

Teoría de Sistemas y Señales

Problemas Propuestos - Serie 8 – Parte II

Descripción: Análisis Frecuencial de Señales en Tiempo Discreto

1. Considere la señal periódica siguiente:

$$x(n) = \{ \dots, 1, 0, 1, 2, 3, 2, 1, 0, 1, \dots \}$$

↑

- Represente la señal $x(n)$ y sus espectros de fase y magnitud.
- Usando los resultados del apartado **a**, verifique la relación de Parseval calculando la potencia en los dominios del tiempo y la frecuencia.

2. Considere la señal $x(n) = 2 + 2\cos(\pi n/4) + \cos(\pi n/2) + \frac{1}{2}\cos(3\pi n/4)$

- Determine y dibuje su densidad espectral de potencia.
- Calcule la potencia de la señal.

3. Determine y represente la magnitud y fase del espectro de las siguientes señales periódicas:

- $x(n) = 4\sin(\pi(n-2)/3)$
- $x(n) = \cos(2\pi/3 \cdot n) + \sin(2\pi/5 \cdot n)$
- $x(n) = \cos(2\pi/3 \cdot n) \cdot \sin(2\pi/5 \cdot n)$
- $x(n) = \{ \dots, -2, -1, 0, 1, 2, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \}$
↑
- $x(n) = \{ \dots, -1, 2, 1, 2, -1, 0, -1, 2, 1, 2, \dots \}$
↑
- $x(n) = \{ \dots, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, \dots \}$
↑
- $x(n) = 1, -\infty < n < \infty$
- $x(n) = (-1)^n, -\infty < n < \infty$

4. Determine las señales periódicas $x(n)$, con período fundamental $N=8$, si sus coeficientes de Fourier están dados por:

- $C_k = \cos(k\pi/4) + \sin(3k\pi/4)$
- $C_k = \begin{cases} \sin(k\pi/3), & 0 \leq k \leq 6 \\ 0, & k = 7 \end{cases}$
- $\{C_k\} = \{ \dots, 0, 1/4, 1/2, 1, 2, 1, 1/2, 1/4, 0, \dots \}$
↑

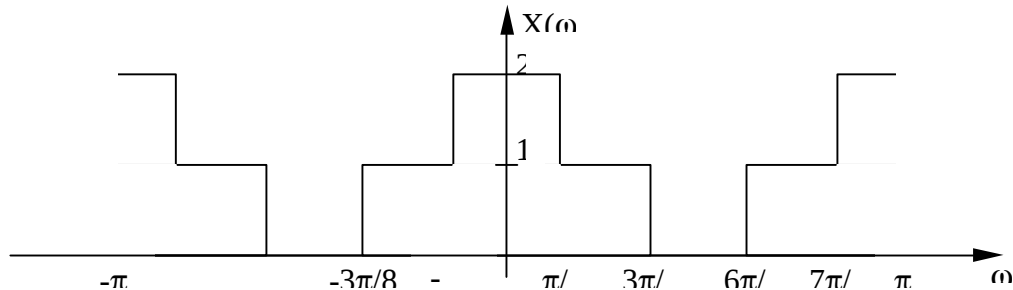
5. Calcule la transformada de Fourier de las siguientes señales:

- $x(n) = \mu(n) - \mu(n-6)$
- $x(n) = 2^n \cdot \mu(-n)$
- $x(n) = (1/4)^n \cdot \mu(n+4)$
- $x(n) = (\alpha^n \cdot \sin(\omega_0 n)) \cdot \mu(n), |\alpha| < 1$
- $x(n) = |\alpha|^n \cdot \sin(\omega_0 n), |\alpha| < 1$
- $x(n) = \begin{cases} 2 - n/2, & |n| \leq 4 \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases}$
- $x(n) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
↑
- $x(n) = \begin{cases} A \cdot (2M + 1 - |n|), & |n| \leq M \\ 0, & |n| > M \end{cases}$

Dibuje, aproximadamente, los espectros en fase y magnitud de los apartados **a**, **f** y **g**

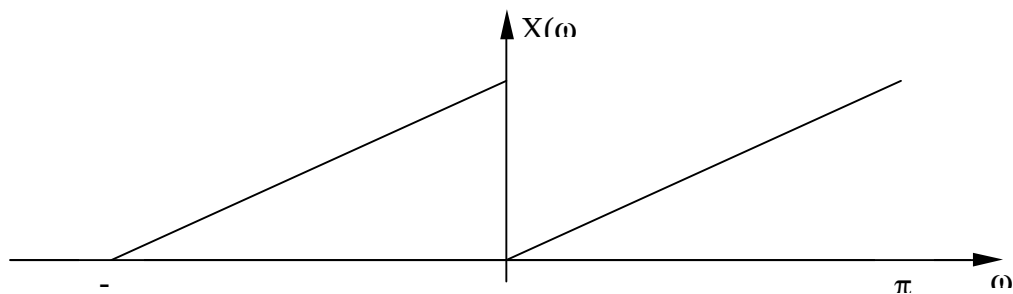
6. Determine las señales que tienen como transformada de Fourier las siguientes:

- $X(\omega) = \begin{cases} 0, & 0 \leq |\omega| \leq \omega_0 \\ 1, & \omega_0 < |\omega| \leq \pi \end{cases}$
- $X(\omega) = \cos^2(\omega)$
- $X(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega_0 - \delta\omega/2 \leq |\omega| \leq \omega_0 + \delta\omega/2 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
- El espectro que se muestra a continuación:

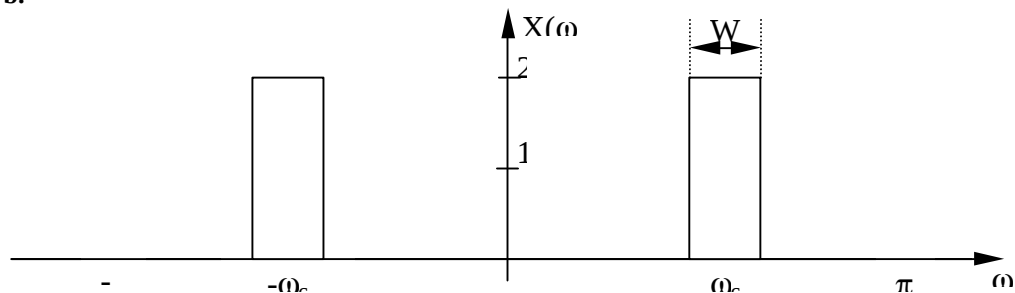


7. Determine la señal $x(n)$ si su transformada de Fourier es la mostrada a continuación:

a.



b.



8. Considere la señal $x(n) = \{-1, 2, -3, 2, 1\}$, con transformada de Fourier $X(\omega)$.



Calcule las cantidades siguientes sin obtener explícitamente $X(\omega)$:

- $X(0)$
- $\angle X(\omega)$
- $\int_{-\pi}^{\pi} X(\omega) d\omega$
- $X(\pi)$
- $\int_{-\pi}^{\pi} |X(\omega)|^2 d\omega$

9. Sea $x(n)$ una señal arbitraria, no necesariamente real, con transformada de Fourier $X(\omega)$. Exprese en términos de $X(\omega)$ las transformadas de Fourier de las siguientes señales:

- $x^*(n)$
- $x^*(-n)$

c. $y(n) = x(n) - x(n-1)$

d. $y(n) = \sum_{k=-\infty}^n x_k$

e. $y(n) = x(2n)$

f. $y(n) = \begin{cases} x(n/2), & n \text{ par} \\ 0, & n \text{ impar} \end{cases}$

10. Determine y represente las transformadas de Fourier $X_1(\omega)$, $X_2(\omega)$ y $X_3(\omega)$ de las siguientes señales:

a. $x_1(n) = \{1, 1, 1, 1, 1\}$

b. $x_2(n) = \{1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1\}$

c. $x_3(n) = \{1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1\}$

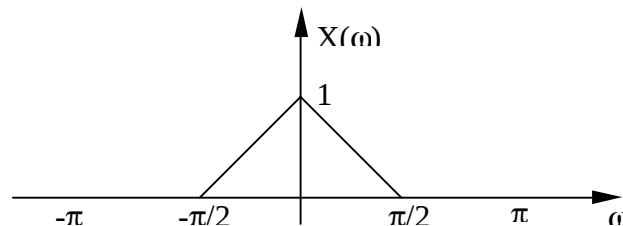
d. ¿Existe alguna relación entre $X_1(\omega)$, $X_2(\omega)$ y $X_3(\omega)$? ¿Cuál es su significado físico?

e. Demuestre que si

$$x_k(n) = \begin{cases} x(n/k), & \text{si } n/k \text{ entero} \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

entonces $X_k(\omega) = X(k\omega)$

11. Sea $x(n)$ una señal con transformada de Fourier como la que se muestra en la figura. Determine y represente las transformadas de Fourier de las siguientes señales:



a. $x_1(n) = x(n) \cdot \cos(\pi n/4)$

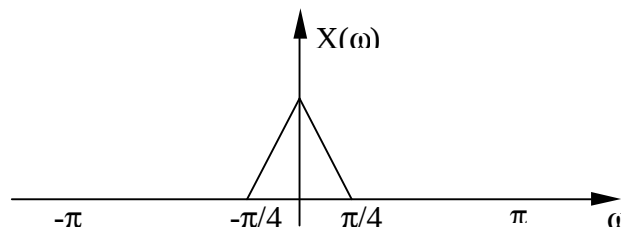
b. $x_2(n) = x(n) \cdot \sin(\pi n/2)$

c. $x_3(n) = x(n) \cdot \cos(\pi n/2)$

d. $x_4(n) = x(n) \cdot \cos(\pi n)$

Observe que estas señales se han obtenido modulando en amplitud una portadora $\cos(\omega_c n)$ o $\sin(\omega_c n)$ mediante la secuencia $x(n)$.

12. A partir de la señal en tiempo discreto $x(n)$ con transformada de Fourier $X(\omega)$, que se muestra en la figura, determine y dibuje las transformadas de Fourier de las siguientes señales:



a. $y_1(n) = \begin{cases} x(n), & n \text{ par} \\ 0, & n \text{ impar} \end{cases}$

b. $y_2(n) = x(2n)$

c. $y_{3(n)} = \begin{cases} x_{(n/2)} & , n \text{ par} \\ 0 & , n \text{ impar} \end{cases}$

Observe que $y_1(n) = x(n) \cdot s(n)$, donde $s(n) = \{ \dots, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, \dots \}$

