Teoría de Sistemas y Señales

Problemas Propuestos - Serie 1 - Parte I

<u>Descripción:</u> Sistemas y Señales

1. Indique cuál de las siguientes señales en tiempo continuo son periódicas. Determine el período fundamental. Justifique su respuesta.

a. $x_1(t) = 2\sin\left(10\pi t + \pi/6\right)$

b. $x_2(t) = 4\cos\left(20\pi t + \pi/3\right)$

c. $x_3(t) = sin(31t)$

d. $x_4(t) = x_1(t) + x_2(t)$

e. $x_5(t) = x_1(t) + x_3(t)$

2. Haciendo uso de Matlab®, determine el período fundamental de la señal x_4 del problema anterior. A continuación se presenta una breve guía que le facilitará la resolución del ejercicio. Las señales $x_1(t) = 2\sin\left(10\pi t + \pi/6\right)$ y $x_2(t) = 4\cos\left(20\pi t + \pi/3\right)$ se pueden graficar mediante un script-file que contenga los siguientes comandos:

```
%cierra todas las ventanas de gráficos
close all
% elimina todas las variables de Matlab (limpia el
%espacio de trabajo)
clear all

%variable temporal, comienza en 0, se incrementa de a
%0.001 segundos hasta un valor máximo de 1
t=0:0.001:1;

%Se define X1
X1=2*sin(10*pi*t+pi/6);

%Se define X2
X2=4*cos(20*pi*t+pi/3);

%plot grafica una función de manera continua
plot(t,X1,t,X2);
%dibuja un reticulado en el plot que permite observar
%los valores que toma la señal X1 y X2 más fácilmente
grid

%etiqueta el eje x
xlabel('tiempo (t)');
%etiqueta el eje y
ylabel('Amplitud');
%genera la leyenda que aparece en el margen superior
%izquierdo, el cual permite identificar las señales
legend('X1','X2')
```

Tabla 1: Script de Matlab para graficar las señales $x_1(t)$ y $x_2(t)$

La Figura 1 presenta la salida gráfica del comando "`plot`" de la Tabla 1. Dado que ambas señales son relativamente simples es posible determinar el período fundamental por inspección. Para extraer la información anterior haciendo uso de Matlab® se puede invocar al comando “`ginput`”. De forma de interiorizarse con el manejo de dicho comando utilice el comando “`help`” de la siguiente forma “`help ginput`”.

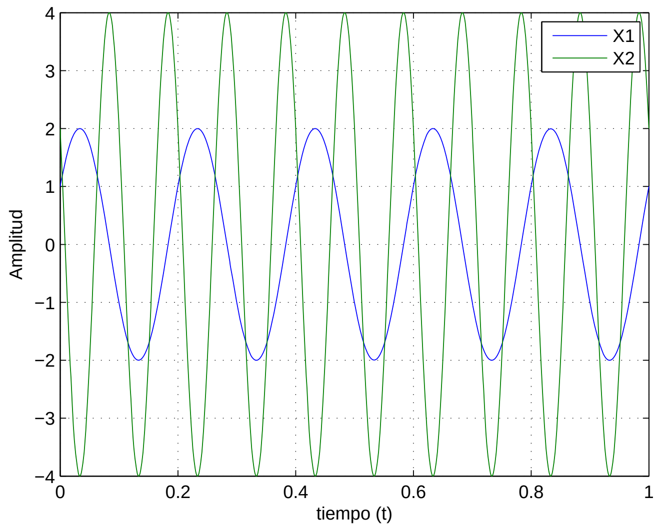


Figura 1: Gráfica obtenida mediante el script de la Tabla 1

3. Grafique las siguientes señales definidas en función de las señales escalón unitario $\mu(t)$, pulso unitario $\Pi(t)$, y rampa unitaria $r(t)$. Vea la definición de $\mu(t)$, $\Pi(t)$ y $r(t)$ en la tabla correspondiente.

a. $\mu(0.5t+5)$

b. $r(-5t+10)$

c. $\Pi\left[{(t-2)}/{4}\right]$

4. Grafique las siguientes señales definidas en función de las señales escalón unitario $\mu(t)$, pulso unitario $\Pi(t)$, rampa unitaria $r(t)$ e impulso unitario $\delta(t)$.

a. $x_1(t) = r(t)\mu(2-t)$

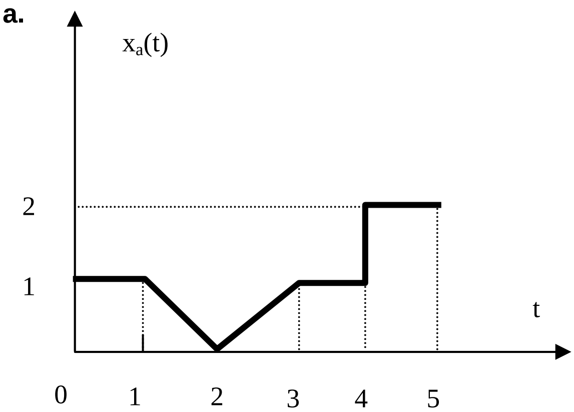
b. $x_2(t) = r(t) - r(t-1) - r(t-2) + r(t-3)$

c. $x_3(t) = 2\mu(t) + \delta(t-2)$

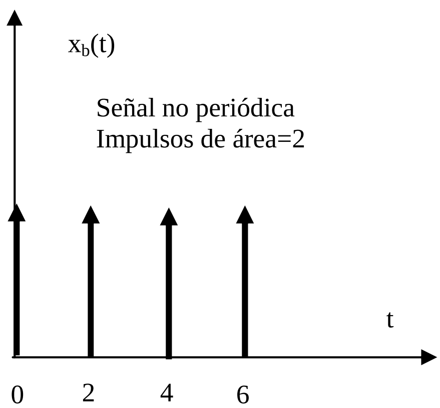
d. $x_4(t) = 2\mu(t)\delta(t-2)$

5. Exprese las señales mostradas en términos de las señales escalón unitario, pulso unitario, rampa unitaria e impulso unitario.

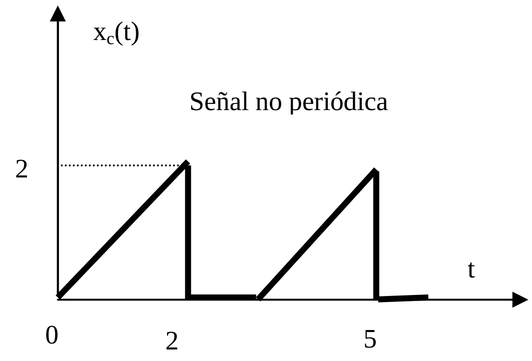
a.



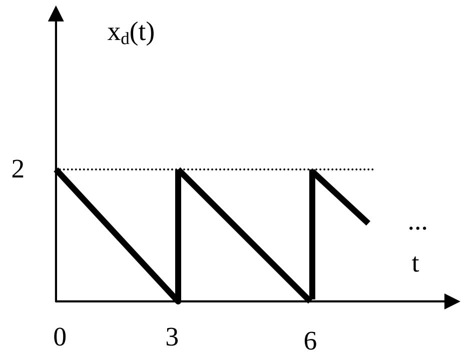
b.



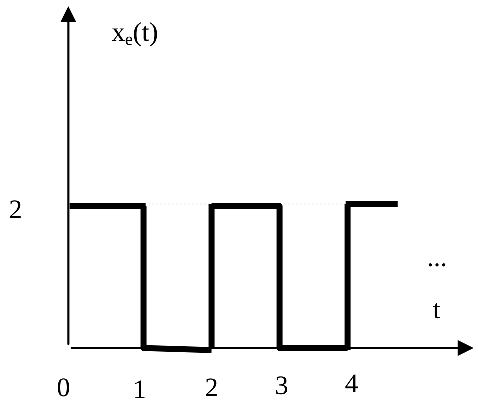
c.



d.



e.



Indique cuáles de las señales representadas en los ítems a) al e) son de energía finita y cuáles son de potencia finita. Calcule las energías y las potencias, según corresponda, para las señales representadas en a) y c).

6. Grafique las siguientes señales y calcule la energía.

- **a.** $x_1(t) = e^{-10t}\mu(t)$
- **b.** $x_2(t) = \mu(t)\mu(2-t)\cos(10\pi t)$
- **c.** $x_3(t) = r(t) - 2r(t-1) + r(t-2)$

7. Indique cuáles de las siguientes señales son de energía finita, cuáles de potencia finita, y cuáles no son ni de energía finita ni de potencia finita. Justifique sus respuestas. Calcule la energía para aquellas que son de energía finita. Grafique todas las señales.

- **a.** $x_1(t) = \mu(t) + 5\mu(t-1) - 2\mu(t-2)$
- **b.** $x_2(t) = \left(e^{-5t} + 1\right)\mu(t)$
- **c.** $x_3(t) = \left(1 - e^{-5t}\right)\mu(t)$
- **d.** $x_4(t) = r(t)$
- **e.** $x_5(t) = t^{-1/4}\mu(t-3)$
- **f.** $x_6(t) = r(t) - r(t-1) - r(t-2) + r(t-3)$
- **g.** $x_7(t) = te^{-2t}\mu(t)$

8. Dadas las siguientes señales:

- **i.** $x_1(t) = \cos(5\pi t) + sin(6\pi t)$
- **ii.** $x_2(t) = sin(2t) + \cos(\pi t)$
- **iii.** $x_3(t) = e^{-10t}\mu(t)$
- **iv.** $x_4(t) = e^{2t}\mu(t)$

a. Indique cuáles son periódicas y calcule el período.
b. Indique cuáles son de potencia finita y calcule la potencia media.
c. Indique cuáles son de energía finita y calcule la energía.

9. Determine cuál de las siguientes señales son periódicas y calcule el período fundamental para aquellas que lo son.

a. $x_1(n) = \cos(0.01\pi n)$
b. $x_2(n) = \cos\left(\frac{30\pi n}{105}\right)$
c. $x_3(n) = \cos(3\pi n)$
d. $x_4(n) = 3\cos\left(5n + \pi/6\right)$
e. $x_5(n) = 2e^{j\left(\frac{n}{6}-\pi\right)}$
f. $x_6(n) = \cos\left(\frac{n}{8}\right)\cos\left(\frac{n\pi}{8}\right)$
g. $x_7(n) = \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right) - \sin\left(\frac{\pi n}{8}\right) + 3\cos\left(\frac{\pi n}{4} + \frac{\pi}{3}\right)$

10. Determine si los sistemas descritos por las siguientes ecuaciones entrada-salida son lineales o no-lineales.

a. $y(n) = nu(n)$
b. $y(n) = u(n^2)$
c. $y(n) = [u(n)]^2$
d. $y(n) = Au(n) + B$
e. $y(n) = e^{u(n)}$

11. Determine si los sistemas descritos por las siguientes ecuaciones entrada-salida son estacionarios o inestacionarios.

a. $y(n) = u(n) - u(n-1)$
b. $y(n) = nu(n)$
c. $y(n) = u(n)\cos(\omega n)$

12. Determine si los sistemas descritos por las siguientes ecuaciones entrada-salida son causales o no causales.

a. $y(n) = u(n) - u(n-1)$
b. $y(n) = au(n)$
c. $y(n) = u(n) + 3u(n+4)$
d. $y(n) = u(n^3)$
e. $y(n) = u(3n)$

13. Analice si los siguientes sistemas en tiempo discreto son:

(1) Estáticos o Dinámicos
(2) Lineales o No lineales

(3) Estacionarios o Inestacionarios
(4) Causales o No Causales

a. $y(n) = \cos[u(n)]$

b. $y(n) = u(n)\cos(\omega n)$

c. $y(n) = u(-n+2)$

d. $y(n) = Trun[u(n)]$, donde $Trun[u(n)]$ denota la parte entera de $u(n)$ (por ejemplo, $Trun[3.4] = 3$, $Trun[9.7] = 9$ y $Trun[2.5] = 2$).

e. $y(n) = Round[u(n)]$, donde $Round[u(n)]$ denota el entero más próximo de $u(n)$ (por ejemplo, $Round[3.4] = 3$, $Round[9.7] = 10$ y $Round[2.5] = 3$).

Nota: Los sistemas en los items **d.** y **e.** son sistemas de cuantización por truncamiento y redondeo respectivamente.

f. $y(n) = |u(n)|$

g. $y(n) = u(n)\mu(n)$

h. $y(n) = u(n) + nu(n+1)$

i. $y(n) = u(2n)$

j. $y(n) = u(-n)$

k. $y(n) = sign[u(n)]$

l. $y(n) = \begin{cases} u(n) & si \quad u(n) \geq 0 \\ 0 & si \quad u(n) < 0 \end{cases}$