Teoría de Sistemas y Señales
Problemas Propuestos - Serie 2

<u>Descripción:</u> Respuesta de Sistemas Lineales en TD

1. Determine la salida $y(n)$ del sistema lineal estacionario (relajado) cuya respuesta al impulso es:

$$h(n) = a^n \mu(n), \qquad |a| < 1,$$

cuando la entrada es un escalón unitario, i.e. $u(n) = \mu(n)$.

2. Determine la respuesta al impulso de la cascada de dos sistemas lineales estacionarios cuyas respuestas al impulso son

$$h_1(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n \mu(n),$$

y

$$h_2(n) = \left(\frac{1}{4}\right)^n \mu(n),$$

respectivamente.

3. Calcule la convolución $y(n) = u(n) * h(n)$, para las siguientes señales:

a. $u(n) = \{1,2,4\}$, $h(n) = \{1,1,1,1,1\}$

b. $u(n) = \{1,2,-1\}$, $h(n) = \{1,2,-1\}$

c. $u(n) = \{0,1,-2,3,-4\}$, $h(n) = \{\frac{1}{2},\frac{1}{2},1,\frac{1}{2}\}$

d. $u(n) = \{1,-2,3\}$, $h(n) = \{0,0,1,1,1,1\}$

e. $u(n) = \{\underset{\uparrow}{0},0,1,1,1,1\}$, $h(n) = \{1,-2,\underset{\uparrow}{3}\}$ (Comparar el resultado con el ítem anterior)

f. $u(n) = \{\underset{\uparrow}{0},1,4,-3\}$, $h(n) = \{\underset{\uparrow}{1},0,-1,-1\}$

g. $u(n) = \{1,1,2\}$, $h(n) = \mu(n)$

h. $u(n) = \{1,1,\underset{\uparrow}{0},1,1\}$, $h(n) = \{1,-2,-3,\underset{\uparrow}{4}\}$

i. $u(n) = \{1,2,\underset{\uparrow}{0},2,1\}$, $h(n) = u(n)$

NB: La flecha $\uparrow$ indica el instante $n = 0$.

4. La función `conv()`de MATLAB permite realizar la convolución de dos secuencias <u>discretas causales de longitud finita</u> a partir de la sintaxis:

```
>> y = conv(u,h)
```

donde u y h son vectores definidos previamente con los valores de las señales de entrada y respuesta al impulso respectivamente. Verifique utilizando MATLAB los resultados de los ejercicios **3.a., 3.b., 3.c., 3.d.** y **3.g.**. A fin de realizar una gráfica en tiempo discreto utilice la función `stem(td,y)`donde `td` es un vector con las muestras en tiempo discreto asociadas a los valores de la señal de salida `y`.
La longitud del vector `td` dependerá de la longitud de las señales u y h, que pueden obtenerse utilizando la función `length()` de la siguiente manera: `M = length(u)` y `N = length(h)`.

5. Determine y grafique la convolución $y(n)$ de las señales:

$$u(n)=\begin{cases}\frac{1}{3}n & si \quad 0\le n\le 6\\ 0 & c.oc.\end{cases},$$

y

$$h(n)=\begin{cases}1 & si \quad -2\le n\le 2\\ 0 & c.o.c.\end{cases}.$$

a. Gráficamente
b. Analíticamente

6. Calcule la convolución $y(n)$ de las señales

$$u(n)=\begin{cases}\alpha^n & si \quad -3\le n\le 5\\ 0 & c.o.c.\end{cases},$$

y

$$h(n)=\begin{cases}1 & si \quad 0\le n\le 4\\ 0 & c.o.c.\end{cases}.$$

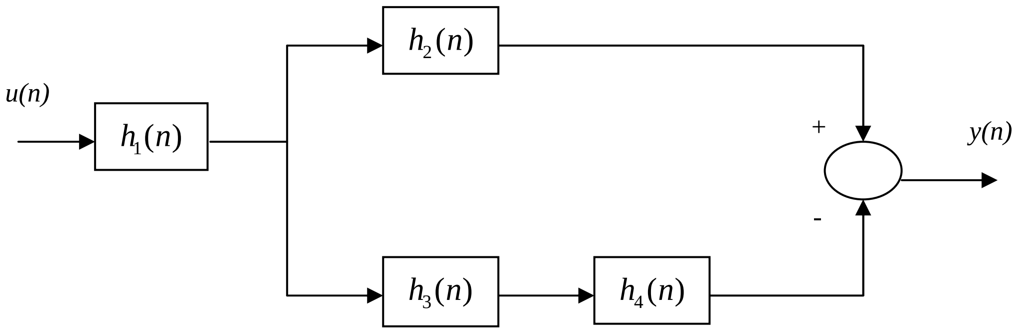
7. Calcule la convolución $y(n)=u(n)*h(n)$ de los siguientes pares de señales:

a. $u(n)=a^n\mu(n)$, $h(n)=b^n\mu(n)$, para $a\neq b$, y para $a=b$.

b. $u(n)=\mu(n+1)-\mu(n-4)$
$h(n)=[\mu(n+2)-\mu(n-3)](3-|n|)$

c. $u(n)=\mu(n)-\mu(n-5)$
$h(n)=\mu(n-2)-\mu(n-8)+\mu(n-11)-\mu(n-17)$

8. Considere la interconexión de sistemas lineales estacionarios mostrada en la figura siguiente.



a. Exprese la respuesta al impulso $h(n)$ del sistema en función de $h_1(n), h_2(n), h_3(n)$, y $h_4(n)$.

b. Determine $h(n)$ para

$$h_1(n)=\left\{\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{4},\tfrac{1}{2}\right\}$$
$$h_2(n)=h_3(n)=(n+1)\mu(n)$$

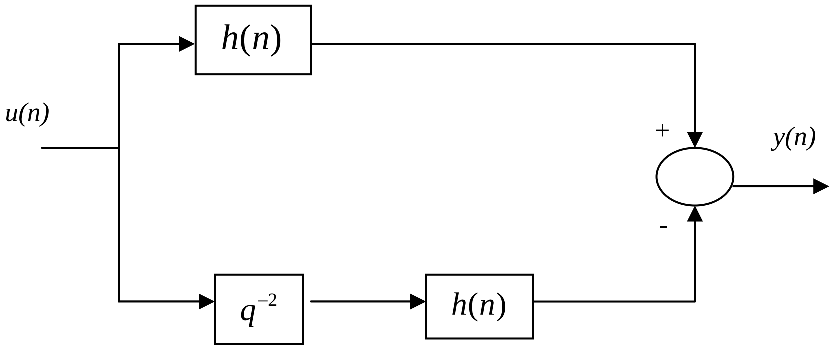
$$h_4(n) = \delta(n-2)$$

c. Determine la respuesta del sistema en el apartado **b.** a la entrada

$$u(n) = \delta(n+2) + 3\delta(n-1) - 4\delta(n-3)$$

9. Considere el sistema representado en la figura, con $h(n) = a^n \mu(n)$, $-1 < a < 1$. Determine la respuesta $y(n)$ a la entrada

$$u(n) = \mu(n+5) - \mu(n-10),$$



donde q es el operador desplazamiento unitario en avance (forward shift operator) definido como

$$qx(n) = x(n+1)$$

y donde q^{-1} es el operador retardo unitario (backward shift operator) definido en forma similar como

$$q^{-1}x(n) = x(n-1)$$

10. Podemos extender el uso de MATLAB al cálculo de convolución de señales de longitud infinita que se extingan en el tiempo a partir de calcular un valor n_{max} a partir del cuál consideramos que las señales son aproximadamente nulas y realizar el procedimiento antes detallado considerando las secuencias como si fueran de longitud finita. Un criterio posible para calcular n_{max} podría ser: $| x(n_{max}) | \leq (0{,}01) | x(0) |$

- **a.** Calcular n_{max} para la señal *h(n)* del ejercicio 8, adoptar algún valor de a y verificar el resultado obtenido para la respuesta a la entrada dada.
- **b.** Calcular n_{max1} para $h_1(n)$ y n_{max2} para $h_2(n)$ del ejercicio 2 y verificar el resultado obtenido.

11. Determine la respuesta del sistema (relajado) caracterizado por la respuesta al impulso

$$h(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n \mu(n)$$

a las señales de entrada

a. $u(n) = \begin{cases} 1 & si \quad 0 \leq n < 10 \\ 0 & c.o.c. \end{cases}$

b. $u(n) = \mu(-n)$

12. Un sistema lineal y estacionario está compuesto por la cascada de 2 subsistemas, $h_1(n)$ y $h_2(n)$.

A partir de excitar el subsistema 1 con una entrada $u(n) = \delta(n)$ se obtuvo una salida $y(n) = \left(\frac{1}{3}\right)^n \mu(n)$ y al excitar el subsistema 2 con una entrada $u(n) = \mu(n)$ se obtuvo una salida $y(n) = 2\mu(n)$. ¿Cuál será la respuesta al impulso del sistema total?