] *The ternary discriminator function in universal algebra*, Mathematische Annalen 191, pp. 167–180.

[**Baker y Pixley, 1975**] *Polynomial interpolation and the Chinese Remainder Theorem for algebraic systems*, Mathematische Zeitschrift 143, pp. 165–174.

Expositor: **Aldo Victorio Figallo**
Autores: Aldo Victorio Figallo y Alicia Ziliani.
Lugar: Instituto de Ciencias Básicas U.N.San Juan y Departamento de Matemática U.N. del Sur del .

La implicación débil en las álgebras de heyting monádicas

En [8], Monteiro y Varsavsky definieron las álgebras de Heyting monádicas (o MH-álgebras) como una generalización de las álgebras de Boole monádicas ([7]). Desde ese momento, las MH-álgebras han sido generalizadas en varias direcciones. Para más detalles se pueden consultar por ejemplo [3, 4, 5, 6].

Por otra parte, las álgebras de Heyting monádicas han sido estudiadas en profundidad por Bezhanishvili en [1, 2]. En particular, este autor desarrolló una dualidad tipo Priestley para estas álgebras y la utilizó para indicar una descripción de las MH-congruencias.

En este articulo, entre otros resultados, definimos una operación binaria, a la que hemos denominado *implicación débil*, por medio de la prescripción:

$$x \Rightarrow y = \forall x \to y, \tag{37}$$

donde $\to$ es la implicación de Heyting y $\forall$ es el cuantificador universal. Teniendo en cuenta la técnica indicada en [9], esta operación nos ha permitido describir a las MH-congruencias de una manera mucho más sencilla que la establecida por Bezhanishvili.

Además, también hemos obtenido una caracterización diferente de las MH-álgebras semisimples, especificadas, sin demostración en [8].

Vale la pena mencionar que la operación dada en (1) generaliza la *débil implicación* definida por Figallo en [5].

Referencias

[1] G. Bezhanishvili, *Varieties of monadic Heyting algebras. Part I*, Studia Logica 61, 3(1998), 367–402.

[2] G. Bezhanishvili, *Varieties of monadic Heyting algebras. Part II: Duality theory*, Studia Logica 62, (1998), 1–28.

[3] V. Boicescu, A. Filipoiu, G. Georgescu and S. Rudeanu, *Lukasiewicz - Moisil Algebras*, Annals of Discrete Mathematics 49, North - Holland. 1991.

[4] R. Cignoli, *Quantifiers on distributive lattices*, Discrete Math., 96(1991), 183–197.

[5] A. V. Figallo. Algebras de Tarski monádicas. Facultad de Filosofía Humanidades y Artes, UNSJ, 1983, 1–21.

[6] A.V. Figallo, I. Pascual and A. Ziliani, *Monadic distributive lattices*, Logic Jnl IGPL, 15(2007), 535–551.

[7] P. R. Halmos, *Algebraic Logic I. Monadic Boolean Algebras*, Compositio Math. 12 (1955), 217–249.

[8] A. Monteiro and O. Varsavsky, *Algebras de Heyting monádicas*, Actas de las X Jornadas de la Unión Matemática Argentina, Bahía Blanca, (1957), 52–62.

[9] A. Monteiro, *Sur les algèbres de Heyting Simetriques*, Portugaliae Math., 39, 1–4(1980), 1–237.

Expositor: **Ariel Arbiser**
Autores: Ariel Arbiser.
Lugar: Dpto. de Computación, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires.

Lambda cálculo con patrones y matching explícito

Damos un algoritmo que, dado un conjunto finito de combinadores de la lógica combinatoria (presentados con reglas de reescritura) que suponemos que permite expresar el combinador identidad, determina un conjunto de reglas de *matching* explícito con el objeto de extender dicho cálculo a combinadores con patrones, resultando en un *sistema de reescritura de términos* de primer orden, que simulará distintos fragmentos del cálculo lambda con patrones, preservando la linealidad a izquierda (i.e. la no repetición de variables) y la ausencia de pares críticos, garantizando así la confluencia del sistema resultante. Para el caso de los combinadores S y K (de Curry) con las dos reglas clásicas $Kxy \to x$ y $Sxyz \to xz(yz)$, el resultado es el sistema dado por la sintaxis

$$M_1, M_2, P ::= \star \mid\ x \mid\ K \mid\ S \mid\ k(P) \mid\ s(P) \mid\ m(P) \mid \Pi^1 \mid \Pi^2 \mid M_1 M_2 \mid M_1 \sim M_2$$

(x denota una variable de un conjunto numerable de éstas), y las siguientes reglas que se agregan a las dos clásicas:

Introducción del operador de *matching*:

$k(p)xy \to m(p)yKxy$ $\quad$ $s(p)xyz \to m(p)zSxyz$

Proyección:

$\Pi^1(k(x)y) \to Kx$ $\quad$ $\Pi^2(k(x)y) \to y$

$\Pi^1(s(x)y) \to s(x)$ $\quad$ $\Pi^2(s(x)y) \to y$

$\Pi^1(s(x)yz) \to s(x)y$ $\quad$ $\Pi^2(s(x)yz) \to z$

Validación del *matching*:

$m(\star)x \to I$

$m(\Pi^1)\Pi^1 \to I$ $\quad$ $m(\Pi^2)\Pi^2 \to I$

$m(k(p))k(x) \to p\sim x$ $\quad$ $m(k(p)q)k(x)y) \to (p\sim x)(m(q)y)$

$m(s(p))s(x) \to p\sim x$ $\quad$ $m(s(p)q)(s(x)y) \to (p\sim x)(m(q)y)$

$m(s(p)qr)(s(x)yz) \to (p\sim x)(m(q)y)(m(r)z)$

Igualdad de patrones:

$\star\sim\star \to I$

$\Pi^1\sim\Pi^1 \to I$ $\quad$ $\Pi^2\sim\Pi^2 \to I$

$k(p)\sim k(x) \to p\sim x$ $\quad$ $(k(p)q)\sim(k(x)y) \to (p\sim x)(q\sim y)$

$s(p)\sim s(x) \to p\sim x$ $\quad$ $(s(p)q)\sim(s(x)y) \to (p\sim x)(q\sim y)$

$(s(p)qr)\sim(s(x)yz) \to (p\sim x)(q\sim y)(r\sim z)$

donde I denota el combinador identidad SKK. Para este caso particular probamos la simulación del sistema CLp de lógica combinatoria cuando los patrones satisfacen ciertas condiciones de rigidez, así como del cálculo con patrones λP restringido también a ciertas condiciones de sus patrones. También damos definiciones alternativas y analizamos el uso de constructores de primer orden. Probamos que vale en general la normalización fuerte (i.e. imposibilidad de cadenas infinitas de reducción) para el conjunto de reglas de proyección, validación e igualdad.

Expositor: **Aldo Figallo Orellano**
Autores: Aldo Figallo Orellano and Alicia Ziliani.
Lugar: Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur.

MV-álgebras con dos cuantificadores que conmutan

En este paper se presentan y estudian MV-álgebras con dos cuantificadores que conmutan como una generalización natural de las *álgebras cilíndricas de dimensión dos sin elementos diagonales* introducida en por Henkin, Monk and Tarski (ver [4, 2]). El tratamiento de estas está dado en términos de implicación y negación, lo que permite simplificar los resultados establecidos por Di Nola y Grigolia, en [1, L], en cuanto se refiere a la caracterización de los cuantificadores por medio de subálgebras *relativamente* completas especiales.

Por otra parte, se presenta una dualidad topológica con la cual se caracterizan las congruencias via cerrados especiales, no sin antes hacer lo propio en las MV-álegbras. Finalmente, se estudia la variedad generada por cadenas de longitud $n + 1$ ($n < \omega$), en el que a partir del álgebra funcional especial se determinan las algebras simples (subdirectamente irreducibles) finitas de dicha variedad.

Referencias

[1] L. P. Belluce, R. Grigolia and A. Lettieri, *Representations of monadic MV-algebras*, Studia Logica 81 (2005), no. 1, 123–144.

[2] N. Bezhanishvili. *Varieties of two-dimensional cylindric algebras. Part I: Diagonal-free case.* Algebra universalis, 48, 1 (2002), 11 - 42.

[3] A. Di Nola and R. Grigolia, *On monadic MV-algebras*, Ann. Pure Appl. Logic 128 (2004), no. 1-3, 125–139.

[4] L. Henkin, D. Monk and A. Tarski,*Cylindric Algebras.* Parts I & II, North-Holland, 1971 & 1985.

[5] M. Lattanzi, *Algebras de Wajsberg* $(n+1)$*-acotadas con operadores adicionales*, Ph.D. Thesis, Universidad Nacional del Sur, 2000.

Expositor: **Hernán Javier San Martín**
Autores: Hernán Javier San Martín.
Lugar: Universidad Nacional de La Plata - Conicet.

OPERADORES COMPATIBLES EN RETÍCULOS RESIDUADOS CONMUTATIVOS DÉBILES

Sea $\mathbf{A}$ un álgebra con universo A. Sean $a, b \in A$ y $\theta(a, b)$ la congruencia generada por el par (a, b). Si $f : A \to A$ es una función, f es compatible si y sólo si para cada $a, b \in A$, $(f(a), f(b)) \in \theta(a, b)$. A partir de la observación previa es posible dar una descripción para las funciones compatibles n-arias en términos de las congruencias principales. Estudiando las congruencias principales se pueden determinar condiciones necesarias y suficientes para que una función resulte compatible.

En este trabajo introducimos la variedad de *retículos residuados conmutativos débiles*, la cual contiene a la variedad de retículos residuados conmutativos y a la variedad de RWH- ' algebras. En particular se estudian funciones compatibles en la variedad de retículos residuados conmutativos débiles. De este modo se generalizan resultados conocidos en la variedad de retículos residuados conmutativos ([1], [3]), y se estudia el caso particular de RWH-álgebras ([2]).

Referencias

[1] Castiglioni J.L., Menni M. and Sagastume M., *Compatible operations on commutative residuated lattices*, JANCL 18, 413–425, 2008.
[2] Celani S.A. and Jansana R., *Bounded distributive lattices with strict implication*, Mathematical Logic Quarterly 51, 219–246, 2005.
[3] Hart J., Raftery L. and Tsinakis C., *The structure of commutative residuated lattices*, Internat. J. Algebra Comput. 12, 509–524, 2002.

Expositor: **Sergio Celani**
Autores: Sergio Celani y Ramón Jansana.
Lugar: CONICET-Departamento de Matemáticas. Facultad de Ciencias Exactas. UNICEN.

Representación de álgebras de Hilbert por sistemas deductivos optimales y algunas aplicaciones

Las nociones de sistema deductivo irreducible (o primo) e ideal de orden son bien conocidas en álgebras de Hilbert. En el artículo [3] se generalizaron es nociones y se definieron la noción de ideal fuerte de Frink y de sistema deductivo óptimal. Estas generalizaciones son motivados por las nociones de ideales de Frink y filtros optimales estudiadas en [1] y [2] en el contexto de los semiretículos distributivos y de los semiretículos implicativos. La noción de ideal fuerte de Frink y de sistema deductivo óptimal se utiliza para dar una construcción simplificada de la de extensión implicativa libre de un álgebra de Hilbert, estudiada inicialmente por Porta en [4].

Si $\mathrm{Opt}A$ es el conjunto de todos los de sistemas deductivos óptimales de un álgebra de Hilbert A y $\mathcal{P}_c(\mathrm{Opt}A)$ es el conjunto ordenado por inclusión de todos los subconjuntos crecientes de $\mathrm{Opt}A$, entonces $\langle \mathcal{P}_c(\mathrm{Opt}A), \Rightarrow, \mathrm{Opt}A\rangle$ es un álgebra de Hilbert, donde la implicación $\Rightarrow$ es la implicación intuicionista definida por $U \Rightarrow V = \{x \in \mathrm{Opt}A : [x) \cap U \subseteq V\}$. La función $\varphi : A \to \mathcal{P}_c(\mathrm{Opt}A)$ dada por $\varphi(a) = \{x \in \mathrm{Opt}A : a \in x\}$ es inyectiva y además satisface la identidad $\varphi(a \to b) = \varphi(a) \Rightarrow \varphi(b)$, para todo $a, b \in A$. Es decir, φ es un homomorfismo inyectivo de álgebras de Hilbert. Este nuevo teorema de representación para las álgebras de Hilbert tiene importantes implicaciones. En esta comunicación vamos a discutir y caracterizar algunas nuevas nociones de morfismos entre álgebras de Hilbert y vamos a dar la caracterización de la extensión implicativa libre de un álgebra de Hilbert utilizando el teorema de representación anterior, pero aplicado a familas separadoras de sistemas deductivos optimales. Finalmente, vamos a presentar una representación topológica tipo Priestley para las álgebras de Hilbert utilizando su extensión implicativa libre y la representación topológica desarrollada por Guram Bezhanishvili y Ramón Jansana en [2].

Referencias

[1] Bezhanishvili, G., Jansana, R. Priestley duality for distributive meet-semilattices, Studia Logica, special issue "Algebras Related to Non-classical Logics", 98 (2011) pp. 83-123.

[2] Bezhanishvili, G., Jansana, R. Esakia style duality for implicative semilattices, Applied Categorical Structures. To appear. First online DOI 10.1007/s10485-011-9265-0.

[3] Sergio A. Celani and Ramon Jansana,On the Free implicative semilattice extension of a Hilbert algebra, Mathematical Logic Quarterly, Volume 58, Issue 3, pages 188–207, May 2012.,

[4] Porta, H. Sur quelques algèbres de la logique Portugal. Math. 40 (1981) 41–77.

Expositor: **Sergio A. Celani**
Autores: Sergio A. Celani y Ramón Jansana.
Lugar: CONICET y Departamento de Matemáticas. Facultad de Ciencias Exactas. UNICEN.

Representación de álgebras de Hilbert por sistemas deductivos optimales y algunas aplicaciones

Las nociones de sistema deductivo irreducible (o primo) e ideal de orden son bien conocidas en álgebras de Hilbert. En el artículo [3] se generalizaron es nociones y se definieron la noción de ideal fuerte de Frink y de sistema deductivo óptimal. Estas generalizaciones son motivados por las nociones de ideales de Frink y filtros optimales estudiadas en [1] y [2] en el contexto de los semiretículos distributivos y de los semiretículos implicativos. La noción de ideal fuerte de Frink y de sistema deductivo óptimal se utiliza para dar una construcción simplificada de la de extensión implicativa libre de un álgebra de Hilbert, estudiada inicialmente por Porta en [4].

Si $\mathrm{Opt}A$ es el conjunto de todos los de sistemas deductivos óptimales de un álgebra de Hilbert A y $\mathcal{P}_c(\mathrm{Opt}A)$ es el conjunto ordenado por inclusión de todos los subconjuntos crecientes de $\mathrm{Opt}A$, entonces $\langle \mathcal{P}_c(\mathrm{Opt}A), \Rightarrow, \mathrm{Opt}A\rangle$ es un álgebra de Hilbert, donde la implicación $\Rightarrow$ es la implicación intuicionista definida por $U \Rightarrow V = \{x \in \mathrm{Opt}A : [x) \cap U \subseteq V\}$. La función $\varphi : A \to \mathcal{P}_c(\mathrm{Opt}A)$ dada por $\varphi(a) = \{x \in \mathrm{Opt}A : a \in x\}$ es inyectiva y además satisface la identidad $\varphi(a \to b) = \varphi(a) \Rightarrow \varphi(b)$, para todo $a, b \in A$. Es decir, φ es un homomorfismo inyectivo de álgebras de Hilbert. Este nuevo teorema de representación para las álgebras de Hilbert tiene importantes implicaciones. En esta comunicación vamos a discutir y caracterizar algunas nuevas nociones de morfismos entre álgebras de Hilbert y vamos a dar la caracterización de la extensión implicativa libre de un álgebra de Hilbert utilizando el teorema de representación anterior, pero aplicado a familas separadoras de sistemas deductivos optimales. Finalmente, vamos a presentar una representación topológica tipo Priestley para las álgebras de Hilbert utilizando su extensión implicativa libre y la representación topológica desarrollada por Guram Bezhanishvili y Ramón Jansana en [2].

Referencias

[1] Bezhanishvili, G., Jansana, R. Priestley duality for distributive meet-semilattices, Studia Logica, special issue "Algebras Related to Non-classical Logics", 98 (2011) pp. 83-123.

[2] Bezhanishvili, G., Jansana, R. Esakia style duality for implicative semilattices, Applied Categorical Structures. To appear. First online DOI 10.1007/s10485-011-9265-0.

[3] Sergio A. Celani and Ramon Jansana,On the Free implicative semilattice extension of a Hilbert algebra, Mathematical Logic Quarterly, Volume 58, Issue 3, pages 188–207, May 2012.,

[4] Porta, H. Sur quelques algèbres de la logique Portugal. Math. 40 (1981) 41–77.

Expositor: **William Javier Zuluaga Botero**
Autores: William Javier Zuluaga Botero.
Lugar: Universidad Nacional de La Plata.

Representación por haces de rigs residuados.

Un *rig* es un álgebra $\mathbf{A} = (A, +, *, 0, 1)$ de tipo (2,2,0,0) tal que $(A, +, 0)$ es un monoide conmutativo, $(A, *, 1)$ es un monoide, $*$ distribuye a izquierda en $+$, y 0 es absorbente a derecha (ver [L]). Diremos que el rig $\mathbf{A}$ es conmutativo, si lo es el monoide $(A, *, 1)$, que es integral si se satisface la ecuación $x + 1 = 1$ y aditivamente idempotente si se satisface $x + x = x$. Observar que todo semiretículo acotado es un rig conmutativo, integral y aditivamente idempotente. Escribamos RCI para indicar la variedad de los rigs conmutativos, integrales y aditivamente idempotentes; diremos que un álgebra en RCI es residuada si la operación $*$ tiene residuo. Escribamos RRCI para indicar la variedad de los RCIs residuados.

La presente comunicación hace parte de un trabajo en progreso. En la misma se caracterizarán las congruencias, ya sea en RCI o en RRCI y se describirá la localización de un álgebra en alguna de estas variedades en un elemento del centro booleano de la misma. Además se dará a conocer la representación de Pierce [J] de un RCI o un RRCI por un haz de elementos indescomponibles en la respectiva categoría.

Referencias:

[*L*] Lawvere, F. W., Theory and Applications of Categories, Vol. 20, No. 14, 2008, pp. 497 – 503
[*J*] Johnstone, P. T., Stone Spaces. Cambridge University Press, 1982.

Expositor: **Manuela Busaniche**
Autores: Manuela Busaniche.
Lugar: Instituto de Matemática Aplicada del Litoral- FIQ, CONICET-UNL. .

Retículos residuados conmutativos representados por twist-products.

Este trabajo está basado en resultados conjuntos con el Dr. Roberto Cignoli. En esta charla estudiaremos un caso particular de retículos residuados con una involución natural. Un *retículo residuado conmutativo* es un álgebra $\mathbf{A} = (A, \vee, \wedge, *, \rightarrow, e)$ de tipo $(2, 2, 2, 2, 0)$ tal que $(A, \vee, \wedge)$ es un retículo, $(A, *, e)$ es un monoide conmutativo y se satisface la siguiente ley de residuación:

$$x * y \leq z \text{ si y sólo si } x \leq y \rightarrow z, \tag{38}$$

donde $x, y, z \in A$ y $\leq$ es el orden dado por la estructura de retículo.

Un retículo residuado conmutativo se llamará *e-involutivo* (*e-retículo*) si satisface:

$$(x \rightarrow e) \rightarrow e = x. \tag{39}$$

Por ejemplo, los grupos conmutativos reticulados son e-retículos.
Sea $\mathbf{L} = (L, \vee, \wedge, *, \rightarrow, e)$ un retículo residuado conmutativo e integral. Luego $\mathbf{K}(\mathbf{L}) = (L \times L, \cup, \cap, \cdot, \rightarrow, (e, e))$ con las operaciones $\cup, \cap, \cdot, \rightarrow$ dadas por

$$(a, b) \cup (c, d) = (a \vee c, b \wedge d) \tag{40}$$

$$(a, b) \cap (c, d) = (a \wedge c, b \vee d) \tag{41}$$

$$(a, b) \cdot (c, d) = (a * c, (a \rightarrow d) \wedge (c \rightarrow b)) \tag{42}$$

$$(a, b) \rightarrow (c, d) = ((a \rightarrow c) \wedge (d \rightarrow b), a * d) \tag{43}$$

es un e-retículo que llamamos *full twist-product* obtenido a partir de $\mathbf{L}$. Toda subálgebra $\mathbf{A}$ de $\mathbf{K}(\mathbf{L})$ que contenga el conjunto $\{(a, e) : a \in L\}$ se llama *twist-product* obtenido a partir de $\mathbf{L}$.

En esta presentación investigaremos la clase de retículos residuados que pueden representarse por twist-products. Probaremos que forman una variedad propia de la variedad de e-retículos y veremos algunas propiedades de los elementos de esta clase.

Expositor: **Laura Alicia Rueda**
Autores: Juan Manuel Cornejo y Laura Alicia Rueda.
Lugar: Instituto y Departamento de Matemática - Universidad Nacional del Sur.

Sobre IMT4-Álgebras

Una $IMTn$-álgebra, $n \in \omega$, es un reticulado residuado $\langle A, \wedge, \vee, *, \to, \perp, \top \rangle$ que satisface la condición de linealidad, la negación $\neg x := x \to \perp$ es involutiva y además verifica la identidad $\neg x^n \vee x \approx \top$.

La variedad $\mathbb{IMT}3$ fue estudiada en detalle por J. Gispert y A. Torrens en [1]. Los autores caracterizan las $IMT3$-cadenas, determinan el reticulado de todas sus subvariedades, encuentran una base ecuacional y obtienen un conjunto finito de generadores para cada una de ellas.

En este trabajo, estudiamos la variedad $\mathbb{IMT}4$. Con el objetivo de describir el reticulado de subvariedades de $\mathbb{IMT}4$ caracterizamos todas las cadenas y, para ello, establecemos una biyección entre el conjunto de cadenas finitas con $2k+1$ elementos y el conjunto de cadenas con $2k+2$ elementos. Además analizamos distintas subvariedades de $\mathbb{IMT}4$. Como por ejemplo, investigamos la clase $\mathbb{CIMT}4$, generada por las cadenas en las que el producto está definido como en las $IMT3$-cadenas para todos los elementos, menos para el 1 ($1 \prec \top$), donde $1 * 1 \succ \neg 1$ (razón por la cual las denominamos "casi "$IMT3$-álgebras). También caracterizamos las cadenas de la subvariedad que satisfacen la ecuación $\neg x^2 \vee (\neg x^2 \to x^2) \approx \top$, determinamos el reticulado de todas las subvariedades de esta clase algebraica y damos una base ecuacional para cada una de ellas.

Referencias

[1] J. Gispert and A. Torrens, *Axiomatic Extensions of IMT3 Logic*, Studia Logica 81(2005), 311-324.

Expositor: **Mauricio Martel**
Autores: Mauricio Martel.
Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto.

Sobre la indecidibilidad de lógicas que modifican el modelo

Podemos decir que la Lógica (sea proposicional o de primer orden, clásica o no clásica) es la herramienta matemática por excelencia para describir una estructura. Las lógicas modales, por ejemplo, son herramientas interesantes para describir grafos: ofrecen un buen balance entre expresividad y complejidad computacional. Pero si queremos describir la forma en que una estructura puede ser *modificada* (por ejemplo, para caracterizar *aspectos dinámicos* de una cierta situación) no está claro que lógica es más conveniente.

En [1] se introduce una familia de lógicas modales que pueden *modificar* el modelo. Sea $\mathcal{M} = \langle W, R, V \rangle$ un modelo, donde W es un conjunto no vacío de elementos (el dominio), $R \subseteq W \times W$ es la relación de accesibilidad, y $V(p) \subseteq W$ es una valuación para cada símbolo proposicional p. Entonces, se extiende la lógica modal básica con nuevos operadores: ***s**wap*, *local **s**abotage* y ***br**idge*, que pueden intercambiar, borrar o agregar una arista en el modelo, respectivamente. Sea φ una fórmula, la semántica de estos operadores es la siguiente:

$$\begin{array}{lll}
\mathcal{M}, w \models \langle sw \rangle \varphi & \text{sii} & \exists v \in W : wRv, \langle W, (R \backslash \{(w,v)\}) \cup \{(v,w)\}, V \rangle, v \models \varphi \\
\mathcal{M}, w \models \langle ls \rangle \varphi & \text{sii} & \exists v \in W : wRv, \langle W, R \backslash \{(w,v)\}, V \rangle, v \models \varphi \\
\mathcal{M}, w \models \langle br \rangle \varphi & \text{sii} & \exists v \in W : \neg wRv, \langle W, R \cup \{(w,v)\}, V \rangle, v \models \varphi.
\end{array}$$

Estas lógicas no tienen la *tree model property* que requiere que toda fórmula satisfacible puede ser satisfecha en la raíz de un modelo donde la relación de accesibilidad define un árbol. Las siguientes fórmulas violan la tree model property cuando son verdaderas en un elemento w:

1. $\Diamond\Diamond\top \ \wedge \ [ls]\Box\bot$ entonces w es reflexivo;
2. $\Box\bot \wedge \langle br \rangle \Box\bot$ entonces existe un elemento v tal que w v están desconectados;
3. $p \wedge (\bigwedge_{1 \leq i \leq 3} \Box^i \neg p) \wedge \langle sw \rangle \Diamond\Diamond p$ entonces w tiene un sucesor reflexivo.

En cada caso, la fórmula no se puede satisfacer en un modelo con forma de árbol. Estos resultados nos advierten acerca la expresividad de estas lógicas, las cuales son mucho más expresivas que la lógica modal básica (el problema de *model checking* es PSpace-completo, mientras que para la lógica modal básica es solo polinomial). En esta charla presentaré algunos resultados caracterizando su complejidad y poder expresivo, mostrando que es posible forzar modelos infinitos. Siguiendo las técnicas de [2] finalmente mostraré que el problema de satisfacibilidad para estas lógicas es *indecidible*.

Referencias

[1] C. Areces, R. Fervari, and G. Hoffmann. Moving arrows and four model checking results. In *Proceedings of WoLLIC 2012*, Buenos Aires, Argentina, September 2012.

[2] C. Areces, R. Fervari, and G. Hoffmann. Swap Logic. *Logic Journal of the IGPL*, 2013.

Expositor: **Gustavo Pelaitay**
Autores: Aldo V. Figallo, Gustavo Pelaitay.
Lugar: Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan.

Un teorema de representación para las LMnxm–álgebras temporales

En [2], Figallo y Sanza introdujeron las álgebras de Łukasiewicz–Moisil $n \times m$–valuadas (o para abreviar $\mathrm{LM}_{n\times m}$–álgebras). Estas álgebras, son un caso particular de las álgebras de Łukasiewicz matriciales ([5]) y una generalización de las álgebras de las álgebras de Łukasiewicz–Moisil n–valuadas.
Por otra parte, en [4], nosotros hemos considerado a las $\mathrm{LM}_{n\times m}$–álgebras con operadores adicionales que hemos llamado *temporales*. Más precisamente, una $\mathrm{LM}_{n\times m}$–álgebra con operadores temporales (o $\mathrm{LM}_{n\times m}$–álgebra temporal) es un álgebra $(\mathcal{L}, G, H)$, tal que el reducto $\mathcal{L} = \langle L, \vee, \wedge, \sim, \{\sigma_{ij}\}_{(i,j)\in n\times m}, 0, 1\rangle$ es un $\mathrm{LM}_{n\times m}$–álgebra y G, H son operadores unarios sobre L que satisfacen las ecuaciones:

$G(1) = 1$, $H(1) = 1$, $G(x \wedge y) = G(x \wedge y)$, $H(x \wedge y) = H(x) \wedge H(y)$, $G(\sigma_{ij}(x)) = \sigma_{ij}(G(x))$, $H(\sigma_{ij}(x)) = \sigma_{ij}(H(x))$ para todo $(i,j) \in (n \times m)$, $x \leq GP(x)$, $x \leq HF(x)$, donde $F(x) = \sim G(\sim x)$ y $P(x) = \sim H(\sim x)$.

Estas álgebras constituyen una generalización de las álgebras de Łukasiewicz–Moisil n–valuadas temporales ([1]) y una ampliación de las álgebras de De Morgan temporales ([3]).
Entonces, el resultado principal de este trabajo está indicado en el siguiente:

Teorema. *Para cada $LM_{n\times m}$–álgebra temporal $(\mathcal{L}, G, H)$ existe un marco (X, R) y un morfismo inyectivo $\alpha : (\mathcal{L}, G, H) \to ((\{0,1\} \uparrow^{(n\times m)})^X, G_R, H_R)$ de $LM_{n\times m}$–álgebra temporales.*

Además, como corolario del teorema anterior, mostramos que para $m = 2$ obtenemos el teorema de representación dado por Georgescu y Diaconescu en [1] para las Łukasiewicz–Moisil n–valuadas temporales.

Referencias

[1] D. Diaconescu and G. Georgescu, *Tense operators on MV-algebras and Łukasiewicz-Moisil algebras*, Fund. Inform. 81 (2007), 4, 379–408.

[2] A.V. Figallo y C. Sanza, *Algebras de Łukasiewicz matriciales $n \times m$–valuadas con negación*, Noticiero de la Unión Matemática Argentina 2000, 93.

[3] A.V. Figallo and G. Pelaitay, *Tense Operators on De Morgan Algebras*, to appear in L. J. of the IGPL.

[4] A.V. Figallo y G. Pelaitay, *Operadores temporales sobre álgebras de Łukasiewicz–Moisil $n\times m$–valuadas*, Actas del XII Congreso Dr. Antonio Monteiro, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina, (2013), 31–32.

[5] W. Suchoń, *Matrix Łukasiewicz Algebras*, Rep. on Math. Logic, Vol. 4, (1975), 91-104.

Expositor: **Luciano González**
Autores: Luciano González, Sergio Celani y Ramon Jansana.
Lugar: Universidad Nacional de La Pampa.

Una dualidad topológica para conjuntos parcialmente ordenados

En esta comunicación presentaremos una dualidad topológica para conjuntos parcialmente ordenados (posets). Un concepto fundamental a tener en cuenta en esta dualidad es la de orden-filtro sobre un poset. Dado un conjunto parcialmente ordenado P, un subconjunto no vacío F de P es llamado *orden-filtro* si (1) dados $a, b \in P$ tal que $a \leq b$ y $a \in F$ entonces, $b \in F$ (a esta clase de subconjuntos se la denomina conjuntos crecientes); (2) si $a, b \in F$ entonces, existe un elemento $c \in F$ tal que $c \leq a$ y $c \leq b$. $Fi(P)$ denota la familia de todos los orden-filtros de P.

Consideramos la categoría $\mathcal{C}$ cuyos objetos son los conjuntos parcialmente ordenados y los morfismos son las funciones crecientes entre posets tales que la imagen inversa de todo orden-filtro es un orden-filtro.

Dado un espacio topológico $\langle X, \mathcal{T} \rangle$, un subconjunto F de X se dice *filtro* si satisface las condiciones (1) y (2) anteriores con respeto al cuasi-orden especialización del espacio X, el cual denotamos por $\sqsubseteq$. $KOF(X)$ denota la familia de todos los filtros abiertos compactos del espacio X. Diremos que un espacio topológico $\langle X, \mathcal{T} \rangle$ es un P-*espacio* si se cumple las siguientes condiciones:

1. X es un espacio sober;
2. $KOF(X)$ forman una base del espacio X.

Dados dos P-espacios X e Y, diremos que una función $f : X \to Y$ es F-*continua* si para cada $U \in KOF(Y)$, $f^{-1}(U) \in KOF(X)$. También, decimos que f^{-1} preserva filtros abiertos compactos. Denotaremos por $\mathcal{D}$ la categoría cuyos objetos son los P-espacio y cuyo morfismos son las funciones F-continuas entre P-espacios.

Dado un poset P, su P-espacio dual es $\langle Fi(P), \mathcal{T} \rangle$ donde $\mathcal{T}$ es la topología Scott del poset $\langle Fi(P), \subseteq \rangle$. Ahora, dado un P-espacio X, el conjunto parcialmente ordenado asociado a él es $KOF(X)$.

Una aplicación de la equivalencia dual entre posets y P-espacios antes descrita es la de proveer una construcción topologica de las extensiones canónicas de conjuntos parcialmente ordenados. Además, también dicha dualidad es útil para caracterizar topologicamente las funciones n-arias sobre posets que en cada argumento son crecientes o decrecientes.

Expositor: **Muñoz Santis, Marcela**
Autores: Muñoz Santis, Marcela - Castaño, Valeria.
Lugar: Universidad Nacional del Comahue.

Una nota sobre subvariedades de las álgebras de Kleene pseudocomplementadas

En 1981, Romanowska en su trabajo [7] inició el estudio de la variedad de la álgebras de De Morgan pseudocomplementadas a través de la caracterización de sus miembros subdirectamente irreducibles finitos. En 1986, Sankappanavar en su trabajo [6] comenzó el estudio de una variedad más amplia: la variedad de las álgebras pseudocomplementadas de Ockham. En particular caracterizó las álgebras subdirectamente irreducibles, no regulares, de las álgebras pseudocomplementadas de De Morgan extendiendo los resultados de Romanowska.

En este trabajo se estudian las álgebras subdirectamente irreducibles en la variedad $\mathcal{PCDM}$ de las álgebras pseudocomplementadas de De Morgan a través de sus p-espacios de De Morgan. Se introduce la noción de *Body* de un álgebra $L \in \mathcal{PCDM}$ y se determina el $Body(L)$ cuando L es subdirectamente irreducible, directamente indescomponible o simple.

En particular también se estudian las álgebras pseudocomplementadas de Kleene y se define la subvariedad $\mathcal{B}$ de estas álgebras determinadas por la ecuación

$$x^* \leq C(y) \wedge T(x)^*$$

donde $C(x) = (x \wedge x') \vee (x \wedge x')^*$ y $T(x) = C(x) \wedge C(x)'$, de particular interés ya que sus álgebras subdirectamente irreducibles son suma ordinal de álgebras de Boole. Además, se encuentran bases ecuacionales para las subvariedades supremo irreducibles, una de las cuales es la variedad semisimple de las álgebras de Kleene pseudocomplementadas.

Referencias

[1] R. Balbes and P. Dwinger, *Distributive Lattices*, University of Missouri Press; Columbia, MO; (1974).

[2] B. A. Davey, *Subdirectly irreducible distributive double p-algebras*, Algebra Universalis 8, No. 1 (1978), 73–88.

[3] B. A. Davey, *On the lattice of subvarieties* Houston J. Math. 5(1979), 183-192.

[4] H. P. Sankappanavar, *Pseudocomplemented Okham and De Morgan Algebras*, Zeitschr. f. math. Logik und Grundlagen d. Math., Bd. 32 (1986), 385-394.

[5] H. A. Priestley, *Representation of Distributive Lattices by Means of Ordered Stone Spaces*, Bull. London Math. Soc. 2 (1970), 186-190.

[6] H. A. Priestley, *Ordered Sets and Duality for Distributive Lattices*, Ann. Discrete Math. 23 (1984) 39-60.

[7] A. Romanowska, *Subdirectly irreducible pseudocomplemented De Morgan algebras*, Algebra Universalis **12** (1981), 70-75.

Expositor: **Castaño, Valeria**
Autores: Castaño, Valeria - Muñoz Santis, Marcela.
Lugar: Universidad Nacional del Comahue.

VARIEDAD SEMISIMPLE DE LAS ÁLGEBRAS DE KLEENE PSEUDOCOMPLEMENTADAS

En este trabajo se estudian las álgebras pseudocomplementadas de Kleene, las cuales forman una subvariedad de las álgebras de De Morgan pseudocomplementadas. Estas últimas fueron estudiadas inicialamente por Romanowska en su trabajo [7] a través de la caracterización de sus miembros subdirectamente irreducibles finitos. Sankappanavar extendió este estudio en su trabajo [6] caracterizando las álgebras subdirectamente irreducibles, no regulares, de las álgebras pseudocomplementadas de De Morgan.

Las álgebras de Kleene pseudocomplementadas semisimples ($\mathcal{SPK}$) son aquellas cuyos miembros subdirectamente irreducibles son de la forma $B \oplus B$, donde B es un álgebra de Boole. Se prueba que ésta es una variedad con discriminador y se determina el álgebra libre con una cantidad finita de generadores libres dando una descripción completa de cada uno de sus factores y su cardinalidad. Finalmente, se determina el reticulado de subcuasivariedades de la variedad $\mathcal{SPK}$ junto con una base de cuasi-identidades para cada cuasivariedad.

Referencias

[1] M. Abad, J. P. Diaz Varela, *Varieties and Quasivarieties of Monadic Tarski Algebras*, Scientiae Mathematicae Japonicae Online. Vol. 6, (2002), 451-464.

[2] R. Balbes and P. Dwinger, *Distributive Lattices*, University of Missouri Press; Columbia, MO; (1974).

[3] B. A. Davey, *Subdirectly irreducible distributive double p-algebras*, Algebra Universalis 8, No. 1 (1978), 73–88.

[4] B. A. Davey, *On the lattice of subvarieties* Houston J. Math. 5(1979), 183-192.

[5] L. Monteiro, *Algèbres de Boole monadiques libres* Algebra Universalis 8, (1978), 374-380.

[6] H. P. Sankappanavar, *Pseudocomplemented Okham and De Morgan Algebras*, Zeitschr. f. math. Logik und Grundlagen d. Math., Bd. 32 (1986), 385-394.

[7] A. Romanowska, *Subdirectly irreducible pseudocomplemented De Morgan algebras*, Algebra Universalis **12** (1981), 70-75.

11. Matemática discreta. Optimización

Expositor: **V. Leoni**
Autores: G. Argiroffo, V. Leoni, P. Torres.
Lugar: FCEIA-UNR y CONICET.

El problema de k-dominación para grafos con clique-width acotado por una constante

Debido a la gran variedad de aplicaciones del problema de dominación en grafos, se han definido y estudiado numerosas variaciones del mismo. En este trabajo nos centramos en dos variaciones del problema, que pueden formularse como sigue: sean $G = (V, E)$ un grafo y $k \in \mathbb{Z}_+$ y $b_i = k$ para cada $i \in \{1, \ldots, |V|\}$. Si $A = \{0, 1\}$, f es una *función de k-dominación* y $W(G) = \sum_{i \in V} f(i)$ es el *número de k-dominación* de G [5]. Si $A = \{0, 1, \ldots, k\}$, f es una *función de* $\{k\}$*-dominación* y $W(G)$ es el *número de* $\{k\}$*-dominación* de G [2].

Estas definiciones inducen el estudio de los siguientes problemas de decisión:

FUNCION DE k-DOMINACION (k-DOM)
Instancia: $G = (V, E)$, $j \in \mathbb{N}$
Pregunta: ¿Tiene G una función de k-dominación f con $W(f) \leq j$?

FUNCION DE $\{k\}$-DOMINACION ($\{k\}$-DOM)
Instancia: $G = (V, E)$, $j \in \mathbb{N}$
Pregunta: ¿Tiene G una función de $\{k\}$-dominación f con $W(f) \leq j$?

Fijado $k \in \mathbb{Z}_+$, k-DOM es resoluble en tiempo polinomial para grafos fuertemente cordales [7] y para grafos P_4-tidy [3], pero es NP-completo para grafos cordales y para grafos bipartitos [7]. Por otra parte, fijado $k \in \mathbb{Z}_+$, $\{k\}$-DOM es NP-completo para grafos planares [4] y bipartitos [6].

En este trabajo probamos que la propiedad involucrada en k-DOM puede expresarse en Lógica Monádica de Segundo orden (MSOL). Finalmente, utilizando la relación entre k-DOM y $\{k\}$-DOM analizada en [1], obtuvimos que ambos problemas son resolubles en tiempo lineal para grafos con clique-width acotado por una constante.

Referencias

[1] G. Argiroffo, V. Leoni, P. Torres, *$\{k\}$-domination for chordal graphs and related graph classes*, por aparecer en ENDM.

[2] D. W. Bange, A. E. Barkauskas, L. H. Host, P. J. Slater, *Generalized domination and efficient domination in graphs*, Discrete Mathematics 159, (1996) 1–11.

[3] Dobson, M. P., V. Leoni and G. Nasini, *The Multiple Domination and Limited Packing Problems in Graphs*, IPL 111, (2011) 1108–1113.

[4] Goddard, W. and M. Henning, *Real and Integer Domination in Graphs*, Discrete Applied Mathematics 199, (1999) 61–75.

[5] F. Harary, T. W. Haynes, *Nordhaus-Gaddum inequalities for domination in graphs*, Discrete Mathematics 155, (1996) 99–105.

[6] Jing He and Hongyu Liang, *Complexity of Total k-Domination and Related Problems*, Lecture Notes in Computer Science 6681, (2011) 147–155.

[7] Liao, C. and G. J. Chang, *k-tuple domination in graphs*, IPL 87, (2003) 45–50.

Expositor: **María Inés López Pujato**
Autores: Valeria Leoni y María Inés López Pujato.
Lugar: FCEIA (Universidad Nacional de Rosario) y CONICET.

Análisis de nuevas cotas superiores para los números de k-dominancia en grafos

El concepto de *k-upla dominante* en grafos requiere que al menos un número fijo k de elementos sea ubicado dentro de la vecindad cerrada de cada vértice [3]. Denotando con $\delta(G)$ al grado mínimo del grafo simple G y para cada entero positivo fijo k con $k \leq \delta(G)+1$, el *problema de las k-uplas dominantes* plantea la búsqueda de una k-upla dominante de tamaño mínimo, $\gamma_{\times k}(G)$, y modela problemas de locación de servicios, entre otros. Claramente, $\gamma_{\times k}(G) \leq |V(G)|$. Éste es un problema NP-completo en general, aún para grafos bipartitos [4], pero se conocen algunas familias de grafos donde es resoluble en tiempo polinomial [4, 4].
Como es habitual en problemas NP-completos, hallar cotas —en este caso para $\gamma_{\times k}(G)$— puede ser muy útil, sobre todo para aquellas instancias para las cuales el problema no es resoluble en tiempo polinomial. En [6] se demuestra que una cota superior (que denotamos $Z_{\times k}(G)$) para $\gamma_{\times k}(G)$ siendo G tal que $\delta(G) \geq k-1$, es válida y generaliza cotas halladas por Lovász y otros autores (1975, 1992, 2005) cuando $k=1$ y $k=2$.
El trabajo realizado en [5] derivó en un análisis de $Z_{\times k}(G)$, demostrándose la "no bondad" de la misma en varias familias de grafos.
A continuación, una publicación reciente contiene dos cotas superiores para $\gamma_{\times k}(G)$, que en este trabajo denotamos $GPZ^1_{\times k}(G)$ y $GPZ^2_{\times k}(G)$, que satisfacen para todo grafo G para el cual $\delta(G) \geq k$, $GPZ^2_{\times k}(G) \leq GPZ^1_{\times k}(G) \leq Z_{\times k}(G)$ [2]. Además, $\gamma_{\times(\delta(G)+1)}(G) \leq GPZ^1_{\times(\delta(G)+1)}(G) \leq Z_{\times(\delta(G)+1)}(G)$, pero $GPZ^2_{\times(\delta(G)+1)}(G)$ no está definida.
En este trabajo mostramos que algunos de los resultados en [5] relativos a la no bondad de $Z_{\times k}(G)$ siguen siendo válidos para estas cotas más ajustadas. En particular, presentamos para cada entero positivo $k \geq 2$, una familia infinita $\mathcal{B}(k)$ de grafos bipartitos para los cuales el problema en cuestión se mantiene NP-completo, pero para todo G perteneciente a $\mathcal{B}(k)$ y cada $k \geq 2$,

$$\delta(G) \geq k-1,\ GPZ^1_{\times k}(G) > |V(G)|$$

y $GPZ^2_{\times k}(G)$ no está definida.
Respecto de familias donde se conoce que este problema es resoluble en tiempo polinomial, mostramos que en algunas de ellas el error puede ser tan grande como se quiera.
En un futuro cercano pretendemos hallar una cota superior más ajustada. En caso de que esto sea posible, estaremos en condiciones de mejorar cotas inferiores halladas en el marco del trabajo realizado en [5] para el problema de

los empaquetamientos k-limitados, fuertemente relacionado con el problema de k-uplas dominantes.

Referencias

[1] M. P. Dobson, V. Leoni and G. Nasini, *The Limited Packing and Tuple Domination problems in graphs*, Inform. Process. Lett. **111**(2011) 1108—1113.

[2] Gagarin A., Poghoyan A., Zverovich V., *Randomized algorithms and upper bounds for multiple domination in graphs and networks*, Discrete Applied Mathematics **161** (2013), 60-4–611.

[3] F. Harary and T. W. Haynes, Double domination in graphs, Ars Comb. **55** (2000), 201–213.

[4] C. Liao and G. J. Chang, k-tuple domination in graphs, Inform. Process. Lett., **87** (2003), 45–50.

[5] López Pujato, M. Inés, *Estudio de cotas para los números de empaquetamientos y de dominancia en grafos*, tesina de grado, abril 2013.

[6] V. Zverovich, The k-Tuple Domination Number Revisited, Appl. Math. Lett. 21 (2008), 1005—1011.

Expositor: **Arias, Jesús Eduardo**
Autores: Arias, Jesús Eduardo; Gutiérrez, Gonzalo.
Lugar: Universidad Nacional de Salta.

Análisis de Sensitividad y Semi-equicontinuidad de Autómatas Celulares a través de la existencia de Patrones Bloqueadores.

Un Autómata Celular es un sistema dinámico $\left(A^{Z^d},\phi\right)$ donde A es un conjunto finito denominado alfabeto, con el cual es posible definir el full shift d-dimensional A^{Z^d} y $\phi : A^{Z^d} \to A^{Z^d}$ es un endomorfismo. El Full Shift $A^{Z^d} = \prod_{Z^d} A$ es un espacio métrico compacto denominado espacio de configuraciones. En general trabajaremos con $d = 1, 2$.

Para todo $x \in A^{Z^2}$ entenderemos por $\phi^n(x)|_{[p,p+r-1]\times[q,q+s-1]}$ como el patrón que resulta al mirar las coordenadas $i \in [p, p+r-1] \times [q, q+s-1]$ de la n iteración de x por ϕ.

Un patrón u de tamaño $k \times l$ se dice ser (r, s)-bloqueador si es posible determinar enteros no negativos $p \le k - r$ y $q \le l - s$ tales que $\forall\, x, y \in C_{(0,0)}(u)$ y $n \ge 0$ se tiene que $\phi^n(x)|_{[p,p+r-1]\times[q,q+s-1]} = \phi^n(y)|_{[p,p+r-1]\times[q,q+s-1]}$. El par (p, q) es denominado desplazamiento y $C_{(0,0)}(u)$ es el conjunto de puntos $x \in A^{Z^2}$ que mantienen fijas las coordenas del patrón u iniciando desde la coordenada $(0, 0)$ denominado cilindro. En el caso que $r = k$, $s = l$, $p = q = 0$ decimos que u es completamente bloqueador.

La idea es mostrar que si $\phi : A^{Z^2} \to A^{Z^2}$ de radio r es no sensitivo, entonces admite al menos un patrón u (r, r)-bloqueador y si existe un patrón u de tamaño

$k \times k$ completamente bloqueador con $k \geq r$, entonces ϕ es semi-equicontinua. No obstante, hay una diferencia sustancial para el caso $d = 1$, donde la existencia de un patrón bloqueador caracteriza a los Autómatas Celulares unidimensionales semi-equicontinuos. Sin embargo para $d = 2$, se ejemplificará que esto no necesariamente es cierto. En este sentido, se mostrarán simulaciones a fin de visualizar el comportamiento de distintos Autómatas Celulares.

La propiedad de semi-equicontinuidad es de importancia para estudiar la estabilidad de un sistema dinámico discreto, dicha propiedad también es importante para desarrollar aplicaciones concretas en temas tales como encriptación de datos, comportamientos biológicos, análisis de patrones y en particular al tratamiento digital de imágenes.

Expositor: **Lic. Jesús Eduardo Arias**
Autores: Lic. Jesús Eduardo Arias; Lic. Gonzalo Gutiérrez.
Lugar: Universidad Nacional de Salta.

Análisis de Sensitividad y Semi-equicontinuidad de Autómatas Celulares a través de la existencia de Patrones Bloqueadores.

Un Autómata Celular es un sistema dinámico $\left(A^{Z^d}, \phi\right)$ donde A es un conjunto finito denominado alfabeto, con el cual es posible definir el full shift d-dimensional A^{Z^d} y $\phi : A^{Z^d} \to A^{Z^d}$ es un endomorfismo. El Full Shift $A^{Z^d} = \prod_{Z^d} A$ es un espacio métrico compacto denominado espacio de configuraciones. En general trabajaremos con $d = 1, 2$.

Para todo $x \in A^{Z^2}$ entenderemos por $\phi^n(x)|_{[p,p+r-1]\times[q,q+s-1]}$ como el patrón que resulta al mirar las coordenadas $i \in [p, p+r-1] \times [q, q+s-1]$ de la n iteración de x por ϕ.

Un patrón u de tamaño $k \times l$ se dice ser (r, s)-bloqueador si es posible determinar enteros no negativos $p \leq k - r$ y $q \leq l - s$ tales que $\forall\, x, y \in C_{(0,0)}(u)$ y $n \geq 0$ se tiene que $\phi^n(x)|_{[p,p+r-1]\times[q,q+s-1]} = \phi^n(y)|_{[p,p+r-1]\times[q,q+s-1]}$. El par (p, q) es denominado desplazamiento y $C_{(0,0)}(u)$ es el conjunto de puntos $x \in A^{Z^2}$ que mantienen fijas las coordenas del patrón u iniciando desde la coordenada $(0, 0)$ denominado cilindro. En el caso que $r = k$, $s = l$, $p = q = 0$ decimos que u es completamente bloqueador.

La idea es mostrar que si $\phi : A^{Z^2} \to A^{Z^2}$ de radio r es no sensitivo, entonces admite al menos un patrón u (r, r)-bloqueador y si existe un patrón u de tamaño $k \times k$ completamente bloqueador con $k \geq r$, entonces ϕ es semi-equicontinua. No obstante, hay una diferencia sustancial para el caso $d = 1$, donde la existencia de un patrón bloqueador caracteriza a los Autómatas Celulares unidimensionales semi-equicontinuos. Sin embargo para $d = 2$, se ejemplificará que esto no necesariamente es cierto. En este sentido, se mostrarán simulaciones a fin de visualizar el comportamiento de distintos Autómatas Celulares.

La propiedad de semi-equicontinuidad es de importancia para estudiar la estabilidad de un sistema dinámico discreto, dicha propiedad también es impor-

tante para desarrollar aplicaciones concretas en temas tales como encriptación de datos, comportamientos biológicos, análisis de patrones y en particular al tratamiento digital de imágenes.

Expositor: **M. E. Ugarte**
Autores: G. Argiroffo, M. Escalante, M. E. Ugarte.
Lugar: FCEIA-UNR y CONICET.

Avances en la caracterización del politopo de 2-dominación de cactus

Dado un grafo $G = (V, E)$ y un entero k, un conjunto k-dominante de G, definido en [3], es un conjunto $S \subset V$, tal que $|S \cap N[i]| \geq k$ para todo $i \in V$, donde $N[i]$ denota la vecindad cerrada del vértice i. Si $\gamma_k(G)$ es el mínimo cardinal de un conjunto k-dominante de G, es claro que $\gamma_k(G) = \text{mín}\{\mathbf{1}x : N(G)x \geq \mathbf{1}k,\ x \in \{0,1\}^{|V|}\}$.

Para abordar el tratamiento desde el punto de vista poliedral de este problema, en [1] definimos el *poliedro de k-dominación* de G, $Q_k^*(G) = \{x \in \{0,1\}^{|V|}, N(G)x \geq \mathbf{1}k\}$ y encontramos la descripción completa del poliedro de 2-dominación sobre la familia de los ciclos.

En este trabajo, nos centramos en el estudio del politopo de 2-dominación de la familia de grafos llamados *cactus*, definidos como aquellos obtenidos por 1-sumas de ciclos y aristas.

En particular, se estudia el politopo de 2-dominación de árboles y se obtiene la descripción completa del mismo en el caso de grafos langosta. Por otro lado, se avanzó en la caracterización del politopo de 2-dominación de cactus con ciclos y se consiguió la descripción completa del politopo de 2-dominación de ciertas subfamilias de éstos, ampliando resultados obtenidos en [2].

Referencias

[1] G. Argiroffo, M. Escalante, M. E. Ugarte, *On the k-dominating set polytope of a cycle.* Anales de II Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial 2009, CD-Rom.

[2] G. Argiroffo, M. Escalante, M. E. Ugarte, *The 2-dominating set polytope of cycles and related graph classes.* Por aparecer en Electronic Notes in Discrete Mathematics.

[3] R. Gallant, G. Gunther, B. Hartnell, D. Rall, *Limited Packing in Graphs*, Discrete Applied Mathematics 158 (2010) 1357-1364.

Expositor: **Diego Luis Alberto**
Autores: Diego Luis Alberto.
Lugar: Universidad Nacional de Salta. Facultad de Ciencias Exactas.

Avances sobre la Sensitividad y Expansividad positiva de Autómatas Celulares Permutacionales

Dado un alfabeto finito $\mathcal{A}$, una palabra sobre $\mathcal{A}$ es una sucesión finita (posiblemente vacía) de elementos de $\mathcal{A}$. Al conjunto de todas las palabras sobre $\mathcal{A}$ se denota con $\mathcal{A}^*$ y el conjunto de palabras de longitud n con $\mathcal{A}^n$. La full shift unidireccional $\mathcal{A}^{\mathbb{N}}$ es el conjunto formado por todas las sucesiones infinitas de elementos de $\mathcal{A}$. La distancia en $\mathcal{A}^{\mathbb{N}}$, se define por: para cualquier $x, y \in \mathcal{A}^{\mathbb{N}}$, $d(x,y) = 0$ si $x = y$ o $d(x,y) = 2^{-min\{i|x_i \neq y_i\}}$ si $x \neq y$. Un autómata celular de radio R sobre $\mathcal{A}$ es un función $F : \mathcal{A}^{\mathbb{N}} \to \mathcal{A}^{\mathbb{N}}$ definida a través de una función $\Phi : \mathcal{A}^{R+1} \to \mathcal{A}$ llamada tranformación de bloque, que cumple que para cualquier $x \in \mathcal{A}^{\mathbb{N}}$, $F(x)_i = \Phi(x_{[i,i+R]})$. Un caso particular son los autómatas celulares permutacionales inducidos por un código finito $\mathcal{C}$ para $\mathcal{A}^{\mathbb{N}}$, donde en este caso la transformación de bloque se define utilizando a un código finito $\mathcal{C}$ para $\mathcal{A}^{\mathbb{N}}$ y a las permutaciones del alfabeto. Se dice que un código finito $\mathcal{C}$ pertenece a $\mathcal{F}_{\mathcal{A}}$ si para cualquier $a, b \in \mathcal{A}$, y cualquier $u \in \mathcal{A}^*$ cumple que si $au \in \mathcal{C}$, entonces $bu \in \mathcal{C}$ y es código biprefijo si para cualquier palabra $u = u_0...u_n \in \mathcal{C}$, la palabra $u_j...u_n \notin \mathcal{C}$, con $j \in \{1, ..., n\}$.

Un autómata celular F es *sensitivo a las condiciones iniciales* si $\exists \epsilon > 0 : \forall x \in \mathcal{A}^{\mathbb{N}}, \forall \delta > 0, \exists y \in B_\delta(x), \exists n \in \mathbb{N}, d(F^n(x), F^n(y)) > \epsilon$. Un autómata celular F es *positivamente expansivo* si $\exists \epsilon > 0, \forall x, y \in X, x \neq y, \exists n \in \mathbb{N}$: $d(F^n(x), F^n(y)) > \epsilon$.

Probar la sensitividad a las condiciones iniciales utilizando la definición, no es fácil de realizar, aún para ejemplos sencillos de autómatas celulares.

En esta comunicación presentaremos una propiedad equivalente a la sensitividad, que nos permite probar la sensitividad de los autómatas celulares con sólo mostrar que cualquier palabra u se puede extender a dos puntos ux, uy de $\mathcal{A}^{\mathbb{N}}$ que cumplan que en alguna iteración, las imágenes sucesivas de ux y uy sean distintas en una coordenada menor a una cierta constante fija.

Utilizando la propiedad equivalente a la sensitividad, demostraremos también que la clase de todos los autómatas electores asociados a códigos cualesquiera son sensitivos a las condiciones iniciales, y, para los autómatas celulares permutacionales que tienen puntos periódicos, enunciaremos condiciones suficientes que nos permiten decidir si son sensitivos a las condiciones iniciales.

Es sabido que los autómatas inducidos por códigos biprefijos son expansivos. En cambio para los inducidos por códigos de la clase $\mathcal{F}_{\mathcal{A}}$ no se puede asegurar esta propiedad, lo cual es aún un problema abierto. En esta comunicación, como avance al respecto, presentaremos dos familias de autómatas celulares expansivos, que son inducidos por códigos que pertenecen a la clase $\mathcal{F}_{\mathcal{A}}$ y no son biprefijos.

Expositor: **Florencia Fernández Slezak**
Autores: Guillermo Durán, Florencia Fernández Slezak, Luciano Grippo, Fabiano Oliveira, Jayme Szwarcfiter.
Lugar: Instituto de Cálculo, FCEN, UBA (Arg). Instituto de Cálculo, FCEN, UBA (Arg). Instituto de Ciencias,.

Caracterizaciones de grafos (k)-intervalo

Un grafo de intervalo *unitario* es un grafo de intervalo con una representación cuyos elementos tienen todos la misma longitud [4]. Se sabe que un grafo de intervalo unitario admite un modelo cuyos intervalos son de la misma longitud y además poseen extremos enteros [1]. Sea $k \in \mathbb{N}_0$, diremos que G es un *grafo (k)-intervalo* sii G es un grafo de intervalo unitario que admite un modelo de intervalos abiertos de longitud k con extremos enteros. Análogamente, definimos los *grafos [k]-intervalo* como aquellos grafos de intervalo unitario que admiten un modelo con las mismas características pero de intervalos cerrados.

Presentaremos una caracterización estructural de los vértices simpliciales de un grafo de intervalo unitario sin gemelos, que lleva a una caracterización de los grafos (k)-intervalo cuando $k \leq 3$, mediante la lista completa de subgrafos prohibidos minimales así como también mediante su grado máximo. Se presentará también una caracterización de los grafos (k)-intervalo en términos de potencias de caminos, continuando los resultados obtenidos en [3]. También mostraremos familias de grafos prohibidos para grafos (k)-intervalo cuando $k \geq 4$.

Además, se mostrará una equivalencia entre los grafos [k]-intervalo y los (k)-intervalo, lo que permite utilizar los resultados hallados hasta el momento para intervalos abiertos en los grafos con intervalos cerrados.

Finalmente, mostraremos algunos problemas abiertos sobre los que nos encontramos actualmente trabajando.

Referencias

[1] Corneil, D. G., Kim, H., Natarajan, S., Olariu, S., Sprague, A. P., *Simple linear time recognition of unit interval graphs*, Information Processing Letters, **55** 99–104 (1995).

[2] Gambette, P., Vialette, S., *On restrictions of balanced 2-interval graphs*, (2007).

[3] Lin, M. C., Rautenbach, D., Soulignac, F., Szwarcfiter, J. L., *Powers of Cycles, Powers of Paths, and Distance Graphs*, Discrete Applied Mathematics, **159** 621–627 (2011).

[4] Roberts, F. S., *Indifference graphs, in: Proof Techniques in Graph Theory*, Proc. Second Ann Arbor Graph Theory Conf., Ann Arbor, Mich., Academic Press, New York, 139–146 (1968).

Expositor: **Yanina Lucarini**
Autores: Silvia Bianchi, Yanina Lucarini, Paola Tolomei.
Lugar: Fac. de Cs. Exactas Ingeniería y Agrim. - Univ. Nacional de Rosario.

Códigos de identificación en ciclos impares

El concepto de código de identificación fue introducido en 1998 por M.G. Karpovsky et al. en [5], dando origen a varias publicaciones en la actualidad. El problema de determinar el mínimo código de identificación en un grafo es NP-Completo (ver [4]). Se han estudiado los códigos de identificación sobre algunas clases particulares de grafos (ver [1], [2], [3], entre otros).

Una primera aplicación donde tiene utilidad el problema de encontrar un mínimo *r-código de identificación* es diagnosticar fallas en un sistema de procesadores. Consideremos una red de procesadores modelada por un grafo no dirigido. Algunos de los procesadores son capaces de detectar y dar algún tipo de alarma si algún procesador *r-vecino* es defectuoso. Si estos procesadores de prueba detectan un error, el procesador que falla será aquel cuyo *conjunto de identificación* coincida con el conjunto de procesadores que han detectado la falla. Pero si algún conjunto de identificación resultara el mismo para más de un procesador, sería imposible determinar donde se ha producido el error. En el caso de redes que utilizan miles de procesadores es fundamental minimizar el conjunto de procesadores de prueba (ver [5]).

En este trabajo nos ocupamos de los códigos de identificación en ciclos. En particular, estudiamos los r-códigos de identificación de los ciclos C_n donde $mcd(2r+1, n) = 1$ y n impar, que son los casos no resueltos por S. Gravier et al. en [1].

Mostramos que para $n \geq 8r+3$, si $n = k(2r+1)+1$ entonces $m_r(C_n) = \frac{n+1}{2} + 1$. Además si $n = k(2r+1)+p$ donde $1 < p \leq r$ o $p = 2r$ entonces $m_r(C_n) = \frac{n+1}{2}$. Más aún, damos a conocer r-códigos de identificación con estos tamaños en cada caso. Por último conjeturamos que $m_r(C_n) = \frac{n+1}{2}$ cuando $mcd(2r+1, n) = 1$, n impar y $p \neq 1$.

Referencias

[1] Gravier, S., Moncel, J., Semri, A.: Identifying codes of cycles. European Journal of Combianatorics 27, 767–776 (2006).

[2] Bertrand, N., Charon, I., Hudry, O., Lobstein, A.:Identifying and locating-dominating codes on chains and cicles. European Journal of Combianatorics 25 (7), 969–987 (2004).

[3] Blass, U., Honkala, I., Litsyn, S.: Bounds on identifying codes. Discrete Mathematics 241, 119–128 (2001).

[4] Charon, I., Hudry, O., Lobstein, A.: Minimizing the size of an identifying or locating-dominating code in a graph is NP-hard. Theoretical Computer Science 290 (3), 2109–2120 (2003).

[5] Karpovsky, M.G., Chakrabarty, K., Levitin, L.B.: On a new class of codes for identifying vertices in graphs. IEEE Transactions on Information Theory 44 (2), 599–611 (1998).

Expositor: **Justina Gianatti**
Autores: Justina Gianatti, Laura S. Aragone, Pablo A. Lotito.
Lugar: CIFASIS - CONICET - UNR/ PLADEMA - UNCPBA - CONICET.

Condiciones de Optimalidad Para un Problema de Control Min-Max.

En este trabajo, consideramos un problema de control Min-Max donde la función objetivo se evalúa sobre una trayectoria dada por una ecuación diferencial parametrizada por el control. Damos condiciones de optimalidad necesarias y suficientes. Estudiamos también, el problema en tiempo discreto y presentamos condiciones de optimalidad, las cuales nos permiten diseñar un algoritmo con buenos resultados de convergencia.

El problema en tiempo discreto es el siguiente.

Dado el intervalo $[0, T]$, lo dividimos en μ subintervalos de longitud $h = T/\mu$. La trayectoria discreta está dada por la siguiente ecuación en diferencias,

$$\begin{cases} y(t_{n+1}) = y\,(t_n) + g(t_n, y(t_n), \alpha(t_n)), & n = 0, ..., \mu - 1 \\ y(0) = x \in \Omega \subseteq \mathbb{R}^r, & \Omega \text{ un dominio abierto.} \end{cases} \tag{44}$$

donde

$$g(t_n, y(t_n), \alpha(t_n)) = h\,[A(t_n)y(t_n) + B(t_n)\alpha(t_n) + C(t_n)],$$

y A, B, C son funciones definidas en $[0, T]$, Lipschitz continuas.

Para un h dado, si y^h_α es la solución de (44) el problema de control óptimo consiste en minimizar el funcional

$J^h : \Omega \times \mathcal{U}^h \mapsto \mathrm{I\!R}$ definido como

$$J^h(x, \alpha(\cdot)) = \text{máx}\left\{f(y^h_\alpha(t_n)) : n = 0, ..., \mu\right\}$$

sobre el conjunto de controles

$$\mathcal{U}^h \quad = \quad \{\{\alpha_n\}_{n=0}^{\mu-1} : \alpha_n \in U \subset \mathbb{R}^m\}$$

donde U es un subconjunto convexo y compacto de $\mathbb{R}^m$, y f es convexa, Lipschitz continua y diferenciable sobre Ω.

Demostramos la existencia de un control óptimo para este problema.

Utilizando resultados del análisis convexo y definiendo convenientemente un conjunto de subgradientes $\{q_n : n \in C_\alpha\}$ para la función objetivo $J(\alpha)$, demostramos que α es un control óptimo si y sólo si algunas de las siguientes condiciones se cumple

- $\min\limits_{v} \max\limits_{n\in C_\alpha} \langle q_n, v\rangle = 0,$
- $\min\limits_{v} \max\limits_{n=0,..,\mu} \left\{\langle q_n, v\rangle + f(y_\alpha^h(t_n)) - J^h(\alpha)\right\} = 0,$
- $\min\limits_{v} \max\limits_{n=0,...,\mu} \left\{\langle q_n, v\rangle + f(y_\alpha^h(t_n)) - J^h(\alpha) + \frac{1}{2}\left\|v\right\|^2\right\} = 0,$

donde v pertenece al conjunto de direcciones admisibles para el control α.

Con esta última condición de optimalidad diseñamos un método de descenso con buenos resultados numéricos.

Expositor: **Damián Fernández**
Autores: Damián Fernández.
Lugar: FaMAF-UNC, CIEM-CONICET..

Condición suficiente de optimalidad usando el Lagrangiano aumentado

La condición suficiente de optimalidad de segundo orden es una hipótesis estándar en el análisis de convergencia local de muchos métodos computacionales para resolver problemas de optimización no lineal. El método del Lagrangiano aumentado es uno de ellos. Las derivadas de segundo orden son necesarias en el análisis de convergencia del método del Lagrangiano aumentado por más que éstas no sean necesarias para implementarlo. Mostraremos que los subproblemas del método del Lagrangiano aumentado son solubles si la función Lagrangiana aumentada tiene un crecimiento cuadrático local. Más aún, si las funciones son dos veces diferenciables la condición de crecimiento cuadrático es equivalente a la condición suficiente de optimalidad de segundo orden.

Expositor: **Mariana Pérez**
Autores: Eda Cesaratto, Guillermo Matera, Mariana Pérez y Melina Privitelli.
Lugar: Universidad Nacional de General Sarmiento. Instituto del Desarrollo Humano..

Conjunto de valores de funciones univariadas sobre cuerpos finitos: un punto de vista probabilístico

Sean $\mathbb{F}_q$ el cuerpo finito de q elementos y f un polinomio univariado con coeficientes en $\mathbb{F}_q$. Se define el "conjunto de valores"(value set) $\mathcal{V}(f)$ de f como el cardinal de la imagen de la función de $\mathbb{F}_q$ en $\mathbb{F}_q$ que define f.

S. Uchiyama y S. Cohen, entre otros, estudiaron el comportamiento de la esperanza $\mathcal{V}(0, f)$ de la variable aleatoria que define $\mathcal{V}(f)$ cuando f recorre todos los polinomios mónicos con coeficientes en $\mathbb{F}_q$ de grado d y $f(0) = 0$. Más precisamente, dichos autores obtuvieron fórmulas explícitas para dicho valor (ver, por ejemplo, [1]). También estudiaron una variante de este problema que corresponde a analizar qué ocurre con el comportamiento de la esperanza $\mathcal{V}(s, f)$, cuando s coeficientes están prefijados. Para este último caso obtuvieron resultados que son válidos bajo ciertas restricciones sobre la característica del cuerpo y el grado de los polinomios considerados, aunque no obtuvieron una fórmula explícita del error en términos de d y s (ver [2]).

El objetivo de este trabajo es obtener estimaciones sobre la esperanza $\mathcal{V}(s, f)$. En primer lugar, expresamos a $\mathcal{V}(s, f)$ en términos del número de ciertos conjuntos interpolantes. Esto nos permitió relacionar $\mathcal{V}(s, f)$ con la cantidad de soluciones con coordenadas distintas dos a dos en $\mathbb{F}_q$ de cierto sistema de ecuaciones polinomiales definidas sobre $\mathbb{F}_q$, para la cual poseemos estimaciones. Finalmente utilizando técnicas de combinatoria analítica similares a las descriptas en el trabajo de V. Lifschitz y B. Pittel [3], obtuvimos la siguiente estimación para $\mathcal{V}(s, f)$.

Teorema. Sean $d < q$ y $1 \leq s \leq \frac{d}{2} - 1$. Entonces

$$\left| \mathcal{V}(s, f) - \mu_d \, q - \frac{1}{2e} \right| \leq \frac{(d-2)^5 e^{2\sqrt{d}}}{2^{d-2}} + \frac{7}{q},$$

donde $\mu_d := \sum_{r=1}^{d} \frac{(-1)^{r-1}}{r!}$.

Nuestro resultado mejora los resultados existentes en la literatura por diversas razones. En primer lugar, es válido sin imponer restricciones sobre la característica de $\mathbb{F}_q$, y además provee una expresión explícita del error en términos de d y q. Cabe destacar que, con técnicas similares, obtuvimos también una estimación para la varianza de la variable aleatoria $\mathcal{V}(f)$.

Referencias

[1] S. Uchiyama. "Note on the mean value of $V(f)$". *Proc. Japan Acad.* **31**(4), 1955, 199-201.

[2] S. Cohen. "The values of a polynomial over a finite field". *Glasg. Math. J.* **14**(2), 1973, 205-208.

[3] V. Lifschitz, B. Pittel. "The number of increasing subsequences of the random permutation". *J. Combin. Theory Ser. A* **31**(1), 1981, 1-20.

Expositor: **Silvia B. Tondato**
Autores: Marisa Gutierrez, Benjamin Lévêque, Silvia B. Tondato.
Lugar: Dto de Matemática FCE-UNLP; CNRS LIRMM Montpellier.

Cuádruplas asteroidales en grafos RDV

Un grafo es *cordal* si no posee ciclos inducidos de 4 o más vértices. Un resultado clásico [1] establece que un grafo es cordal si y sólo si es el grafo de intersección de subárboles de un árbol. Es claro que un grafo de *intervalos* es un grafo cordal pues es el grafo de intersección de subcaminos de un camino.

Una *tripla asteroidal* en un grafo G es un conjunto de tres vértices no adjacentes tales que para cada par de ellos existe un camino entre ambos evitando la vecinanza del tercero. Lekkerkerler y Boland probaron que un grafo cordal es de intervalos si y sólo si no posee triplas asteroidales. Como consecuencia de esto, encontraron una caracterización por subgrafos prohibidos. Otra subclase de grafos cordales es la clase de los grafos UV.

Un grafo es *UV* si es el grafo de intersección de una familia de subcaminos de un árbol. Lévêque, Maffray y Preissman, caracterizaron a los grafos UV por subgrafos prohibidos pero no hay aún una caracterización en terminos de asteroidales prohibidas para esta clase. Dos subclases de grafos UV son la clase de los grafos DV y RDV.

Un grafo es *DV* si es el grafo de intersección de una familia de subcaminos dirigidos de un árbol dirigido. Panda, caracterizó a dicha clase por subgrafos prohibidos como consequencia de esa caracterización Cameron, Hoáng y Lévêque caracterizan la clase por triplas asteroidales prohibidas.

Un grafo es *RDV* si es el grafo de intersección de una familia de subcaminos dirigidos de un árbol dirigido y enraizado.

Caracterizar la clase RDV por subgrafos prohibidos o por asteroidales prohibidas son problemas abiertos. Es díficil caracterizar a los grafos RDV por subgrafos prohibidos pero Cameron, Hoáng y Lévêque proponen una conjetura en terminos de asteroidales prohibidas. Dicha conjetura es incompleta como se muestra en [2].

Una *cuádrupla asteroidal* en un grafo G es un conjunto de cuatro vértices no adyacentes de G tales que cualquier terna de ellos es una tripla asteroidal.

En este trabajo probamos que todo grafo DV que no es RDV posee una cuádrupla asteroidal.

Referencias

[1] F. Gavril. The intersection graphs of subtrees in trees areexactly the chordal graphs. *J. Combin. Theory B* 16 (1974)47–56.

[2] M. Gutierrez, B. Lévêque, S. B. Tondato. Asteroidal quadruples in non rooted path graphs, manuscript 2012.

Expositor: **Severin Daniel**
Autores: Severin Daniel, Marenco Javier, Mydlarz Marcelo.
Lugar: Universidad Nacional de Rosario, Universidad Nacional de General Sarmiento.

El Problema de Coloreo Aditivo Orientado

Entre las variantes del Problema de Coloreo de Grafos (PCG), existe una llamada Problema de Coloreo de Grafos Orientado (PCGO), donde a partir de un digrafo acíclico $D = (V, A)$, se pretende encontrar el mínimo entero k para el cual exista una asignación $c : V \to \{1, \dots, k\}$ donde $c(u) < c(v)$ para todo arco $(u, v) \in A$. El PCGO está vinculado a los problemas *PERT/CPM* y *Buffer assignment problem for weighted rooted graph*, y modificaciones del PCGO se usan para resolver aplicaciones de asignación de frecuencias. Otra variante del PCG es el Problema de Coloreo Aditivo (PCA), propuesto en 2009 y originalmente conocido como *Lucky Labeling Problem*. Este ha ganado un reciente interés por parte de la comunidad científica, principalmente por la conjetura que lo vincula con PCG: para todo grafo G, $\eta(G) \leq \chi(G)$, donde $\eta(G)$ es el número cromático aditivo de G.

En el IV Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial propusimos un algoritmo para resolver el PCA basado en un enfoque Combinatorio de Benders, en donde es necesario resolver recurrentemente algo que llamamos Problema de Coloreo Aditivo Orientado (PCAO). También puede verse que el PCAO surge naturalmente de PCGO y PCA.

En este trabajo nos proponemos estudiar el PCAO. Sea $D = (V, A)$ un digrafo acíclico simple. Sea $f : V \to \{1, \dots, k\}$ y sea $S(v) = \sum_{w \in N(v)} f(w)$. Diremos que f es un *k-coloreo aditivo orientado* si $S(u) < S(v)$ para todo arco $(u, v) \in A$. El *número cromático aditivo orientado* de D, $\eta_o(D)$, es definido como el menor número k para el cual D tiene un k-coloreo aditivo orientado, o ∞ en caso de que no exista. El PCAO consiste en hallar el valor de $\eta_o(D)$, y una formulación entera del mismo es minimizar k sobre:

$$\begin{array}{ll} \sum_{w \in N(v)} f(w) - \sum_{w \in N(u)} f(w) \geq 1, & \forall\ (u, v) \in A \\ k - f(v) \geq 0, & \forall\ v \in V \\ k,\ f(v) \in \mathbb{N}, & \forall\ v \in V \end{array}$$

Probamos que una condición suficiente para que $\eta_o(D) < \infty$ es que para toda terna de vértices u, v, w tales que $N(u) \subset N(v)$, $w \in N(u)$ y $(v, w) \in A$ entonces $(u, w) \in A$ (o equivalentemente $(w, u) \notin A$). Sin embargo, no estamos seguros de si esto caracteriza completamente a $\eta_o(D) < \infty$ por lo que no nos planteamos la búsqueda de una cota superior del problema aún.

En lo que respecta a obtener una cota inferior del PCAO, probamos que dado un digrafo acíclico D que contiene una clique Q cuyo primer y último vértice es u y v respectivamente, satisface $\eta_o(D) \geq \left\lceil \dfrac{d(u) + 1}{d(v) - |Q| + 2} \right\rceil$.

Existen algunos casos en donde el PCAO es polinomial. Por ejemplo, si D es una clique acíclica entonces $\eta_o(D) = |V|$. Más aún, probamos que si D es conexo, entonces D es una clique si y sólo si la matríz de coeficientes de la formulación es totalmente unimodular.

Finalmente, nuestra mayor contribución es afirmar que el PCAO es un problema difícil en general, puesto que probamos que decidir $\eta_o(D) = 2$ para un digrafo D tal que su grafo subyacente es planar y bipartito, es NP-completo.

Expositor: **M. Mercedes Olea**
Autores: M. Mercedes Olea, M. Laura Schuverdt y Raúl P. Vignau.
Lugar: Universidad Nacional de La Plata.

ESTUDIO DE CONVERGENCIA EN UN MÉTODO DE QUASI-NEWTON SIN DERIVADAS PARA RESOLVER SISTEMAS NO CUADRADOS DE ECUACIONES NO LINEALES

En este trabajo se presenta un nuevo estudio de convergencia global relacionado al análisis de convergencia del método Quasi-Newton libre de derivadas para resolver sistemas no cuadrados de ecuaciones no lineales (DF-QNB) presentado en [1]. Este método utiliza la fórmula de Broyden de rango 1 para aproximar la matriz Jacobiana del sistema y realiza una búsqueda lineal no monótona libre de derivadas que combina la estrategia presentada en [4] con el esquema presentado en [3].

En [1] los autores presentaron resultados de convergencia global del método, pero en ese trabajo no se realizaron estudios de convergencia local.

En [5] presentamos un nuevo resultado de convergencia global para el caso $M = 1$ en el Algoritmo de búsqueda lineal, lo que nos permitió demostrar un resultado de convergencia local para el caso $M = 1$ en el Algoritmo de búsqueda lineal.

En el presente trabajo analizamos condiciones que nos permitieron obtener un resultado de convergencia **global** en el caso general de $M > 1$ en el Algoritmo de búsqueda lineal utilizado en el método DF-QNB presentado en [1].

Nuestro objetivo es poder probar un teorema de convergencia **local** para el caso general de $M > 1$ en dicho Algoritmo de búsqueda lineal.

Referencias

[1] N. Echebest, M. L. Schuverdt, R. P. Vignau. *Two derivative-free methods for solving underdetermined nonlinear systems of equations.* Computational & Applied Mathematics, **30** (2010), pp. 217-245.

[2] W. La Cruz, J. M. Martinez, M. Raydan. *Spectral residual method without*

gradient information for solving large-scale nonlinear systems of equation: Theory and experiments. Mathematics of Computation, **75** (2006), pp. 1429-1448.
[3] D. H. Li, M. Fukushima. *A derivative-free line search and global convergence of Broyden-like method for nonlinear equations*. Opt. Meth. and Software, **13** (2000), pp. 181-201.
[4] L. Grippo, F. Lampariello, S. Lucidi. *A nonmonotone Derivative line search technique for Newton's Method*. SIAM Journal on Numerical Analysis, **23** (1986), pp. 707-716.
[5] M. M. Olea, M. L. Schuverdt, R. P. Vignau. *Análisis de convergencia local de un método libre de derivadas para resolver sistemas indeterminados de ecuaciones no lineales*. Anales del IV Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial, MACI, Vol. 4 (2013), pp. 393-395.

Expositor: **María Eugenia Alvarado**
Autores: María Eugenia Alvarado, Graciela Nasini, Daniel Severin.
Lugar: FCEIA - Universidad Nacional de Rosario.

Estudio del Problema de Asignación Conductores-Viajes en una empresa de transporte de media distancia

En este trabajo presentamos un algoritmo de mejora para el Problema de Asignación Conductores-Viajes en un empresa de transporte interurbano. Se presentan también las experiencias computacionales sobre instancias reales de la empresa.

El problema sobre el cual trabajamos es el siguiente: la empresa tiene adjudicados viajes con origen, destino, recorrido y horarios a garantizar. La asignación de estos viajes a los conductores de su planta debe realizarse de manera de garantizar las frecuencias de los viajes y respetando los convenios laborales pactados. El objetivo es realizar esta asignación minimizando costos. Actualmente la empresa cuenta con una herramienta informática comercial que les provee una asignación conductores-viajes y que incluye algoritmos que consideran la optimización de costos. Sin embargo, las soluciones provistas muchas veces no respetan algunas de las condiciones de los convenios laborales y, por otro lado, pueden ser mejoradas en términos de costos realizando ciertos intercambios entre los viajes asignados a dos o más conductores, tarea que actualmente realizan en forma manual los empleados del área de planificación.

En primer lugar proponemos una formulación como Programa Lineal Entero (PLE) para el problema de asignación, respetando todas las restricciones laborales y el cumplimiento de horarios. Sobre este modelo es posible optimizar tanto en los costos asociados a las horas extras del personal como también en la cantidad de *viajes en vacío* (i.e. un viaje no comercial que se realiza con el objetivo de poder concatenar un viaje comercial cuyo destino no coincide con el origen del siguiente).

En instancias de prueba pequeñas, el modelo mostró ser robusto y las soluciones óptimas eran obtenidas en pocos segundos. Sin embargo, el PLE asociado a una instancia real de la empresa (118 conductores que deben cubrir 484 viajes comerciales) no pudo ser resuelto por un optimizador de propósito general como CPLEX.

Los buenos resultados sobre instancias pequeñas motivó el diseño de un algoritmo de mejora, que reemplazara el trabajo que actualmente se realiza en forma manual, basado en este PLE. A partir de la solución inicial, en cada iteración el algoritmo elige un conjunto de dos (o más) conductores y resuelve la instancia del PLE definida por los viajes que la solución de la iteración anterior le asigna a los mismos.

Luego de ejecutar 120 iteraciones que consumieron menos de 10 minutos de tiempo de CPU, el algoritmo obtuvo una reducción, respecto a la solución dada por la empresa, del **10 %** en el costo de horas extras.

Finalmente, proponemos una modificación del algoritmo de mejora que permite también minimizar el número de asignaciones que no respetan los convenios laborales.

Expositor: **Erica Hinrichsen**
Autores: M.P. Dobson, V. Leoni, E. Hinrichsen.
Lugar: U.N.R..

Funciones de k-empaquetamiento en grafos

El problema del empaquetamiento limitado en grafos (kEL) introducido en [5], modela entre otros, situaciones de locación de "servicios" en las cuales se requiere que a lo sumo un número fijo k de elementos sea ubicado dentro de la "vecindad" de la ubicación de cada usuario del servicio. Hemos introducido y estudiado la complejidad computacional de este problema en [3, 4], probándose entre otros resultados, su NP-completitud.

En este trabajo consideramos una variante de este problema en la cual se permite que en cada posible ubicación se "coloque" más de un servicio. Introducimos entonces el concepto de *función de* $\{k\}$*-empaquetamiento* de un grafo G. Dado un grafo G y $f : V(G) \longrightarrow \mathbb{Z}_0{}^+$, el peso de f es la suma de $f(v)$ sobre $V(G)$. Si la suma de los $f(v)$ para v en la vecindad cerrada de cada vértice es a lo sumo k, la función f es una función de $\{k\}$-empaquetamiento. Formalmente, f es una función de $\{k\}$*-empaquetamiento* si para todo vértice $v \in V(G)$,

$$\sum_{w \in N_G[v]} f(w) \leq k.$$

Esta definición induce a considerar el problema de decisión asociado (F$\{k\}$E) relativo a la existencia de funciones de $\{k\}$-empaquetamiento de peso máximo y por ende, a estudiar su complejidad computacional.

Primero, probamos que F$\{k\}$E se puede reducir polinomialmente a kEL. Entonces, de la NP-completitud de este último, se deduce la NP-completitud de F$\{k\}$E.
Segundo, utilizando la lógica monádica de segundo orden (MSOL) [1, 2], obtenemos que ambos problemas son resolubles en tiempo lineal para grafos con clique-width acotado por una constante.
Por último, debido a la relación entre los problemas considerados, los resultados de este trabajo aportan otra familia de grafos —que contiene a una de las familias en la cual kEL había sido estudiado [4]— para los cuales kEL es resoluble en tiempo lineal.

Referencias

[1] B. Courcelle, B., *The monadic second-order logic of graphs. I. Recognizable sets of finite graphs*, Information and Computation 85 (1), (1990) 12–75.

[2] B. Courcelle B., J.A. Makowsky, U. Rotics, *Linear time solvable optimization problems on graphs of bounded clique-width*, Theory of Computing Systems, 33 (2), (2000) 125–150.

[3] M. P. Dobson, V. Leoni y G. Nasini, *The k-limited packing and k-tuple domination problems in strongly chordal, P_4-tidy and split graphs.* Electronic Notes in Discrete Mathematics 36, (2010) 551–558.

[4] M. P. Dobson, V. Leoni, G. Nasini, *The Limited Packing and Tuple Domination problems in graphs.* Information Processing Letters 111, (2011) 1108—1113.

[5] Gallant R., G. Gunther, B. Hartnell and D. Rall, *Limited Packings in graphs.* Discrete Applied Mathematics 158, Issue 12, (2010) 1357–1364.

Expositor: **Jorgelina Walpen**
Autores: Walpen Jorgelina, Mancinelli Elina M., Lotito Pablo A..
Lugar: FCEIA - UNR - UNICEN - CONICET .

Heurística para el problema de estimar la matriz Origen Destino en una red congestionada.

La planificación del transporte en una red urbana consta de varias etapas, entre ellas la recolección de datos correspondientes a dicha red. Para tomar decisiones sobre el sistema de transporte es necesario conocer el patrón de viajes correspondiente, es decir, la cantidad de desplazamientos para cada par origen destino. Estas cantidades se almacenan en lo que se conoce como matriz origen-destino. En general esta información es desconocida o desactualizada pero es posible plantear un problema de optimización cuya solución permite resolver el problema de estimar la matriz origen destino actual.

Como problema de optimización, el problema de estimación de la matriz de demanda (DAP) se ubica en el marco de los MPECs (Mathematical programs with equilibrium constraints), dado que se trata de un problema de optimización con restricción de equilibrio. En este caso la restricción de equilibrio corresponde a la versión determinística del equilibrio del usuario de Wardrop (DUE) parametrizado en la variable demanda. En una versión general de DAP para el cual sólo se piden hipótesis de continuidad se prueba en [1] que el problema admite al menos una solución.

Si bien este problema involucra una función objetivo F no convexa y no diferenciable, se puede probar que dicha función es Lipschitz continua respecto de la variable demanda. Bajo estas condiciones, el Teorema de Rademacher permite afirmar que la función F es diferenciable casi todo punto y basándonos en este resultado precisamente, proponemos como dirección de descenso la opuesta a una aproximación de dicho gradiente. Esta última se logra a través de la solución de un subproblema de demanda elástica que resolvemos con la Transformación de Gartner. En todo su desarrollo, la propuesta algorítmica aprovecha la estructura del problema de tráfico y la efectividad de los algoritmos diseñados para resolver afectaciones de tráfico, implementados en [2].

Se presentan resultados numéricos para ejemplos clásicos.

Referencias

[1] Chen Y., Florian M. (1996), *OD demand adjustment problem with congestion: Part I. Model Analysis and optimality conditions*, Advanced Methods in Transportation Analysis, Springer-Verlag, Berlin, pp.1-22.

[2] Lotito P., Mancinelli E., Quadrat J.P., Wynter L. (2003), *The Traffic Assignment Toolboxes of Scilab*, INRIA - Rocquencourt.

[3] Patriksson M. (1994), *The Traffic Assignment Problem. Models and Methodes*, VSP BV, Utrecht.

[4] Walpen J., Mancinelli E., Lotito P., (2013), *Una Huerística para el problema de estimar la matriz OD en una red de transporte*, MACI 4 (2013), ISSN 2314-3282, La Mura G., Rubio D., Serrano E. (Eds.), pp.405-408.

Expositor: **Philipp E. A.**
Autores: Philipp E. A., Aragone L. S., Parente L. A..
Lugar: CIFASIS - CONICET - UNR.

Implementaciones numéricas de problemas de control monótono con horizonte infinito

Consideramos el siguiente sistema dinámico controlado

$$\begin{cases} \dot{y}(s) = g(y(s), \alpha(s)), \quad s > 0, \\ y(0) = x \end{cases} \tag{45}$$

$\alpha(\cdot)$ es el control que debe ser no decreciente definido en el conjunto $[0, +\infty]$, con valores en $[0, 1]$. Llamaremos $\mathcal{A}(a),\ a \in [0, 1]$, al conjunto de estas funciones con la propiedad $\alpha(0) \geq a$.
El vector $y(s) \in \mathbb{R}^\nu$ es el estado correspondiente al control $\alpha(\cdot)$ aplicado; $x \in \Omega$ es la posición inicial del mismo, con Ω conjunto abierto de $\mathbb{R}^\nu$. Dado $\lambda > 0$ definimos la función valor:

$$u(x, a) := \inf_{a \in \mathcal{A}(a)} \int_0^\infty f(y(s), \alpha(s)) e^{-\lambda s} \mathrm{d}s \tag{46}$$

En [1] consideramos un ejemplo sencillo y pudimos obtener la función valor u. En [2] definimos una discretización en tiempo y en espacio de controles a partir de un parámetro h, mientras que al espacio Ω lo asociamos a un espacio de elementos finitos ligado a otro parámetro k. De esta manera consideramos un problema totalmente discretizado y caracterizamos su solución u_h^k a través del único punto fijo de un operador contractivo. Además demostramos resultados de convergencia de u_h^k a u en términos de los parámetros h y k.
En este trabajo consideramos el problema particular definido en [1] y a partir de la implementación de un algoritmo de punto fijo, exhibimos soluciones aproximadas de la función u_h^k y la comparamos con u, corroborando los resultados de convergencia.

Referencias

[1] L.S. Aragone, L.A. Parente, E.A. Philipp, *Numerical schemes for stationary optimal control problems with monotone controls.* En proceso de revisión en el SIAM Journal of Control and Optimization, (2013).

[2] L.S. Aragone, L.A. Parente, E.A. Philipp, *Fully discrete schemes for monotone optimal control problems.* En preparación, (2013).

[3] E. N. Barron, *Viscosity solutions for the monotone control problem.* SIAM Journal of Control and Optimization. Vol. 23, No. 2, pp. 161-171, (1985).

[4] I. Capuzzo-Dolcetta, *On a Discrete Approximation of the Hamilton-Jacobi Equation of Dynamic Programming.* Applied Mathematics and Optimization, Vol. 10, pp. 367-377, (1983).

Expositor: **Rodrigo Iglesias**
Autores: Rodrigo Iglesias.
Lugar: Departamento de Matemática, UNS, Bahía Blanca..

MATRICES PSEUDOALEATORIAS GENERADAS POR REDES DE TENSORES

Una *red de tensores* es un grafo donde cada nodo representa un tensor y cada lazo representa la contracción de algún índice entre dos tensores. Algunos lazos son libres, es decir, uno de los extremos no termina en ningún nodo. La red en sí misma representa un tensor donde los lazos libres corresponden a los índices del tensor.

De la misma manera en que una función booleana arbitraria se contruye formando circuitos con puertas lógicas elementales, un tensor arbitrario se puede aproximar formando redes de tensores más elementales. Es más, estas redes de tensores son una generalización natural de los circuitos booleanos y circuitos cuánticos usados en computación cuántica y dan una medida de la complejidad computacional o algebraica de un tensor.

En este trabajo estamos interesados en la construcción eficiente de vectores y matrices aleatorias –o más ampliamente, tensores aleatorios– usando redes de tensores. Presentamos una construcción muy sencilla que a partir de un grafo cualquiera define un vector aleatorio $(X_1, ..., X_N) \in \mathbb{C}^N$ con un espacio de sampleo mucho más chico de dimensión polilogarítmica en N.

Exploramos la relación entre las propiedades de este vector como generador pseudoaleatorio y las propiedades de conectividad del grafo. Es de esperar que a mayor conectividad, más serias serán las pruebas de aleatoriedad que pueda superar el vector. En esta dirección mostramos cómo el valor esperado de un polinomio de grado d en las variables $X_1, ..., X_N$ es controlado por ciertos invariantes del grafo.

Expositor: **María Pía Mazzoleni**
Autores: Liliana Alcón, Marisa Gutierrez y María Pía Mazzoleni.
Lugar: Universidad Nacional de La Plata.

Minimal forbidden induced subgraphs for $[h, 2, 1]$

Una (h, s, t)-representación de un grafo G consiste de una colección de subárboles de un árbol T, donde cada subárbol corresponde a un vértice de G tal que (i) el grado máximo de T es a lo sumo h, (ii) todo subárbol tiene grado máximo a lo sumo s, (iii) existe una arista entre dos vértices en el grafo G si y sólo si los subárboles correspondientes tienen al menos t vértices en común en T. La clase de grafos que tiene una (h, s, t)-representación se denota $[h, s, t]$. Un grafo no dirigido G es VPT si es el grafo vértice intersección de una familia de caminos en un árbol. En [3, 7], se muestra que el problema de reconocer a los grafos VPT es polinomial.

La clase de grafos que admite una representación VPT en un árbol huésped con grado máximo a lo sumo h se denota $[h, 2, 1]$. Recientemente, en [1], generalizando un resultado dado en [4], hemos probado que el problema de decidir si un grafo VPT pertenece a $[h, 2, 1]$ es NP-completo.

Las clases $[h, 2, 1]$, con $h \geq 2$, son cerradas por subgrafos inducidos prohibidos, de ahí que cada una de ellas puede ser caracterizada por una familia de subgrafos inducidos prohibidos minimales. Tal familia es conocida para $h = 2$

[6] y hay algunos resultados parciales para $h = 3$ [2]. En este trabajo, asociamos los subgrafos inducidos prohibidos minimales para $[h, 2, 1]$ que son VPT con los grafos críticos. Describimos cómo obtener subgrafos inducidos prohibidos minimales a partir de los grafos críticos, más aún, mostramos que la familia de grafos obtenida usando nuestro procedimiento es exactamente la familia de subgrafos inducidos prohibidos minimales para $[h, 2, 1]$ que son VPT. Esta familia junto con la familia de subgrafos inducidos prohibidos minimales para VPT [5, 8], es la familia de subgrafos inducidos prohibidos minimales para $[h, 2, 1]$, con $h \geq 3$.

Referencias

[1] L. Alcón, M. Gutierrez, M. P. Mazzoleni, *Recognizing vertex intersection graphs of paths on bounded degree trees*, arXiv:1112.3254v1, manuscript. (2011). (Submitted to Discrete Applied Mathematics).

[2] M. R. Cerioli, H. I. Nobrega, P. Viana, *A partial characterization by forbidden subgraphs of edge path graphs*, CTW. (2011) 109-112.

[3] F. Gavril, *A recognition algorithm for the intersection graphs of paths in trees*, Discrete Mathematics. 23 (1978) 211-227.

[4] M. C. Golumbic, R. E. Jamison, *Edge and vertex intersection of paths in a tree*, Discrete Mathematics. 38 (1985) 151-159.

[5] B. Lévêque, F. Maffray, M. Preissmann, *Characterizing path graphs by forbidden induced subgraphs*, Journal of Graph Theory 62 (2009) 369-384.

[6] C. G. Lekkerkerker, J. C. Boland, *Representation of a finite graph by a set of intervals on the real line*, Fund. Math. 51 (1962) 45-64

[7] A. A. Schaffer, *A faster algorithm to recognize undirected path graphs*, Discrete Applied Mathematics. 43 (1993) 261-295.

[8] S. B. Tondato, *Grafos Cordales: Arboles clique y Representaciones canónicas*, Doctoral Thesis, Universidad Nacional de La Plata, Argentina. (2009) (in spanish).

Expositor: **Virginia Vera de Serio**
Autores: Mercedes Larriqueta, Virginia Vera de Serio..
Lugar: Universidad Nacional de Cuyo, Fac. Ingeniería, Fac. de Cs. Económicas, Instituto de Ciencias Básicas.

Módulo de regularidad de la frontera en LSIP.

Este trabajo estudia la estabilidad de la frontera de los conjuntos factibles de sistemas de desigualdades semi-infinitos lineales en $\mathbb{R}^n$. El estudio se realiza a través del análisis de la regularidad métrica de la inversa de la multifunción que asigna a cada sistema la frontera de su conjunto factible (correspondencia conjunto frontera). Esta propiedad es también conocida como pseudo-Lipschitz, o tipo Lipschitz, o propiedad de Aubin de la multifunción original. El módulo de regularidad de la inversa de la multifunción que asigna a cada sistema su conjunto factible ha sido estudiado y se conocen fórmulas para su cálculo bajo diferentes condiciones. En este trabajo, [1], se analiza relaciones entre este módulo y el módulo de regularidad de la inversa de la correspondencia conjunto frontera. En particular se prueba su igualdad para sistemas finitos y algunos casos especiales de sistemas semi-infinitos. Como la frontera del conjunto factible puede no ser convexa, no es posible hacer uso de la teoría general para correspondencias con gráfico convexo, como por ejemplo, el Teorema de Robinson-Ursescu.

[1] M. Larriqueta and V.N. Vera de Serio, On metric regularity and the boundary of the feasible set in linear optimization (2013), to be published in *Set-Valued and Variational Analysis*, DOI: 10.1007/s11228-013-0241-8.

Expositor: **Virginia Vera de Serio**
Autores: Mercedes Larriqueta, Virginia Vera de Serio..
Lugar: Universidad Nacional de Cuyo, Fac. Ingeniería, Fac. de Cs. Económicas, Instituto de Ciencias Básicas.

Módulo de regularidad en Programación Lineal Semi-Infinita.

Este trabajo estudia la estabilidad de la frontera de los conjuntos factibles de sistemas de desigualdades semi-infinitos lineales en $\mathbb{R}^n$. El estudio se realiza a través del análisis de la regularidad métrica de la inversa de la multifunción que asigna a cada sistema la frontera de su conjunto factible (correspondencia conjunto frontera). Esta propiedad es también conocida como pseudo-Lipschitz, o tipo Lipschitz, o propiedad de Aubin de la multifunción original. El módulo de regularidad de la inversa de la multifunción que asigna a cada sistema su conjunto factible ha sido estudiado y se conocen fórmulas para su cálculo bajo diferentes condiciones. En este trabajo, [1], se analiza relaciones entre este módulo y el módulo de regularidad de la inversa de la correspondencia conjunto frontera. En particular se prueba su igualdad para sistemas finitos y algunos casos especiales de sistemas semi-infinitos. Como la frontera del conjunto factible puede no ser convexa, no es posible hacer uso de la teoría general para correspondencias con gráfico convexo, como por ejemplo, el Teorema de Robinson-Ursescu.

Expositor: **Alberto Ferrari**
Autores: Alberto Ferrari, Graciela Nasini, Pablo Torres.
Lugar: Universidad Nacional de Rosario - CONICET.

Número de identificación en grafos P_4-tidy

El concepto de *código de identificación* fue introducido en 1998 en [2] y entre sus aplicaciones pueden mencionarse problemas tales como diagnóstico de fallas en sistemas [2] y redes de sensores de emergencia en instalaciones [3].

Sea un grafo $G = (V, E)$. Notamos con $N[v]$ la vecindad cerrada de un vértice v de G. Dado $C \subset V$, decimos que C satisface:

- la propiedad D si C es un *conjunto dominante* de G, i.e. $D \cap N[v] \neq \emptyset$, para todo $v \in V$.

- la propiedad Δ si C es un código separador de G, i.e. para cada par de vértices distintos u, v de G, se verifica $(N[u] \Delta N[v]) \cap C \neq \emptyset$.

- la propiedad $\bar{D}$ si $(V \setminus N[v]) \cap C \neq \emptyset$, para todo $v \in V$.

Para todo $R \subset \{D, \Delta, \bar{D}\}$, definimos

$$\gamma_R(G) = \text{mín}\{|C| : C \text{ satisface la propiedad } P, \ \forall P \in R\}.$$

Un subconjunto C de V es un *código de identificación de* G si C es un conjunto dominante y un código separador de G.

El *número de identificación* de G, denotado $\gamma_{ID}(G)$, es el mínimo k tal que G admite un código de identificación de cardinal k. Luego, $\gamma_{ID}(G) = \gamma_{D\Delta}(G)$. Calcular el número de identificación de un grafo es un problema NP-difícil en grafos split, de intervalos, planares y bipartitos (ver, por ejemplo, [1]).

En este trabajo presentamos un algoritmo de programación dinámica polinomial para determinar el número de identificación de grafos P_4-*tidy*, una superclase de los cografos que incluye a los P_4-*sparse*.

El algoritmo se basa en la descomposición modular de grafos. En consecuencia, fue necesario en primer lugar determinar, para todo $R \subset \{D, \Delta, \bar{D}\}$, el comportamiento del parámetro $\gamma_R(G)$ bajo las operaciones *join* y *unión* de grafos. Finalmente, calculamos todos los parámetros para los grafos modulares P_4-*tidy*, que incluyen los grafos arañas y *quasi*-arañas.

Referencias

[1] Florent Foucaud, *Aspects combinatoires et algorithmiques des codes identifiants dans les graphes*, PhD Thesis, Université Bordeaux 1, France, 2012.

[2] M. G. Karpovsky, K. Chakrabarty, L. B. Levitin. *On a new class of codes for identifying vertices in graphs.* IEEE Trans. Inf. Th. **44**:599–611, 1998.

[3] S. Ray, R. Ungrangsi, F. De Pellegrini, A. Trachtenberg, D. Starobinski. *Robust location detection in emergency sensor networks.* Proceedings of IEEE INFOCOM 2003, 1044–1053.

Expositor: **Pablo G. Fekete**

Autores: Néstor E. Aguilera (a, b), Mariana S. Escalante (a, c), Pablo G. Fekete (a, c).

Lugar: CONICET (a), U. Nac. del Litoral (b), U. Nac. de Rosario (c).

Operadores lift-and-project sobre distintos poliedros asociados a grafos

Una forma de abordar problemas combinatorios que está dentro de las más fructíferas tanto en la teoría como en la práctica, es la de representar sus soluciones como los puntos enteros de un poliedro $P \subset [0,1]^n$. Se intenta después describir la cápsula convexa de dichos puntos, P_I (o aproximarla), a fin de optimizar un programa lineal.

Estudiamos dos operadores (N y N_0) de tipo «lift-and-project», cuya reiterada aplicación a partir de P genera una secuencia de poliedros, cada uno incluído en el anterior, que converge a P_I en a lo sumo n pasos.

Definidos por Lovász y Schrijver [4], estos operadores fueron estudiados primero en el contexto del máximo conjunto estable en un grafo, partiendo de la relajación por aristas FRAC(G). En particular, los autores probaron que ambos operadores coinciden en la primera iteración: $N_0(\text{FRAC(G)}) = N(\text{FRAC}(G))$, para cualquier grafo G.

Lipták y Tunçel [3] formularon dos conjeturas relacionadas: la *Conjetura* $N - N_0$, según la cual los dos operadores coinciden en todas las sucesivas iteraciones desde FRAC(G), y la *Conjetura de Rangos*, que afirma que el mínimo número de iteraciones necesarias para obtener la cápsula convexa de los puntos enteros de FRAC(G) (denominado *rango* de dicho poliedro) es igual para los dos operadores, para cualquier grafo G.

Au y Tunçel [2] exhibieron un contraejemplo para la Conjetura $N - N_0$. Sin embargo, la Conjetura de Rangos permanece abierta, habiendo sido verificada para algunas familias de grafos, entre ellas, la de los grafos perfectos.

Continuando trabajos anteriores en el estudio de estos operadores, sus similitudes y diferencias, en éste planteamos (y resolvemos en algunos casos) los mismos interrogantes de las conjeturas anteriores cuando se aplican los operadores sobre otra relajación de los conjuntos estables (la *relajación clique*) y sobre poliedros asociados a otros problemas en grafos: cubrimiento de aristas por vértices, matching y cubrimiento de vértices por aristas

Referencias

[1] N. Aguilera, S. Bianchi, G. Nasini, *Lift and project relaxations for the matching and related polytopes*. Discrete Applied Mathematics 134 (2004), pp. 193–212.

[2] Y. Au, L. Tunçel, *On the polyhedral lift-and-project methods and the fractional stable set polytope*. Discrete Optim. 6 (2009), pp. 206–213.

[3] L. Lipták, L. Tunçel, *The stable set problems adn the lift-and-project ranks of graphs*. Math. Programming B 98(2003), pp. 319–353.

[4] L. Lovász, A. Schrijver, *Cones of matrices and set-functions and* $0-1$ *optimization*. Siam J. Optim. 1 (1991), pp. 166–190.

Expositor: **Pablo De Caria**

Autores: Pablo De Caria y Marisa Gutierrez.
Lugar: CONICET/ Departamento de Matemática, Universidad Nacional de La Plata.

RECONOCIENDO FAMILIAS DE ÁRBOLES CLIQUE DE GRAFOS CORDALES Y SUS SUBFAMILIAS

Los *grafos cordales* son definidos como aquellos grafos cuyos ciclos de longitud mayor o igual que cuatro poseen una cuerda. Una condición necesaria y suficiente para que un grafo G sea cordal es la existencia de un *árbol clique* T, el cual está definido de la siguiente manera: sus vértices son los cliques de G, es decir, los conjuntos maximales de vértices adyacentes de a pares, y se cumple que, para cada vértice v de G, el conjunto $\mathcal{C}_v$ de cliques que tienen a v como elemento induce un subárbol de T.

Encontrar un árbol clique de un grafo cordal G dado es simple desde el punto de vista algorítmico, pero el número total de árboles clique de G puede ser exponencial. En un trabajo previo [1], se consideró el siguiente problema: dada una familia $\mathcal{T}$ de árboles con conjunto V de vértices, determinar si existe un grafo cordal cuya familia de árboles clique es $\mathcal{T}$. Allí se muestra que el problema puede ser resuelto en tiempo polinomial con respecto a $|\mathcal{T}|$ y a $|V|$.

Algunos grafos cordales poseen tipos especiales de árboles clique. Un *UV-árbol clique* T de G es un árbol clique tal que $\mathcal{C}_v$ induce un camino en T para todo vértice v de G. Decimos además que T es un *DV-árbol clique* si sus aristas pueden ser orientadas de modo que $\mathcal{C}_v$ induce un camino dirigido en T para todo vértice v de G.

En este trabajo se considerarán versiones más complejas del problema descrito en el segundo párrafo. No sólo se proporcionará una familia $\mathcal{T}$ de árboles, sino también una subfamilia $\mathcal{T}'$, pidiéndose la condición adicional de que los árboles de $\mathcal{T}'$ sean los UV o DV árboles clique del grafo que se busca.

Referencias

[1] Pablo De Caria y Marisa Gutierrez, *Determining what sets of trees can be the clique trees of a chordal graph*, J Braz Comput Soc 18 (2012), pp. 121-128.

Expositor: **Ma. Susana Montelar**

Autores: Silvia Ma. Bianchi, Mariana Escalante, Ma. Susana Montelar.
Lugar: Universidad Nacional de Rosario.

SOBRE EL ÍNDICE DISYUNTIVO DE GRAFOS JUNTA A-PERFECTOS.

En este trabajo consideramos el comportamiento del operador disyuntivo definido por Balas, Ceria y Cornuéjols en [1] sobre la relajación clique del politopo de los conjuntos estables de los *grafos junta a-perfectos* definidos por Wagler en [2]. Un grafo G es junta a-perfecto si las facetas no triviales que describen su politopo de conjuntos estables, están asociadas a la junta completa de grafos antiweb primas $A_{n_1}^{k_1}, \ldots, A_{n_s}^{k_s}$ (complementos de grafos redes $W_{n_i}^{k_i-1}$ con $mcd(n_i, k_i) = 1$). Estas desigualdades son de la forma

$$\sum_{t \leq s} \frac{1}{\alpha(A_{n_t}^{k_t})} x(A_{n_t}^{k_t}) \leq 1. \tag{47}$$

Desafortunadamente, no hay un algoritmo que en tiempo polinomial resuelva el problema del conjunto estable en grafos junta a-perfectos, ya que el problema de separación para desigualdades de rango asociada a los grafos antiwebs es NP-difícil. El operador disyuntivo es uno de los operadores lift-and-project, que ha sido ampliamente utilizados para la búsqueda de las desigualdades válidas para el politopo de los conjuntos estables de un grafo. Una de las principales ventajas de este operador es que conserva la estructura combinatoria del problema original. Nuestro principal objetivo es determinar una cota para el rango disyuntivo de las desigualdades que describen el politopo de los conjuntos estables de los grafos junta a-perfectos.

Una cota inferior para el rango disyuntivo de una desigualdad muestra la dificultad para obtenerla, de manera que si esta es alta, puede resultar conveniente añadir la desigualdad directamente a la relajación lineal del problema en lugar de generarla a través de una secuencia de iteraciones del procedimiento disyuntivo.

En primer lugar determinamos el rango disyuntivo de las desigualdades de rango completo de las antiwebs primas. Este resultado nos permite establecer una cota inferior tanto para el rango disyuntivo de las desigualdades (47), como para el índice disyuntivo de grafos junta a-perfectos.

Por otro lado, teniendo en cuenta que el indice disyuntivo de un grafo coincide con el de su complemento, determinamos el índice de disyuntivo de las antiwebs y observamos que en muchos casos las desigualdades de rango completo no son las facetas de máxima profundidad de acuerdo con este operador.

Referencias

[1] E. Balas, S. Ceria, G. Cornuéjols, A lift and project cutting plane algorithm for mixed 0-1 programs, *Mathematical Programming*, 58, (1993) 295–324.

[2] A. Wagler, Beyond perfection: On relaxations of superclasses. Habilitation Thesis, Magdeburg University, Germany (2006).

Expositor: **María del Carmen Varaldo**
Autores: Mariana Escalante (1,3), Javier Marenco (2), María del Carmen Varaldo (3).
Lugar: (1) CONICET, (2)Universidad Nacional de Gral. Sarmiento - Universidad Nacional de Buenos Aires, (3) .

Sobre la adyacencia de los vértices del poliedro de planificación por lotes con costos de start-up continuos

Este trabajo está relacionado con el análisis poliedral de la cápsula convexa de las soluciones factibles del problema de planificación por lotes con costos de set-up y costos de start-up continuos, denotada por P .

Se considera una máquina que produce un solo tipo de producto en un horizonte finito de períodos. El propósito es determinar un plan de producción óptimo que, satisfaciendo la demanda, minimice el costo total, compuesto por el costo de producción, el de set-up y el de start-up de la máquina. El concepto de start-up continuo no corresponde al estándar (discreto) existente en la literatura [1, 5]. Un start-up continuo se genera en un período cuando la producción en él es no nula y la producción en el período anterior es no saturada [4]. El enfoque poliedral de este modelo no ha sido realizado previamente por otros autores. En trabajos anteriores [2, 3] se estudiaron propiedades generales del poliedro P, se determinaron familias de desigualdades que definen facetas de P, se encontró la descripción completa de P para un caso particular de demandas constantes suficientemente grandes.

El principal aporte de este trabajo consiste en presentar una caracterización de los vértices del poliedro P, determinar condiciones sobre adyacencias de los mismos y mostrar cotas para el diámetro de P.

Referencias

[1] M. Constantino, A cutting plane approach to capacitated lot-sizing with start-up costs, Mathematical Programming **5** (1996), 353–376.

[2] M. Escalante, J. Marenco and M. C. Varaldo, A polyhedral study of the single-item lot-sizing problem with continuous start-up costs, Electronic Notes in Discrete Mathematics **37** (2011), 261–266.

[3] M. Escalante, J. Marenco and M. C. Varaldo, Poliedro de planificación por lotes con costos de start-up continuos y demandas constantes, IV Congreso latinoamericano de Matemáticos, Córdoba, Argentina (2012).

[4] F. Toledo, M. dos Santos, M. Arenales and P. Seleghim, Logistica de distribuicão de água em redes urbanas- Racionalizacão energética, Notas do ICMC/USP, série computacão **88**, (2007).

[5] G. van Hoesel, A. Wagelmans and L. Wolsey, Polyhedral characterization of the economic lot-sizing problem with start-up costs, SIAM Journal of Discrete Mathematics **7(1)** (1994), 141–151.

Expositor: **S. Bianchi**
Autores: G. Argiroffo, S. Bianch, A. Wagler.
Lugar: FCEIA-UNR y ISIMA Univ. Blaise Pascal.

Sobre la descripción del poliedro de códigos de identificación de ciclos

Dados un grafo $G = (V, E)$ y un vértice v de G, se denota por $B_1(v)$ al conjunto de vértices a distancia a lo sumo 1 de v, es decir $B_1(v)$ es la vecindad cerrada de v. Un subconjunto de vértices es *dominante* (resp. *de identificación*) si $B_1(v) \cap C$ es no vacío (resp. distintos), para todo $v \in V$. Un *código de identificación* de G es un subconjunto de vértices dominante y de identificación. El *problema del mínimo código de identificación* consiste en obtener un código de identificación de cardinal mínimo.

En [1] se formula el problema en términos de programa entero y se define el correspondiente poliedro de identificación de un grafo G, denotado $Q_{ID}(G)$. Más aún, en este trabajo se estudia la estructura de $Q_{ID}(C_n)$ donde C_n es el ciclo de n vértices, y se consigue identificar desigualdades que definen facetas.

Más tarde en [2] se definió un hipergrafo asociado a la estructura particular de la matriz participante en la formulación poliedral del problema. Esta estructura ha permitido la identificación de familias de facetas que se derivan de hiperciclos impares en el hipergrafo.

Por otra parte, se ha observado que estos hiperciclos son estructuras en el hipergrafo que se obtienen por borrado de ciertos vértices, este hecho permite asegurar que las facetas que se consiguen mantienen su condición de facetas para cualquier poliedro de código de identificación cuya matriz admita a esos hiperciclos como subgrafos inducidos de sus correspondientes hipergrafos.

En esta contribución obtenemos una nueva familia de desigualdades que definen facetas y que son obtenidas a partir de liftings de desigualdades de rango asociadas a hiperciclos inducidos.

Referencias

[1] G. Argiroffo, S. Bianchi and A. Wagler, *The identifying code polyhedron of cycles*, in special session on “Packing, Covering and Domination” of ISMP 2012.

[2] G. Argiroffo, S. Bianchi and A. Wagler, *Polyhedra associated with identifying codes*, por aparecer en Electronic Notes in Discrete Mathematics (enero de 2013).

Expositor: **Noemí A. Gudiño**
Autores: Liliana Alcón, Noemí A. Gudiño y Marisa Gutierrez.
Lugar: Universidad Nacional de la Plata.

Sobre la dimensión de posets representables mediante contención de caminos en un árbol

Un conjunto parcialmente ordenado o poset $\mathbf{P}$ es un par (X, P) donde X es un conjunto y P es una relación binaria reflexiva, antisimétrica y transitiva definida en X; se escribe $x \leq y$ cuando $(x, y) \in P$. El grafo dirigido $G_{\mathbf{P}} = (X, E)$, que se llama grafo subyacente a $\mathbf{P}$, tiene como conjunto de vértices a X y $xy \in E$ si y sólo si $x < y$. Para cada poset $\mathbf{P} = (X, P)$ existe una familia $\Psi = (S_x)_{x \in X}$ tal que $x \leq y$ si y sólo si $S_x \subseteq S_y$. La función $f : X \to \Psi$ definida como $f(x) = S_x$ se dice una representación por contención de $G_{\mathbf{P}}$ y $\mathbf{P}$.

En la literatura existen varias referencias a clases de grafos de comparabilidad y de posets definidas mediante la imposición de condiciones sobre los conjuntos de las representaciones por contención. Por ejemplo, un poset se dice de contención de intervalos (CI) si admite una representación por contención en la cual los conjuntos son intervalos de la recta real. Una generalización de los posets CI son los posets CPT definidos como aquellos que admiten una representación por contención de caminos de un árbol.

La dimensión de $\mathbf{P}$ se define como el menor entero positivo k para el cual existen $L_1, L_2, ...L_k$ extensiones lineales de $\mathbf{P}$ tales que $P = \bigcap_{i=1}^{k} L_i$. Se ha demostrado en [1] que $\mathbf{P}$ es un poset CI si y sólo si $\mathbf{P}$ tiene dimensión a lo sumo 2. En [2], Spinrad plantea si existe un resultado equivalente para posets CPT, es decir, se pregunta si exite un natural k tal que para todo poset $\mathbf{P}$ de la clase CPT se verifica que $dim(\mathbf{P}) \leq k$.

En este trabajo respondemos negativamente a esta pregunta; para ello consideramos un árbol T y la familia de caminos de T cuyos extremos son hojas de T.

Referencias

[1] Dushnik, Ben and Miller, E.W.; Partially Ordered Sets, American Journal of Mathematics, vol.LXIII, 1941.

[2] Jeremy P. Spinrad , Efficient Graph Representations, Fields Institute Monographs.

12. Teoría de Probabilidad

Conferencias invitadas

- Pablo Azcue, Pago óptimo de dividendos y cambio óptimo de régimen en un modelo de riesgo con saltos.
- Inés Armendáriz, Trayectorias del proceso de Hammersley.

Expositor: **Eugenio Della Vecchia**
Autores: Eugenio Della Vecchia (1), Silvia Di Marco (1), Alain Jean-Marie (2).
Lugar: (1) Universidad Nacional de Rosario. CONICET. Argentina. (2) LIRMM, INRIA. Francia..

Aproximaciones estructurales en juegos markovianos entre agentes sensibles al riesgo

En el presente trabajo analizamos cómo la incertidumbre sobre los parámetros afecta a un juego markoviano a suma nula, en el que los jugadores son sensibles al riesgo que sus acciones generan y el criterio con que se evalúan la políticas percibe esa sensibilidad.

Se considera un juego definido sobre un espacio de estados boreliano y espacios de acciones compactos. El estudio se realiza aproximando los valores y las políticas de equilibrio, cuando se consideran datos imprecisos del modelo.

De manera específica, estimamos y damos cotas para los errores provenientes de aproximaciones sobre las probabilidades de transición entre estados, del factor de descuento y de la función de beneficio instantánea. El enfoque propuesto se basa en resultados presentados por Tidball y Altman, [2], sobre juegos de suma nula genéricos.

En particular, las aproximaciones mencionadas se aplican al caso de modelos de decisión markovianos con jugadores con aversión al riesgo.

Este trabajo se presenta como continuación de [1], en donde definimos los juegos descontados con jugadores sensibles al riesgo y estudiamos la convergencia del procedimiento de horizonte móvil, el cual proporciona aproximaciones diferentes de los valores del problema y sus políticas de equilibrio.

Referencias

[1] Della Vecchia E., Di Marco S., *Juegos estocásticos de suma nula y horizonte infinito con jugadores sensibles al riesgo.* Comunicación del *IV Congreso Latinoamericano de Matemáticos.* Córdoba, agosto de 2012.

[2] Tidball M., Altman E., *Approximations in dynamics zero-sum games.* SIAM J. Control and Optimization, 34, nro 1, 1996, pp. 311 - 328.

Expositor: **Julieta Bollati**
Autores: Julieta Bollati, Ana Busic, Emmanuel Hyon.
Lugar: FCEIA-UNR (Universidad Nacional de Rosario).

Cálculo efectivo de los niveles críticos en un modelo estocástico de gestión de stock.

Consideramos un inventario con un único tipo de ítem y una capacidad de stock finita. Ante el arribo de una demanda podemos decidir satisfacerla o rechazarla. En nuestro problema consideramos distintas clases de demandas y las clasificamos de acuerdo al costo por rechazar dicha clase. El objetivo es encontrar una sucesión de decisiones óptimas que minimicen el costo. En particular nos concentramos en políticas de nivel crítico. Las mismas operan de la siguiente forma: si en un sistema tenemos n clases distintas, entonces una demanda de la clase j será satisfecha si el stock excede el nivel crítico asociado a la clase j. En este sentido, el stock puede retenerse para satisfacer demandas con mayor costo por rechazo. Estas políticas pueden ser vistas como un conjunto de límites (uno por cada clase) que determinan la acción óptima a ejecutar. Consideramos el cálculo de los niveles críticos (o umbrales) en un sistema de gestión donde las demandas y las reposiciones son probabilísticas y en el que la demanda insatisfecha se da por perdida (no consideramos aquellas que pueden quedar en espera). Comparamos diferentes heurísticas para el cálculo de dichos niveles críticos. Además proponemos aproximaciones a través de problemas continuos.

Expositor: **Guardiola, Melina**
Autores: Guardiola, Melina (1) - Perera, Gonzalo (2) - Tablar, Ana (1).
Lugar: (1) Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur. (2) IMERL, Facultad de Ingeniería, Uni.

Modelo Probabilístico y Viabilidad de la Teoría de Mundo Pequeño en Facebook

Una red social presenta el "fenómeno de mundo pequeño" si, en términos generales, dos individuos cualesquiera en la red pueden ser conectados a través de una cadena corta de intermediarios. En particular, la teoría de los "Seis Grados de Separación" conjetura que cualquier persona puede estar conectada con cualquier otra, a través de una cadena de no más de cinco intermediarios en promedio que se conocen mutuamente dos a dos, conectando a ambas personas con sólo seis enlaces o saltos.

La medición del fenómeno mencionado en una red cualquiera es sencilla, consiste en hallar las distancias entre pares de vértices que la componen y calcular su distancia media. En una red social, una distancia de un grado es la que conecta a un individuo con un amigo o conocido, la relación es directa y sin intermediarios. Una distancia de dos grados, conecta a un individuo con un amigo de su amigo, y así sucesivamente.

En este trabajo estudiaremos la viabilidad de la “Teoría de Mundo Pequeño” en la red social Facebook. Contamos con un modelo probabilístico que describe la dinámica a largo plazo de la red representado por una cadena de markov matricial finita. Presentaremos una definición rigurosa del “grado medio de separación” entre dos perfiles que nos permitirá mediante resultados asintóticos analizar la conectividad y la posibilidad de mundo pequeño en distintos contextos comunicacionales. Para ello utilizaremos el concepto de “transversalidad completa” y algunos resultados que hemos obtenido para este modelo.

Referencias

[1] DasGupta A. (2008) *Asymptotic Theory of Statistics and Probability.* Springer, New York. ISBN 978-0-387-75970-8.

[2] Furth B. (2010) *Handbook of Social Network Technologies and Applications.* Springer. ISBN 978-1-4419-7141-8.

[3] Jones G. (2004) *On the Markov chain central limit theorem.* Prob. Surveys, 1, 299-320.

Expositor: **Guardiola, Melina**
Autores: Guardiola, Melina (1) - Perera, Gonzalo (2) - Tablar, Ana (1).
Lugar: (1) Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur - (2) IMERL, Facultad de Ingeniería, Un.

Modelo Probabilístico y Viabilidad de la Teoría de Mundo Pequeño en Facebook

Una red social presenta el “fenómeno de mundo pequeño” si, en términos generales, dos individuos cualesquiera en la red pueden ser conectados a través de una cadena corta de intermediarios. En particular, la teoría de los “Seis Grados de Separación” conjetura que cualquier persona puede estar conectada con cualquier otra, a través de una cadena de no más de cinco intermediarios en promedio que se conocen mutuamente dos a dos, conectando a ambas personas con sólo seis enlaces o saltos.

La medición del fenómeno mencionado en una red cualquiera es sencilla, consiste en hallar las distancias entre pares de vértices que la componen y calcular su distancia media. En una red social, una distancia de un grado es la que conecta a un individuo con un amigo o conocido, la relación es directa y sin intermediarios. Una distancia de dos grados, conecta a un individuo con un amigo de su amigo, y así sucesivamente.

En este trabajo estudiaremos la viabilidad de la "Teoría de Mundo Pequeño" en la red social Facebook. Contamos con un modelo probabilístico que describe la dinámica a largo plazo de la red representado por una cadena de markov matricial finita. Presentaremos una definición rigurosa del "grado medio de separación" entre dos perfiles que nos permitirá mediante resultados asintóticos analizar la conectividad y la posibilidad de mundo pequeño en distintos contextos comunicacionales. Para ello utilizaremos el concepto de "transversalidad completa" y algunos resultados que hemos obtenido para este modelo.

Referencias

[1] DasGupta A. (2008) *Asymptotic Theory of Statistics and Probability.* Springer, New York. ISBN 978-0-387-75970-8.

[2] Furth B. (2010) *Handbook of Social Network Technologies and Applications.* Springer. ISBN 978-1-4419-7141-8.

[3] Jones G. (2004) *On the Markov chain central limit theorem.* Prob. Surveys, 1, 299-320.

Expositor: **Nahuel SOPRANO LOTO**
Autores: Pablo FERRARI, Inés ARMENDARIZ, Nahuel SOPRANO LOTO.
Lugar: Universidad de Buenos Aires.

Representación de random cluster para el clock model con q estados

La representación de random cluster del modelo de Potts (y en particular del modelo de Ising) es un método clásico que vincula unívocamente la unicidad de medida de Gibbs con la ausencia de percolación bajo la medida de random cluster asociada. Comparando estocásticamente la medida de random cluster con la medida de Bernoulli bond percolation, y utilizando lo que se conoce de este último modelo, se consigue hallar una estimación de la temperatura crítica en el modelo de Potts. Tal representación ha sido también utilizada en otros modelos tales como el modelo de Ashkin-Teller, el modelo de Potts desordenado ferromagnético, el modelo de Edwards-Anderson spin-glass y el modelo de Widom-Rowlinson. Estos temas se desarrollan con precisión en [1] y [2].

En nuestro trabajo se obtiene una representación de random cluster para el clock model con q estados. Utilizando esta representación se demuestra, en el caso $q = 4$, la propiedad de correlación positiva y se presenta un intervalo de temperatura para el cuál los estados puros son distintos.

Referencias

[1] Geoffrey Grimmett; *The random-cluster model*, volumen 333 de *Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften [Fundamental Principles of Mathematical Sciences]*, Springer-Verlag, Berlin, 2006

[2] Georgii, Hans-Otto and Häggström, Olle and Maes, Christian; *The random geometry of equilibrium phases*, volumen 18 de *Phase transitions and critical phenomena*, Academic Press, San Diego, 2001.

Expositor: **Santiago Saglietti**
Autores: Pablo Groisman, Santiago Saglietti.
Lugar: Universidad de Buenos Aires.

Resultados de convergencia de medidas de Gibbs bajo el régimen FFG

En su trabajo "Loss network representation of Peierls contours" los autores Fernández, Ferrari y García proponen una dinámica que tiene como propósito la simulación perfecta de medidas de Gibbs en modelos de la mecánica estadística bajo el régimen de unicidad (baja actividad). Más precisamente, si la actividad del modelo es suficientemente baja, existe una única medida de Gibbs para dicho modelo y es posible construir una dinámica estacionaria que tenga como distribución invariante a la respectiva medida de Gibbs.

Repasaremos la construcción de la dinámica propuesta por estos autores en algunos casos particulares y mostraremos cómo dicha construcción puede utilizarse para acoplar medidas de Gibbs de diferentes modelos a baja actividad. A partir de estos estos acoplamientos es posible obtener resultados de convergencia del tipo:

i. Continuidad de la medida de Gibbs con respecto a la actividad del modelo

ii. Continuidad de la medida de Gibbs con respecto a las interacciones del modelo (por ejemplo, cuando interacciones suaves convergen a interacciones duras)

iii. Continuidad de las medidas de Gibbs con respecto a la temperatura en el modelo de Ising bajo el régimen de NO unicidad.

13. Teoría de Lie

Conferencias invitadas

- Leandro Cagliero, El anillo clasificante de un grupo de Lie presentado como el álgebra de invariantes de un grupo en $U(k)^M \otimes U(a)$.
- Pablo Román, Funciones esféricas matriciales.

Expositor: **Valencia C. Lorena**
Autores: Galina Esther, Valencia C. Lorena.
Lugar: Universidad Nacional de Córdoba, FaMAF.

$\mathcal{G}^{min}$-órbitas localmente nilpotentes de $\mathfrak{sl}_2^1(\mathbb{C})$

Sea $\mathfrak{g}$ un álgebra de Lie simple compleja de dimensión finita, G_{ad} el grupo adjunto asociado a $\mathfrak{g}$ y Ad la representación adjunta de G_{ad} en $\mathfrak{g}$. Dado $x \in \mathfrak{g}$, la G_{ad}-órbita $\mathcal{O}_x$ de x consiste de elementos nilpotentes. Es bien conocida la clasificación de estas órbitas mediante diagramas de Dynkin con pesos (ver [CM]).

Ahora, sea $\hat{\mathfrak{g}}$ un álgebra de Kac Moody y ad la representación adjunta de $\hat{\mathfrak{g}}$. Decimos que $x \in \hat{\mathfrak{g}}$ es localmente nilpotente si el endomorfismo adx sobre $\hat{\mathfrak{g}}$ es localmente nilpotente. Se han realizado varias construcciones de grupos de Kac Moody asociados a álgebras de Kac Moody, en este caso trabajaremos con el grupo de Kac Moody minimal $\mathcal{G}^{min}$ construido por Kac y Peterson que se muestra en [Ku]. Sea Ad la representación adjunta de $\mathcal{G}^{min}$ sobre $\hat{\mathfrak{g}}$; en analogía con el caso clásico, dado $x \in \mathfrak{g}$ localmente nilpotente los elementos de la $\mathcal{G}^{min}$-órbita $\mathcal{O}_x$ de x son localmente nilpotentes.

Consideremos $\mathfrak{g}$ un álgebra de Lie simple compleja de dimensión finita y $\hat{\mathfrak{g}}$ el álgebra de Kac Moody afín (untwisted) asociada a $\mathfrak{g}$ (como en [Ka] o [Ku]), es decir, $\hat{\mathfrak{g}} = (\mathcal{A} \otimes_{\mathbb{C}} g) \oplus \mathbb{C}c \oplus \mathbb{C}d$, donde $\mathcal{A} = \mathbb{C}[t, t^{-1}]$ es el anillo de polinomios de Laurent, c es un elemento central de $\hat{\mathfrak{g}}$ y bajo el bracket de Lie:

$[t^m \otimes x + \lambda c + \mu d, t^n \otimes x' + \lambda' c + \mu' d] = t^{m+n} \otimes [x, x'] + \mu n t^n \otimes x' - \mu' m t^m \otimes x + m\delta_{m,-n}\langle x, x'\rangle c$

para $\lambda, \mu, \lambda', \mu' \in \mathbb{C}$, $m, n \in \mathbb{Z}$ y $x, x' \in \mathfrak{g}$, donde $\langle \cdot, \cdot \rangle$ es la forma bilineal simétrica, no degenerada, invariante sobre $\mathfrak{g}$.

Dados $x \in \mathfrak{g}$ nilpotente y $n \in \mathbb{Z}$, se tiene que $x \otimes t^n$ es localmente nilpotente en $\hat{\mathfrak{g}}$, a estos elementos los denominaremos elementos homogéneos localmente nilpotentes. A cada uno de estos elementos podemos asociarle una subálgebra de $\hat{\mathfrak{g}}$ isomorfa a $\mathfrak{sl}_2(\mathbb{C})$ conteniendo a $x \otimes t^n$ como su elemento nilpositivo. En el caso en que $\mathfrak{g} = \mathfrak{sl}_2(\mathbb{C})$ tenemos una clasificación de las $\mathcal{G}^{min}$-órbitas homogéneas localemente nilpotentes de $\hat{\mathfrak{g}} = \mathfrak{sl}_2^1(\mathbb{C})$ a través de diagramas de Dynkin con pesos. Este es el ejemplo más sencillo a considerar en el problema de clasificar las $\mathcal{G}^{min}$-órbitas localmente nilpotentes de álgebras de Kac Moody afines.

[CM] D. Collingwood and W. McGovern, Nilpotent Obits in Semisimple Lie Algebras. Van Nostrand Reinhold: New York, 1993.

[Ku] S. Kumar. Kac-Moody Groups, their flags Varieties and, Representation Theory. Progress in Mathematics, Vol. 204. Birkhauser, 2002.

[Ka] V. G. Kac. Infinite Lie Algebras, 3rd edition. Cambridge University Press, Cambridge 1990.

Expositor: **Gastón Andrés García**
Autores: Nicolás Andruskiewitsch, Giovanna Carnovale, Gastón Andrés García.
Lugar: Universidad Nacional de La Plata.

Álgebras de Hopf punteadas sobre grupos finitos simples de tipo Lie

Esta charla está basada en un trabajo en conjunto con N. Andruskiewitsch (FaMAF) y G. Carnovale (U. Padua). El mismo se enmarca en el problema general de clasificación de álgebras de Hopf punteadas complejas H de dimensión finita sobre un grupo finito simple.

Diremos que un grupo finito G *colapsa* cuando toda álgebra de Hopf punteada H, con $G(H) \simeq G$ es isomorfa a $\Bbbk G$. Este problema fue atacado por diversos autores obteniendo, entre otros, los siguientes resultados: si $G \simeq \mathbb{Z}/p$ es simple abeliano, entonces la clasificación es conocida. En el caso que G es no abeliano, el problema está lejos de ser resuelto. Sin embargo, se conocen algunos resultados parciales. Entre ellos, si $G \simeq \mathbb{A}_m$, $m \geq 5$ es un grupo alternado, entonces G colapsa. Si G es un grupo esporádico simple, entonces G colapsa, excepto para los casos $G = Fi_{22}$, B, M.

Un hecho notable es que la clase de espacios trenzados que se corresponden a álgebras de Hopf punteadas sobre grupos no abelianos se puede identificar con aquellos que se pueden construir usando *racks* y cociclos. En este sentido, diremos que un rack X colapsa si el álgebra de Nichols asociada a X es de dimensión infinita para todo cociclo. Por lo tanto, dado un grupo simple no abeliano G, como primer paso hacia la solución del problema planteado, uno debe determinar todas las clases de conjugación de G que colapsan.

Si G es un grupo finito de tipo Lie, uno puede reducir el estudio a las clases de conjugación de elementos semisimples o unipotentes. En esta charla presentaremos nuestro estudio sobre clases de conjugación unipotentes en grupos de tipo Chevalley basándonos en la presentación explícita de nuestro resultado sobre $\mathbf{PSL}_n(q)$.

Expositor: **Sebastián Simondi**
Autores: Sebastián Simondi, Raul Mieras.

Lugar: Instituto de Ciencias Básicas. Universidad Nacional de Cuyo.

Conjuntos fundamentales especiales de soluciones de la ecuación hipergeométrica matricial

La ecuación diferencial hipergeométrica matricial

$$z(1-z)F''(z) + (C - z(A+B+1))F'(z) - ABF(z) = 0 \tag{48}$$

donde A, B y $C \in \mathbb{C}^{n\times n}$, y F es una función compleja con valores en $\mathbb{C}^n$ fue introducida y resuelta por Tirao [Ti]. Para ello, desarrolla una generalización matricial del método de Frobenius clásico, a partir de la cual, define la función hipergeométrica matricial ${}_2F_1\left(\begin{smallmatrix} A\,;\,B \\ C \end{smallmatrix}; z\right)$ y prueba que si $spec(C) \cap (-\mathbb{N}_0) = \emptyset$, entonces $F(z) = {}_2F_1\left(\begin{smallmatrix} A\,;\,B \\ C \end{smallmatrix}; z\right) F_0$ es la única solución analítica de la ecuación hipergeométrica matricial tal que $F(0) = F_0 \in \mathbb{C}^n$. Además, demuestra que si $spec(C) \cap [(spec(C)+\mathbb{N}) \cup (\mathbb{N}+1)] = \emptyset$ y G_0 es un autovector de C de autovalor β, entonces $F(z) = z^{1-\beta}{}_2F_1^{1-\beta}\left(\begin{smallmatrix} A\,;\,B \\ C \end{smallmatrix}; z\right) G_0$ es una solución de la ecuación (1) sobre una región simplemente conexa de $\mathbb{C} - \{0,1\}$. Bajo estas hipótesis, construye un conjunto fundamental de soluciones de la ecuación hipergeométrica matricial.

Desde entonces ha surgido un especial interés en el estudio de los conjuntos fundamentales de soluciones de la ecuación (1) y sus generalizaciones, debido a su estrecha relación con las Funciones Esféricas y los Polinomios Ortogonales Matriciales.

El objetivo principal de esta comunicación, es presentar una generalización matricial de los casos especiales del método de Frobenius desarrollada para calcular nuevos conjuntos fundamentales de soluciones de la ecuación hipergeométrica diferencial cuando $spec(C) \cap [(spec(C)+\mathbb{N}) \cup (\mathbb{N}+1)] \neq \emptyset$. Las nuevas soluciones encontradas se escriben en términos de potencias de logaritmos y funciones hipergeométricas matriciales ${}_2F_1$ que son generalizaciones de las soluciones clásicas.

[Ti] T. Tirao, *The matrix-valued hypergeometric equation*, Proc. Natl Acad. Sci U.S.A. 100 (14) (2003) 8138-8141.

Expositor: **Fernando Levstein**
Autores: Fernando Levstein y Linda Saal.
Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba.

Distribuciones esféricas asociadas a ciertos pares de Gelfand generalizados

En este trabajo consideramos los pares de Gelfand generalizados $(\mathbb{R}_{>0} \times \mathrm{SO(n)} \ltimes H_n, \mathbb{R}_{>0} \times \mathrm{SO(n)})$, donde H_n es el grupo de Heisenberg de dimensión $2n+1$, y $\mathbb{R}_{>0} \times \mathrm{SO(n)}$ actúa en H_n por automorfismos. Primero calculamos las distribuciones esféricas, todas de tipo positivo, que se corresponden con las representaciones unitarias irreducibles de G. Estas distribuciones están parametrizadas por $\Phi_{\lambda,\alpha,k}$ con $\lambda, \alpha \in \mathbb{R}, \lambda \neq 0, k \in \mathbb{N}_0$ y por $\Phi_{u,v}$ con $u, v \in \mathbb{R}^*$. Más precisamente:

$$\Phi_{\lambda,\alpha,k} f = \sum_{i=1}^{\dim Y_k} \int_{H_n} f_0(x,y,t) < q_i, \pi_\lambda(x,y,t) q_i) > \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t$$

donde q_i es una base ortogonal de Y_k, el espacio de polinomios armónicos de grado k, y $f_0(x,y,t) = \int_{\mathbb{R}_{>0}\times \mathrm{SO(n)}} f(k,x,y,t)\mathrm{d}k$.

$$\Phi_{u,v} f = \int_{\mathbb{R}_{>0}\times M} \mathcal{F} f_0((r, \bar{k}^{-1}) \cdot (e_1, ue_1 + ve_2), 0) \frac{\mathrm{d}r}{r} \mathrm{d}\bar{k}$$

donde $M = \mathrm{SO(n)}/\mathrm{SO(n-2)}$, $\mathrm{d}\bar{k}$ es una medida SO(n)-invariante y $\mathcal{F}$ denota la transformada de Fourier.

También obtuvimos una fórmula de inversión para $h \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^{2n})$:

$$h(x,y) = \int_{\mathbb{R}^2} h * \Phi_{(u,v)} \mathrm{d}\mu(u,v).$$

con $\mathrm{d}\mu(u,v) = |v|^{n-2}\mathrm{d}u\mathrm{d}v$

Finalmente una fórmula de inversión para $f \in \mathcal{S}(\mathbb{H}_n)$, dada por:

$$f(w) = \sum_{k\in\mathbb{N}_0} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (f * \Phi_{\lambda,\alpha,k})(w) \mathrm{d}\alpha |\lambda|^n \mathrm{d}\lambda$$

Referencias

[1] J. Faraut, Distributions sphériques sur les espaces hyperboliques, J.Math. Pures et appl., 58,(1979), 369-444.

[2] A. Tengstrand, Distributions invariant under an orthogonal group of arbitrary signature, Math. Scand. **8** (1960), 201–218

[3] G. Van Dijk, Group representations on a space of distributions, Rus. J. Math. Phys. **2** (1994), 57–68

Expositor: **Ignacio Zurrián**
Autores: Ignacio Zurrián.
Lugar: U.N.C. - C.I.E.M..

Funciones Esféricas en las esferas n-dimensionales, los tipos fundamentales.

Sea G un grupo localmente compacto unimodular y K un subgrupo compacto; llamemos $\hat{K}$ el conjunto de todas las clases de equivalencia de representaciones irreducibles de dimensión finita de K. Para cada $\delta \in \hat{K}$ sea ξ_δ el carácter de δ, $d(\delta)$ la dimensión de δ y $\chi_\delta = d(\delta)\xi_\delta$. Una función esférica de tipo δ es una función continua $\Phi : G \longrightarrow \mathrm{End}(V)$ tal que $\Phi(e) = I$ y que satisface la siguiente ecuación integral.

$$\Phi(x)\Phi(y) = \int_K \chi_\delta(k^{-1})\Phi(xky)\, dk, \quad \text{para todo } x, y \in G.$$

Si G es un grupo de Lie conexo no es difícil probar que las funciones esféricas son analíticas. Y si $D(G)^K$ es el álgebra de los operadores diferenciales en G que son invariantes por multiplicación a izquierda por G y a derecha por K, tenemos que una función esférica de tipo δ está caracterizada por las siguientes propiedades:

i) $\Phi : G \longrightarrow \mathrm{End}(V)$ es una función analítica.

ii) $\Phi(k_1 g k_2) = \pi(k_1)\Phi(g)\pi(k_2)$, para todo $k_1, k_2 \in K$, $g \in G$, y $\Phi(e) = I$.

iii) $[\Delta\Phi](g) = \Phi(g)[\Delta\Phi](e)$, para todo $g \in G$ y $\Delta \in D(G)^K$.

Donde (π, V) es una representación finita de K tal que $\pi = m\delta$ con $\delta \in \hat{K}$.

En esta comunicación se exhibirán las funciones esféricas de tipo fundamental de la esfera n-dimensional $S^n \simeq \mathrm{SO}(n+1)/\mathrm{SO}(n)$, para cualquier n. Además, explicitaremos todas las funciones esféricas de tipo $\mathrm{SO}(n-1)$-irreducible, esto incluye a las de tipo trivial. En ambos casos las describiremos en términos de funciones hipergeométricas matriciales ${}_2H_1$. Para esto trabajamos con las realizaciones explícitas de las representaciones del grupo especial ortogonal real. Posteriormente construimos para cada tipo fundamental una sucesión de polinomios ortogonales con respecto a un peso W, las cuales están asociadas a las funciones esféricas y probamos que, para cualquier n, W admite un operador diferencial simétrico de segundo orden.

Expositor: **Lopez Gonzalo**
Autores: Canterle Elda -Lopez Gonzalo.
Lugar: Universidad Nacional de Salta-Fac. de Cs. Exactas.

Homología y cohomología con coeficientes adjuntos de $\mathfrak{f}_n$, $\mathfrak{b}_n$ y $\mathfrak{c}_{n,\lambda}$

Sean $\{E, H, F\}$ la base canónica de $\mathfrak{sl}(2,\mathbb{C})$ y sea I es la matriz identidad en $\mathfrak{gl}(2,\mathbb{C})$. Las subálgebras de Borel de $\mathfrak{sl}(2,\mathbb{C})$ y $\mathfrak{gl}(2,\mathbb{C})$ son respectivamente $\mathfrak{b} = \langle H, E\rangle$, $\quad \mathfrak{c} = \langle I, H, E\rangle$.

Sea $V_{n,\lambda}$ la representación irreducible de $\mathfrak{gl}(2,\mathbb{C})$ de peso máximo n en la que I actúa por el escalar $\lambda \in \mathbb{C}$. Si miramos a $V_{n,\lambda}$ como representación de $\mathfrak{sl}(2,\mathbb{C})$, la denotamos simplemente V_n.

Sabemos que $\mathfrak{f}_n = \langle E \rangle \ltimes V_n$ es el álgebra de Lie filiforme estandar. Además $\langle I, H \rangle$ es una subálgebra de Cartan de $\mathrm{Der}(\mathfrak{f}_n)$, que es un álgebra de Lie soluble, en otras palabras I y H son, salvo conjugación, las únicas derivaciones diagonalizables de $\mathfrak{f}_n$.

Sean $\mathfrak{b}_n = \mathfrak{b} \ltimes V_n$, $\mathfrak{c}_{n,\lambda} = \mathfrak{c} \ltimes V_{n,\lambda}$. Tanto $\mathfrak{c}_{n,\lambda}$ como $\mathfrak{b}_n$ son extensiones de $\mathfrak{f}_n$. La cohomolgía adjunta en grados 1 y 2 de $\mathfrak{f}_n$ ha sido descripta en [V]. En este trabajo presentamos algunos aspectos sobre la homología y la cohomología con coeficientes adjuntos de $\mathfrak{f}_n$, $\mathfrak{b}_n$ y $\mathfrak{c}_{n,\lambda}$ obtenidos en [C] y [L].

Referencias

[C] Canterle, E., *Caracteres del álgebra exterior de las representaciones irreducibles de* $\mathfrak{sl}(2,\mathbb{C})$ *y la homología de extensiones abelianas de la subálgebra de Borel de* $\mathfrak{sl}(2,\mathbb{C})$, Monografia de Tesis de Maestria de Matemática Aplicada. UNSa - FCEx - Departamento de Matemática, 2011.

[L] Lopez, G. *Homología de extensiones abelianas de la subálgebra de Borel de* $\mathfrak{sl}(2,\mathbb{C})$ *con coeficientes en un caracter arbitrario*, Monografía de Tesis de Licenciatura en Matemática. UNSa - FCEx - Departamento de Matemática, 2011.

[V] Vergne, M. *Cohomologie des algèbres de Lie nilpotentes*, Bull. Soc. Math. France **98** (1970), 81-116.

Expositor: **Akira Masuoka**
Autores: Akira Masuoka.
Lugar: University of Tsukuba.

HOPF ALGEBRAIC TECHNIQUES APPLIED TO ALGEBRAIC SUPERGROUPS

An algebraic supergroup is a representable group-valued functor defined on the category of super-commutative superalgebras, such that the representing Hopf superalgebra is finitely generated. I will report my recent results on the subject, emphasizing the Hopf algebraic techniques applied. The results will include a basic result on the quotient sheaf $\widetilde{G/H}$ (joint with A. Zubkov), a category equivalence between the Harish-Chandra pairs and the algebraic supergroups (by myself), a Hopf algebraic construction of the Chevalley supergroups over $\mathbb{Z}$ (joint with T. Shibata), and some results on integrals (joint with T. Shibata and C. Pastro).

Expositor: **Fredy Restrepo**
Autores: Fredy Restrepo y Esther Galina.
Lugar: Facultad de Matemática, Astronomía y Física-UNC.

Operadores Diferenciales sobre el anillo de matrices polinomiales

En los trabajos de Tirao, Grumbaum y Pacharoni [GT], [GTP], vemos como la teoría de representaciones rinde frutos en el estudio de los operadores diferenciales asociados al álgebra de matrices con peso $W(x)$. De esta forma, nos hemos motivado en la implementación de la teoría de operadores diferenciales sobre anillos no conmutativos formulada por Lunts y Rosenberg [LR], para el estudio de los sistema de ecuaciones lineales sobre el álgebra de matrices $M_n(R)$ como un $D(M_n(R))$-módulo, con $R = k[x_1, ..., x_m]$.

Fijado un operador diferencial $P \in D(M_n(R))$, se define el conjunto solución $Sol(P; M_n(R)) = \{f \in M_n(R) | \ P(f) = 0\}$. Ahora bien, si consideramos a $M_n(R) \cong R^{n^2}$ obtenemos que:

1. $D(M_n(R))$ es isomorfa como k-álgebra a $M_{n^2}(A_m)$, donde A_m denota la m-álgebra de Weyl asociada al anillo de polinomios R.
2. $Sol(P; M_n(R)) \cong Hom_{D(M_n(R))}(D(M_n(R))/I_p, M_n(R))$, donde I_p es el ideal a izquierda generado por P en $D(M_n(R))$.

Más general aun, sea R una k-álgebra conmutativa con identidad, $D(R)$ su respectivo anillo de operadores diferenciales lineales, N un R-modulo libre con rango r y sea $\{e_1, ..., e_r\}$ una base. Se sigue que, N tiene una estructura de $M_r(D(R))$-módulo a izquierda y fijado un $P = (P_{ij}) \in M_r(D(R))$, se define naturalmente el conjunto de soluciónes del sistema de ecuaciones diferenciales homogéneo inducido por P en N como:
$Sol(P; N) = \left\{ \sum_{j=1}^{r} f_j e_j \in N | \ P(\sum_{j=1}^{r} f_j e_j) = \sum_{i,j=1}^{r} \ P_{ij}(f_j e_j) e_i = 0 \right\}$
Se sigue entonces,
$Hom_{D(R)}(D(R)^r/J_p, N) \cong Hom_{D(M_r(R))}(D(M_r(R))/I_p, N)$, donde J_p representa el $D(R)$-submodulo en $\oplus_{j=1}^{r} D(R)e_j \cong D(R)^r$ generado por las filas de la matriz P.

Referencias

[GT] Grunbaum, F. A. and Tirao, J. A., The Algebra of Differential Operators Associated to a Weight Matrix, Integr. equ. oper. theory 58 (2007).

[GPT] Grünbaum, F. A., Pacharoni, I. and Tirao, J. A., Matrix valued spherical functions associated to the complex projective plane, J. Functional Analysis 188 (2002).

[T] Tirao, J., The matrix valued hypergeometric equation, Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.,100 nr. 14 (2003).

[LR] Lunts, V.A and Rosenberg, L.V., Differential operators on noncommutative rings, Selecta Mathematica, New Series 3 (1997).

[I] Iyer, Uma N., Differential Operators on Azumaya Algebras and Heisenberg Algebras, Communications in Algebra, Volume 29, Issue 7, 2001.

Expositor: **Jorge Vargas**
Autores: Jorge Vargas.
Lugar: CIEM-FAMAF, Cordoba.

RESTRICCIÓN DE REPRESENTACIONES AL FACTOR SEMISIMPLE DE K

Sean G un grupo de Lie simple real, K un subgrupo maximal compacto de G. Suponemos que G/K admite una extructura compleja invariante por la acción de G. Por tanto, el centro de K es unidimensional. Fijamos T un toro maximal de K y un generador J del centro de $i\ Lie(Centro(K))$. Sea Ψ un sistema de raices positivas en $\Phi(\mathfrak{g}, \mathfrak{t})$. Sean Ψ_n las raices no compactas en Ψ y denotemos por $\alpha_1, \ldots, \alpha_\ell$ las raices simples en Ψ. Por tanto, $J = \sum_j a_j \alpha_j$ Un resultado que presentamos es:

Proposition 1. *J pertenece al cono $\sum_{\alpha \in \Psi_n} \mathbb{R}^+ \alpha$ si y solo si los coeficientes a_j son no negativos para todo j.*

Al sistema Ψ se le asocia una familia de representaciones irreducibles, unitarias de cuadrado integrable en G. Como aplicación de la proposición , demostramos que estas representaciones son admisibles cuando restrictas al factor semisimple de K si y solo si J pertenece al cono $\sum_{\alpha \in \Psi_n} \mathbb{R}^+ \alpha$.

Expositor: **Nicolás Andruskiewitsch**
Autores: Nicolás Andruskiewitsch, Iván Angiono.
Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba.

SISTEMAS GENERALIZADOS DE RAÍCES, (SÚPER) ÁLGEBRAS DE LIE (MODULARES) CONTRAGRADIENTES Y GRUPOS CUÁNTICOS FINITOS

Así como la simetría de un álgebra de Lie semisimple compleja de dimensión finita, o más generalmente de un álgebra de Kac-Moody, está controlada por su grupo de Weyl, se sabe que la simetría en los siguientes contextos está controlada por un grupoide, llamado de Weyl [HY]:

1. álgebras de Nichols de trenza diagonal;

2. (súper) álgebras de Lie (modulares).

En esta comunicación se presentarán sistemáticamente los grupoides de Weyl asociados a objetos de estas dos clases y en consecuencia, se establecerá una relación entre ambas clases. En particular, se clarificará el concepto, hasta ahora heurístico, de trenza diagonal de tipo súper dado en [AAY], y se identificarán las trenzas diagonales que dan lugar a álgebras de Nichols de dimensión finita, que aparecen en la clasificación de Heckenberger [H] pero no están asociadas a matrices de Cartan ni a súper álgebras de Lie sobre cuerpos de característica cero: una parte importante de estas álgebras de Nichols se asocian a súper álgebras de Lie modulares presentes en [BGL].

Referencias

[AAY] N. Andruskiewitsch, I. Angiono, H. Yamane, *On pointed Hopf superalgebras*. Contemp. Math. **544** (2011), 123–140.

[BGL] S. Bouarroudj, P. Grozman, D. Leites, *Classification of finite dimensional modular Lie superalgebras with indecomposable Cartan matrix*. SIGMA Symmetry Integrability Geom. Methods Appl. **5** (2009), Paper 060, 63 pp.

[H] I. Heckenberger, *Classification of arithmetic root systems*, Adv. Math. **220** (2009), 59–124.

[HY] I. Heckenberger, H. Yamane, *A generalization of Coxeter groups, root systems, and Matsumoto's theorem*, Math. Z. **259** (2008), 255–276.