Teoría de Sistemas y Señales

Problemas Propuestos - Serie 7 - Parte I

Descripción: Análisis de SLE en Tiempo Discreto mediante el uso de la Transformada Z

1. Determine la Transformada Z de las siguientes señales y grafique el correspondiente diagrama de polos y cero.

a. $x(n) = \{3,0,0,0,0,\underset{\uparrow}{6},1,-4\}$

b. $x(n) = (1+n)\mu(n)$

c. $x(n) = (-1)^n 2^{-n} \mu(n)$

d. $x(n) = (na^n \cos\omega_0 n)\mu(n)$

e. $x(n) = Ar^n \cos(\omega_0 n + \phi)\mu(n)$

f. $x(n) = \frac{1}{2}(n^2 + n)\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \mu(n-1)$

g. $x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n \left[\mu(n) - \mu(n-10)\right]$

2. Para las siguientes señales, determine la Transformada Z y grafique su Región de Convergencia (RDC).

a. $x_1(n) = \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^n & n \geq 0 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{-n} & n < 0 \end{cases}$

b. $x_2(n) = \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^n - 2^n & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$

c. $x_3(n) = x_1(n+4)$

d. $x_4(n) = x_1(-n)$

3. Determine la Transformada Z de las siguientes señales :

a. $x(n) = n(-1)^n \mu(n)$

b. $x(n) = n^2 \mu(n)$

c. $x(n) = (-1)^n (\cos\frac{\pi}{3} n)\mu(n)$

d. $x(n) = (-1)^n \mu(n)$

e. $x(n) = -na^n \mu(-n-1)$

4. Exprese la Transformada Z de $y(n) = \sum_{k=-\infty}^{n} x(k)$, en términos de $X(z)$.

Sugerencia: Encuentre la diferencia $y(n) - y(n-1)$.

5. Aplique el teorema del valor final para determinar $x(\infty)$ para la señal

$$x(n)=\begin{cases}1 & n \quad \text{par}\\ 0 & \quad\ \ \text{c.o.c.}\end{cases}$$

6. Calcule la convolución de las siguientes señales usando la Transformada Z.

$$x_1(n)=\begin{cases}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n} & n\geq 0\\[2mm] \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-n} & n<0\end{cases}$$

$$x_2(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^{n}\mu(n)$$

7. Aplicando división de polinomios, determine la transformada inversa de

$$X(z)=\frac{1+2z^{-1}}{1-2z^{-1}+z^{-2}}$$

si **a.** $x(n)$ es causal.
b. $x(n)$ es anticausal.

8. Determine la señal causal $x(n)$, si su Transformada Z está dada por:

a. $X(z)=\dfrac{1+3z^{-1}}{1+3z^{-1}+2z^{-2}}$

b. $X(z)=\dfrac{1}{1-z^{-1}+\frac{1}{2}z^{-2}}$

c. $X(z)=\dfrac{z^{-6}+z^{-7}}{1-z^{-1}}$

d. $X(z)=\dfrac{1+2z^{-2}}{1+z^{-2}}$

e. $X(z)=\dfrac{1}{4}\dfrac{1+6z^{-1}+z^{-2}}{\left(1-2z^{-1}+2z^{-2}\right)\left(1-0.5z^{-1}\right)}$

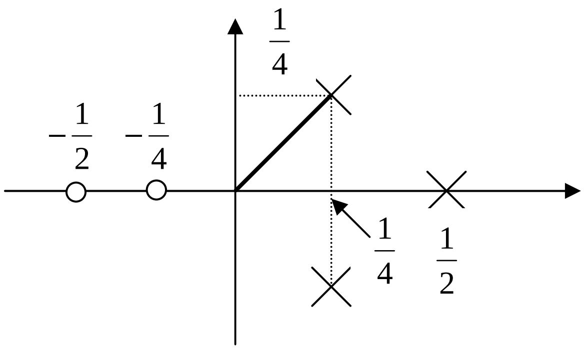
f. $X(z)=\dfrac{2-1.5z^{-1}}{1-1.5z^{-1}+0.5z^{-2}}$

g. $X(z)=\dfrac{1+2z^{-1}+z^{-2}}{1+4z^{-1}+4z^{-2}}$

h. $X(z)=\dfrac{1-\frac{1}{4}z^{-1}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$

i. $X(z)=\dfrac{1-az^{-1}}{z^{-1}-a}$

j. $X(z)$ es racional con un diagrama de polos y ceros como el de la siguiente figura, y con constante G=$\frac{1}{4}$.



9. Determine todas las posibles señales $x(n)$ asociadas con la siguiente Transformada Z.

$$X(z) = \frac{5z^{-1}}{(1-2z^{-1})(3-z^{-1})}$$

10. Determine la convolución de los siguientes pares de señales utilizando Transformada Z.

a. $x_1(n) = \left(\frac{1}{4}\right)^n \mu(n-1), \quad x_2(n) = \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n\right]\mu(n)$

b. $x_1(n) = \mu(n), \quad x_2(n) = \delta(n) + \left(\frac{1}{2}\right)^n \mu(n)$

c. $x_1(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n \mu(n), \quad x_2(n) = \cos \pi n \mu(n)$

d. $x_1(n) = n\mu(n), \quad x_2(n) = 2^n \mu(n-1)$

11. Determine una expresión general para las señales causales $x(n)$ cuyas transformadas Z están dadas por:

a. $X(z) = \left(\frac{1}{1+1.5z^{-1} - 0.5z^{-2}}\right)$

b. $X(z) = \frac{1}{1-0.5z^{-1} + 0.6z^{-2}}$

12. Calcule la convolución de los siguientes pares de señales, en el dominio temporal y utilizando la transformada Z unilateral.

a. $x_1(n) = \{1,1,\underset{\uparrow}{1},1,1\} \quad x_2(n) = \{\underset{\uparrow}{1},1,1\}$

b. $x_1(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n \mu(n); \quad x_2(n) = \left(\frac{1}{3}\right)^n \mu(n)$

c. $x_1(n) = \{1,\underset{\uparrow}{2},3,4\} \quad x_2(n) = \{4,3,\underset{\uparrow}{2},1\}$

Obtuvo los mismos resultados por ambos metodos? Explique.

13. Utilice la transformada Z unilateral para determinar $y(n), \quad n \geq 0$ en los siguientes casos:

a. $y(n)+\frac{1}{2}y(n-1)-\frac{1}{4}y(n-2)=0; \quad y(-1)=y(-2)=1$

b. $y(n)-1.5y(n-1)+0.5y(n-2)=0; \quad y(-1)=1, y(-2)=0$

c. $y(n)=\frac{1}{2}y(n-1)+x(n)$, con $x(n)=\left(\frac{1}{3}\right)^n\mu(n), \quad y(-1)=1$

d.

$$y(n)=\frac{1}{4}y(n-2)+x(n)$$
$$x(n)=\mu(n)$$
$$y(-1)=0; y(-2)=1$$

14. Muestre que los siguientes sistemas son equivalentes.

a. $y(n)=0.2y(n-1)+x(n)-0.3x(n-1)+0.02x(n-2)$

b. $y(n)=x(n)-0.1x(n-1)$

15. En cada caso, calcule la respuesta del sistema representado por su respuesta al impulso $h(n)$, a la señal de entrada $x(n)$, asumiendo condiciones iniciales nulas.

a. $h(n)=\left(\frac{1}{3}\right)^n\mu(n); \quad x(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^n\left(\cos\frac{\pi}{3}n\right)\mu(n)$

b. $h(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^n\mu(n); \quad x(n)=\left(\frac{1}{3}\right)^n\mu(n)+\left(\frac{1}{2}\right)^{-n}\mu(-n-1)$

c. $y(n)=\frac{1}{2}x(n)-\frac{1}{2}x(n-1); \quad x(n)=10\left(\cos\frac{\pi}{2}n\right)\mu(n)$

d. $h(n)=\left(\frac{2}{5}\right)^n\mu(n); \qquad x(n)=\mu(n)-\mu(n-7)$

e. $h(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^n\mu(n); \quad x(n)=(-1)^n, \quad -\infty<n<\infty$

16. Determine la respuesta al impulso y al escalón de los siguientes sistemas causales. Grafique el diagrama de polos y ceros de la función transferencia Z, y determine cuales de los sistemas son estables.

a. $y(n)=\frac{3}{4}y(n-1)-\frac{1}{8}y(n-2)+x(n)$

b. $y(n)=y(n-1)-0.5y(n-2)+x(n)+x(n-1)$

c. $H(z)=\frac{z^{-1}\left(1+z^{-1}\right)}{\left(1-z^{-1}\right)^3}$

d. $y(n)=0.6y(n-1)-0.08y(n-2)+x(n)$

e. $y(n)=0.7y(n-1)-0.1y(n-2)+2x(n)-x(n-2)$

17. Sea $x(n)$ una secuencia causal con transformada Z (racional), $X(z)$, con polos en $\left\{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\pm j\frac{1}{2}\right\}$, y ceros en $\{-1\}$. Represente el diagrama de polos y ceros y la RDC de las siguientes secuencias:

a. $x_1(n)=x(-n+2)$

b. $x_2(n) = e^{j(\pi/3)n} x(n)$

18. Sea el sistema en TD con función transferencia Z

$$H(z) = \frac{z^{-1} + \frac{1}{2} z^{-2}}{1 - \frac{3}{5} z^{-1} + \frac{2}{25} z^{-2}}$$

Determine:

a. La respuesta al impulso.
b. La respuesta al escalón con condiciones iniciales nulas.
c. La respuesta al escalón si $y(-1) = 1$ y $y(-2) = 2$.