Sistemas y Señales I

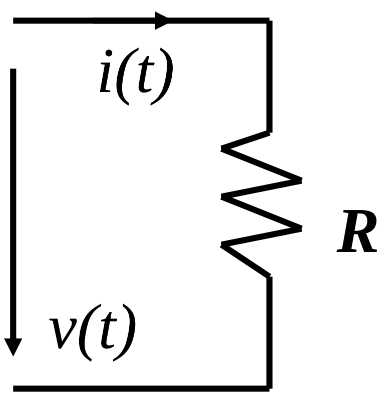
Señales de Energía y Señales de Potencia

Temario: Cap. 1: Item 1.3.4

Señales de Energía Finita y de Potencia Finita

1. Tiempo Continuo

Supongamos que $v(t)$ es la tensión en una resistencia R cuando es circulada por una corriente $i(t)$. La potencia instantánea resulta:



$$p_1(t) = v(t)\, i(t) = R\, i^2(t)$$

La potencia instantánea por unidad de resis-tencia resulta:

$$p(t) = \frac{p_1(t)}{R} = i^2(t)$$

La energía disipada (por unidad de resistencia) puede entonces calcularse como

$$E = \lim_{T \to \infty} \int_{-T}^{T} i^2(t)\, dt$$

y similarmente la potencia media (por unidad de resistencia)

$$P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} i^2(t)\, dt$$

Por analogía con esto se define la **energía** de una señal arbitraria *x(t)*, que puede ser en general a valores complejos, como

$$E \stackrel{\Delta}{=} \lim_{T\to\infty} \int_{-T}^{T} |x(t)|^2\, dt$$

y la **potencia media** de la señal como

$$P \stackrel{\Delta}{=} \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} |x(t)|^2\, dt$$

Basados en estas definiciones podemos distinguir entre las siguientes clases de señales

- La señal *x(t)* es una **señal de energía finita** (o simplemente **señal de energía**) si y sólo si

$$0 < E < \infty \qquad\qquad (\Rightarrow P = 0\ )$$

- La señal *x(t)* es una **señal de potencia finita** (o simplemente **señal de potencia**) si y sólo si

$$0 < P < \infty \qquad\qquad (\ \Rightarrow E = \infty\ )$$

- La señal *x(t)* no satisface ninguna de las dos relaciones y por lo tanto **no** es ni de energia finita ni de potencia finita.

Ejemplos

1. $x(t) = Ae^{-\alpha t}\mu(t) \qquad \alpha > 0$ **Hacerlo !!**

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = A^2 \int_{0}^{\infty} e^{-2\alpha t} dt$$

$$= -\frac{A^2}{2\alpha} e^{-2\alpha t}\Big|_0^{\infty} = \frac{A^2}{2\alpha} < \infty \Rightarrow x(t) \text{ es señal de energía}$$

2. $x(t) = A\cos(\omega_0 t + \theta)$

La potencia media es

$$P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} A^2 \cos^2(\omega_0 t + \theta)\, dt$$

$$= \lim_{T\to\infty} \frac{A^2}{2T} \int_{-T}^{T} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2(\omega_0 t + \theta) \right] dt = \frac{A^2}{2}$$

por lo que *x(t)* es de **potencia finita**.

Observación: Puede verse que para señales periódicas la potencia media puede calcularse integrando en un período de la señal.

Sea $x_p(t)$ una señal periódica de período T_p. Entonces la potencia media puede calcularse como

$$P \stackrel{\Delta}{=} \frac{1}{T_p} \int_{t_0}^{t_0+T_p} \left| x_p(t) \right|^2 dt$$

2. Tiempo Discreto

La energía de una señal en TD, *x(n),* que puede ser en general a valores complejos, se define como

$$E \stackrel{\Delta}{=} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left| x(n) \right|^2$$

La potencia media de una señal en TD, *x(n),* se define como:

$$P \stackrel{\Delta}{=} \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} \left| x(n) \right|^2$$

Basados en estas definiciones podemos distinguir entre las siguientes clases de señales en TD

- La señal $x(n)$ es una **señal de energía finita** (o simplemente **señal de energía**) si y sólo si

$$0 < E < \infty \qquad\qquad (\Rightarrow P = 0)$$

- La señal $x(n)$ es una **señal de potencia finita** (o simplemente **señal de potencia**) si y sólo si

$$0 < P < \infty \qquad\qquad (\Rightarrow E = \infty)$$

- La señal $x(n)$ no satisface ninguna de las dos relaciones y por lo tanto **no** es ni de energia finita ni de potencia finita.

Ejemplo:

$x(n) = \mu(n)$ escalón unitario

$$P_x = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} \left|x(n)\right|^2$$

$$= \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=0}^{N} 1 = \lim_{N\to\infty} \frac{N+1}{2N+1} = \frac{1}{2} < \infty \Rightarrow$$

x(n) es **señal de potencia**

Observación: Puede verse que para señales periódicas la potencia media puede calcularse en un período de la señal.

Sea $x_p(n)$ una señal periódica de período N. Entonces la potencia media puede calcularse como

$$P_{x_p} \stackrel{\Delta}{=} \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\left|x_p(n)\right|^2$$