

Teoría de Sistemas y Señales

Problemas Propuestos - Serie 6

Descripción: Diagrama de Bode y Estabilidad

- Dados los siguientes polinomios denominadores de Funciones Transferencias racionales, determine si existen raíces en el eje imaginario o en el semiplano derecho.

a. $a(s) = 3s^5 + 15s^4 + 33s^3 + 69s^2 + 84s + 36$

b. $a(s) = s^7 + 8s^6 + 21s^5 + 10s^4 + 5s^3 + 12s^2 + 6s + 3$

c. $a(s) = s^5 + 10s^4 + 30s^3 + 80s^2 + 344s + 480$

d. $a(s) = s^4 + 2s^3 + 7s^2 - 2s + 8$



- Utilizando Matlab verificar los resultados del punto anterior. El comando `roots` permite calcular las raíces de un polinomio. Para familiarizarse con el uso de este comando puede ejecutar en la consola de Matlab `help roots`. A continuación se presenta un ejemplo para el cual se calculan las raíces del siguiente polinomio:

$$a(s) = s^4 + s^3 + 7s^2 + s - 8$$

```
roots([1 1 7 1 -8])
```

```
-0.3861 + 2.7740i
```

```
-0.3861 - 2.7740i
```

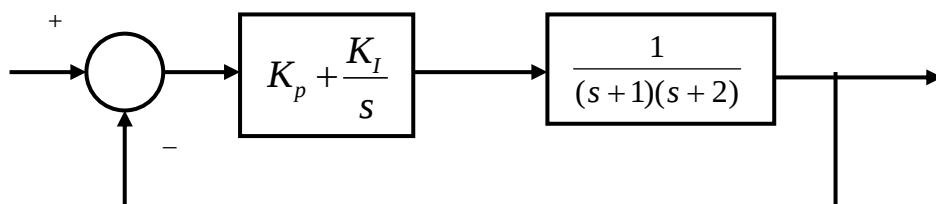
```
-1.1302
```

```
0.9024
```

- Hallar el rango de valores de K para el cual todas las raíces del siguiente polinomio están en el semiplano izquierdo

$$a(s) = s^5 + 5s^4 + 10s^3 + 10s^2 + 5s + K$$

- Hallar el rango de valores de K_p y K_I tal que el sistema con retroalimentación PI (Proporcional + Integral) de la figura sea asintóticamente estable.



- La ecuación diferencial que describe un motor de corriente continua con excitación independiente constante, si se desprecia la inductancia de armadura, está dada por

$$\omega'(t) + \frac{Rb + k^2}{RJ} \omega(t) = \frac{k}{RJ} u_a(t) - \frac{1}{J} \tau(t) \quad (1)$$

donde $\omega(t)$, es la velocidad del motor, $u_a(t)$ es la tensión de armadura, $\tau(t)$ es el torque de carga, R es la resistencia de armadura, J es el momento de inercia del rotor, k es la constante de conversión electro-mecánica, y b es el coeficiente de rozamiento en el eje del motor.

Para regular la velocidad del motor respecto a una velocidad de referencia ω_{ref} , se mide la velocidad del motor y se computa la tensión de armadura como una función del error

$$\varepsilon = \omega_{ref} - \omega$$

de la siguiente forma

$$u_a(t) = k_p \varepsilon(t) + k_I \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau$$

- a. Determinar el rango de valores de las ganancias k_p y k_I para que el sistema con retroalimentación sea asintóticamente estable. Suponga que los parámetros del motor asumen valores tales que la ecuación diferencial (1) resulta

$$\omega'(t) + 60\omega(t) = 600u_a(t) - 1500\tau(t)$$

- b. Hallar la función transferencia entre la entrada ω_{ref} y la salida ω , y entre la entrada τ y la salida ω .
- c. Calcular los valores de las ganancias k_p y k_I para que el sistema en lazo cerrado tenga polos en $-60 \pm j60$.
6. Trazar los Diagramas de Bode de Amplitud y Fase de los siguientes sistemas, y siempre que sea posible determinar la frecuencia de cruce por cero, y la frecuencia para la cual la fase es -180° .

a. $G(s) = \frac{1}{(s+1)^2(s^2+s+4)}$

b. $G(s) = \frac{4s(s+20)}{(s+1)(s+10)(s^2+5s+2500)}$

c. $G(s) = \frac{10(s+4)}{s(s+1)(s^2+2s+5)}$

d. $G(s) = \frac{(s+5)(s+3)}{s(s+1)(2s^2+2s+8)}$

e. $G(s) = \frac{4000}{s(s+40)}$

f. $G(s) = \frac{s-1}{s(1+s)(1+0.02s)}$



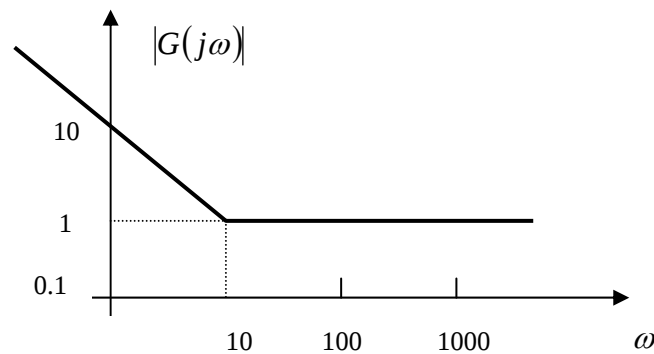
7. Utilizar Matlab para verificar los resultados del punto anterior. El comando bode como parte de su funcionalidad, traza diagramas de Bode de magnitud y fase de un sistema. La ayuda de este comando, `help bode`, permite interiorizarse con la funcionalidad completa del mismo. A continuación se presenta un ejemplo para la función transferencia:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

`bode(tf([1],[1 1 1]))`

El comando `tf` devuelve una representación de Matlab para la función transferencia $G(s)$, a partir de los polinomios numerador y denominador de dicha función. Para mayor información utilice `help tf`.

8. La figura representa el Diagrama de Bode asintótico (de Amplitud) de un sistema lineal estacionario. Determine y grafique la respuesta del sistema a un escalón unitario de entrada, asumiendo condiciones iniciales nulas.



9. Utilizando Simulink construya un Diagrama de bloques a partir de la función transferencia obtenida del ejercicio anterior. Utilice una entrada tipo escalón como se indica y un bloque Simout o Scope para verificar el resultado anterior.

Nota: para construir el diagrama de bloques puede utilizar el bloque Transfer Fcn, Transfer Function, que se encuentra con los bloques tipo Continuous; el bloque Step, escalón unitario, bloque tipo Source y los bloques Simout o Scope que son bloques tipo Sink.

10. La función transferencia de un SLE es

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}.$$

Verificar que el Ancho de Banda B_ω del sistema se puede calcular como

$$B_\omega = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2} + \sqrt{2 + 4\xi^4 - 4\xi^2}.$$

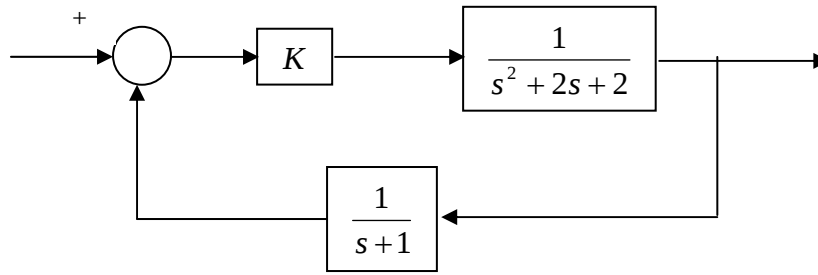
11. La función transferencia de un SLE es

$$G(s) = \frac{\omega_n^2 s}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}.$$

- Determinar analíticamente la amplitud y fase de la transferencia armónica $G(j\omega)$, y graficarlas en función de la frecuencia normalizada ω/ω_n , para $\xi = 0.1, 0.25, 0.5, 1$.
- Si se define el ancho de banda B_ω como la distancia entre las frecuencias a ambos lados de ω_n para las cuales la amplitud cae 3 dB por debajo de su valor a la frecuencia ω_n , mostrar que el ancho de banda así definido está dado por

$$B_\omega = \frac{\xi\omega_n}{\pi}.$$

12. Trazar el Diagrama de Bode para el sistema de la figura, y determinar el rango de valores de K para que el sistema sea estable, usando el criterio de Routh.



13. La función transferencia en lazo abierto de un SLE es

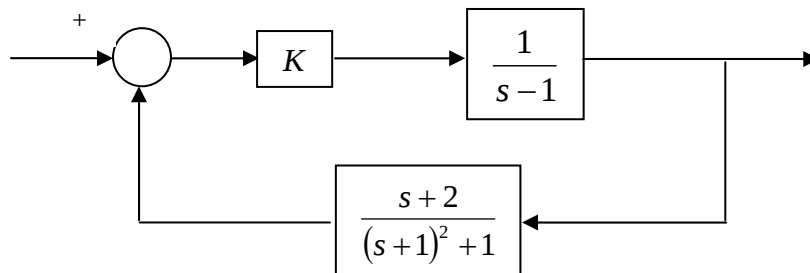
$$G(s) = \frac{100 \left(\frac{s}{10} + 1 \right)}{s \left(\frac{s}{1} - 1 \right) \left(\frac{s}{100} + 1 \right)}$$

- a. Hacer un diagrama de Bode de amplitud y fase. Indicar si el sistema es BIBO estable.
- b. Obtener la función transferencia del sistema en lazo cerrado con retroalimentación unitaria. Indicar si el sistema es BIBO estable.

14. Idem problema 13., para el sistema cuya FT en lazo abierto es

$$G(s) = \frac{25(s+1)}{s(s+2)(s^2 + 2s + 16)}.$$

15. Dado el sistema representado en la figura



- a. Determinar la estabilidad del sistema a lazo cerrado para todos los valores de K , usando el criterio de Routh.
- b. Trazar el diagrama de Bode del sistema para $K=10$.