Teoría de Sistemas y Señales

Problemas Propuestos – Serie 10

Descripción: Práctica Adicional series 8 y 9

1) Considere la señal

$$x_0(t) = \begin{cases} e^{-t} & 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

Determine la transformada de Fourier de cada una de las señales mostradas en las Figs. 1 a 4 evaluando la transformada de $x_0(t)$ y utilizando las propiedades de la transformada.

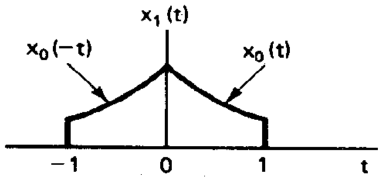


Figura 1

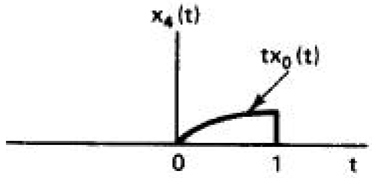


Figura 2

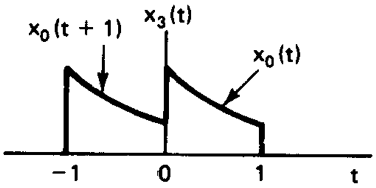


Figura 3

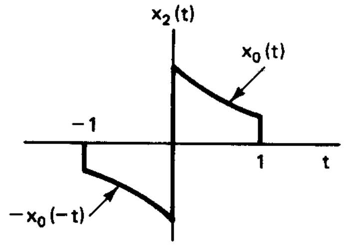
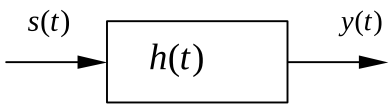
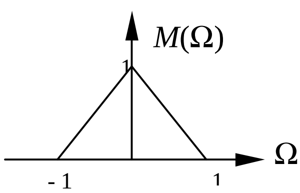


Figura 4

2) Para transmitir la señal $m(t)$ se construye una nueva señal $s(t) = A_c(1 + k_a m(t))\cos(w_c t)$. Esta nueva señal (conocida como señal de AM), es la que finalmente se irradia. Debido a que hay cierto retardo y que el medio no es ideal, se puede considerar que la señal $y(t)$ que recibe la antena no es exactamente $s(t)$, sino una versión "filtrada" de la misma, como se muestra en la figura (generalmente se asume también que se agrega ruido en el camino, hipótesis que aquí no tendremos en cuenta).



Supondremos aquí que la respuesta al impulso del medio es $h(t) = e^{-a(t-T)} m(t-T)$ y que el espectro de la señal original $m(t)$ está dado por:



Se pide entonces calcular y graficar el espectro $Y(\Omega)$ de la señal de salida. Utilizar los parámetros $a = w_c = 10$ y $T = 1$.

3) Considere la señal

$$u(t) = \cos(2\pi t) + \mathrm{sen}(6\pi t)$$

Suponga que esta señal es la entrada a cada uno de los sistemas con respuesta al impulso dadas a continuación y determine la salida en cada caso.

a) $h(t) = \mathrm{sen}(4\pi t) / \pi t$
b) $h(t) = \mathrm{sen}(\pi t) / \pi t$
c) $h(t) = \mathrm{sen}(8\pi t) / \pi t$

4) Calcule la convolución de cada uno de los siguientes pares de señales $u(t)$ y $h(t)$ calculando primero $U(\Omega)$ y $H(\Omega)$.

a) $u(t) = te^{-2t} m(t)$, $h(t) = e^{-4t} m(t)$
b) $u(t) = te^{-2t} m(t)$, $h(t) = t\, e^{-4t} m(t)$
c) $u(t) = e^{-t} m(t)$, $h(t) = e^{-t} m(-t)$

5) Determine la salida del sistema cuya respuesta al impulso está dada por $h(n) = (1/2)^n m(n)$ cuando la señal de entrada es:

$$u(n) = 10 - 5\,\mathrm{sen}(\pi n/2) + 20\cos(\pi n)$$

6) Un sistema tiene como salida $y(n) = (1/4)^n m(n)$ cuando la entrada es $u(n) = (1/2)^n m(n)$.

a) Encuentre la DTFT de la respuesta al impulso del sistema.
b) Calcule la respuesta al impulso $h(n)$.
c) Calcula la respuesta en régimen permanente a una entrada $u(n) = \cos(\pi n/4)$.

7) En la Figura 5 se representa un esquema idealizado de un **Sistema de Procesamiento Digital de Señales**.

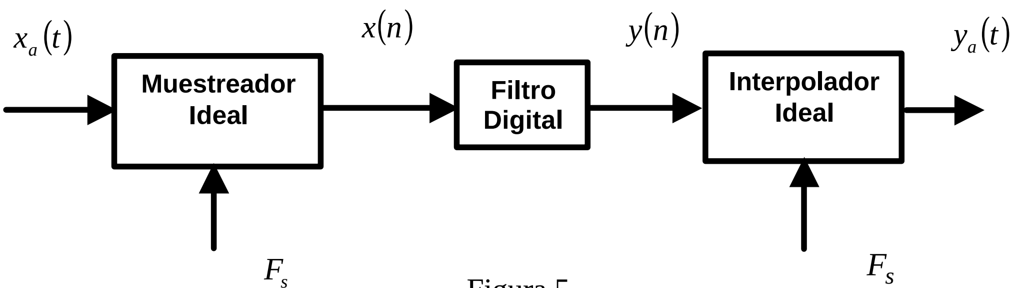


Figura 5

a) Asuma que el Filtro Digital es un **Filtro Pasa Banda** con una respuesta en frecuencia $H(w)$ como la representada en la Figura 6.
a.1) Halle la respuesta al impulso $h(n)$ del filtro.
a.2) Indique si el filtro es un sistema causal. Justifique su respuesta.

b) La señal $x_a(t)$ de entrada al sistema de la Figura 5, se obtiene modulando la amplitud de una portadora senoidal con la señal $x_b(t)$, es decir:

$$x_a(t) = x_b(t)\cos(10000pt)$$

b.1) Halle una expresión para el espectro $X_a(\Omega)$ de la señal $x_a(t)$ en función del espectro $X_b(\Omega)$ de la señal $x_b(t)$. Para tal fin tenga en cuenta el **Teorema de Modulación** de la Transformada de Fourier.

b.2) Grafique el espectro $X_a(\Omega)$ de la señal $x_a(t)$ para el caso en que la señal $x_b(t)$ tenga un espectro $X_b(\Omega)$ como el representado en la Figura 6.

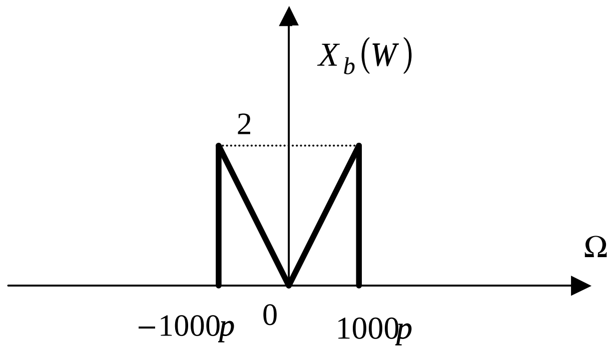


Figura 6

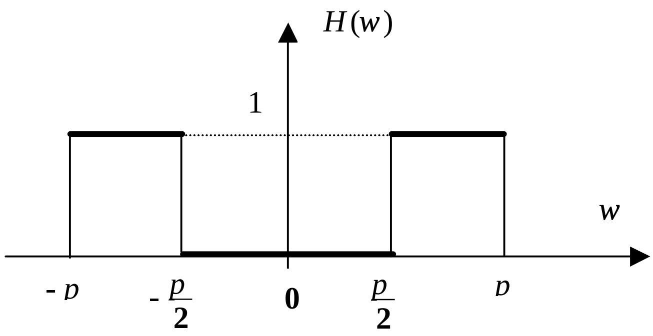


Figura 7

c) Asuma que el Filtro Digital tiene una respuesta en frecuencia $H(w)$ como la representada en la Figura 6, y que la frecuencia de muestreo es F_s=*2000 Hz*.

c.1) Indique si la frecuencia de muestreo seleccionada es apropiada para el muestreo de la señal $x_a(t)$, de manera que no se produzca **aliasing**.

c.2) Grafique los espectros de las señales $x_a(t)$, $x(n)$, $y(n)$, e $y_a(t)$. Indique en cada caso si los espectros son periódicos o no periódicos.

8) La señal causal $x(n)$ tiene una Transformada *Z* dada por

$$X(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}$$

a) Determine la señal $x(n)$ y su Transformada de Fourier en Tiempo Discreto (DTFT).

b) Determine la DFT con *5*-puntos de la señal $x(n)$. Indique si esta DFT puede pensarse como muestras en frecuencia de la DTFT de $x(n)$, en las frecuencias equiespaciadas $w_k = 2pk/N$.