Sistemas y Señales I

Trabajo Práctico Nro. 2 – Problemas a Informar

Problema 2: Sistema de Levitación magnética

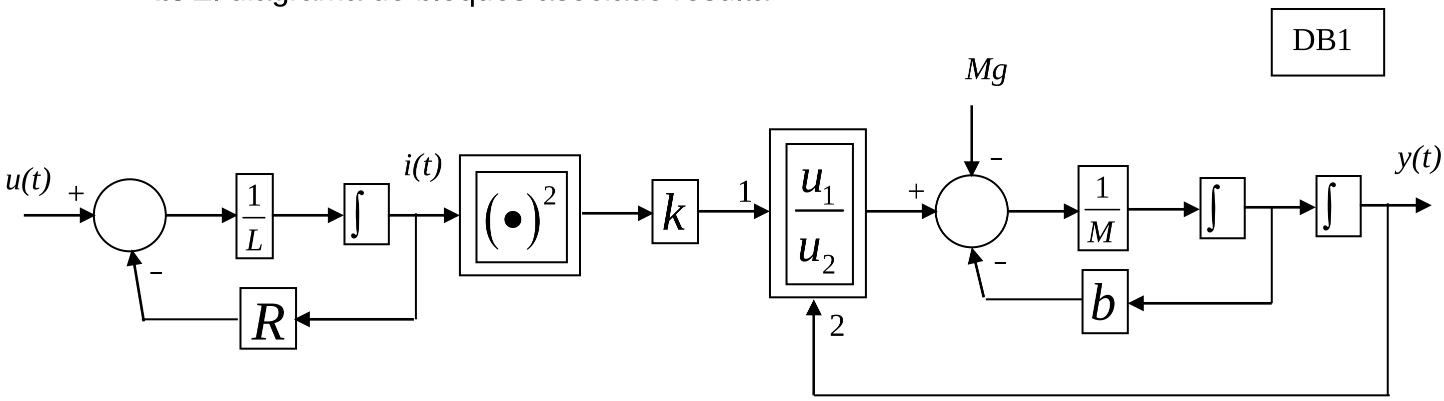
a. Las ecuaciones que describen la dinámica del sistema son:

$$\begin{cases} F_{mag}(t) = \dfrac{k\ i^2(t)}{y(t)} \\ u(t) = L\dfrac{di(t)}{dt} + Ri(t) \\ M\dfrac{d^2y(t)}{dt^2} = F_{mag}(t) - Mg - b\dfrac{dy(t)}{dt} \end{cases} \qquad (1)$$

Es decir

$$\begin{cases} u(t) = L\dfrac{di(t)}{dt} + Ri(t) \\ M\dfrac{d^2y(t)}{dt^2} = \dfrac{k\ i^2(t)}{y(t)} - Mg - b\dfrac{dy(t)}{dt} \end{cases} \qquad (2)$$

b. El diagrama de bloques asociado resulta



c. Para una tensión de entrada constante el sistema alcanza un equilibrio. Los valores de equilibrio pueden obtenerse igualando a cero las derivadas en (2), es decir:

$$\begin{cases} \bar{u} = R\bar{i} \\ 0 = \dfrac{k\bar{i}^2}{\bar{y}} - Mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{i} = \dfrac{\bar{u}}{R} \\ \bar{y} = \dfrac{k\bar{i}^2}{Mg} \end{cases}$$

Para $u(t) = \bar{u} = 10\ \text{V}$, resulta:

$$\begin{cases} \bar{i} = \dfrac{\bar{u}}{R} = \dfrac{10\ \mathrm{V}}{20\ \Omega} = 0.5\mathrm{A} \\ \bar{y} = \dfrac{k\bar{i}^{\,2}}{Mg} = \dfrac{2\times 0.5^2}{0.2\times 9.8} = 0.255\ \mathrm{m} \end{cases}$$

d. Diagrama de bloques incremental lineal

Para pequeñas variaciones alrededor de una posición de equilibrio (correspondiente a un valor constante de *u(t)*) la relación que vincula la fuerza magnética con la corriente y la posición de la esfera diamagnética se puede aproximar por una ecuación lineal de la forma:

$$F_{mag}(t) \approx \bar{F}_{mag} + k_i \Delta i(t) + k_y \Delta y(t) \qquad (3)$$

donde

$$\bar{F}_{mag} = \frac{k\bar{i}^{\,2}}{\bar{y}} \quad , \quad k_i = \left.\frac{\partial F_{mag}(t)}{\partial i}\right|_{i(t)=\bar{i}\,;y(t)=\bar{y}} \quad , \quad k_y = \left.\frac{\partial F_{mag}(t)}{\partial y}\right|_{i(t)=\bar{i}\,;y(t)=\bar{y}} ,$$

$$\Delta i(t) = i(t) - \bar{i} \quad , \quad \Delta y(t) = y(t) - \bar{y} \ ,$$

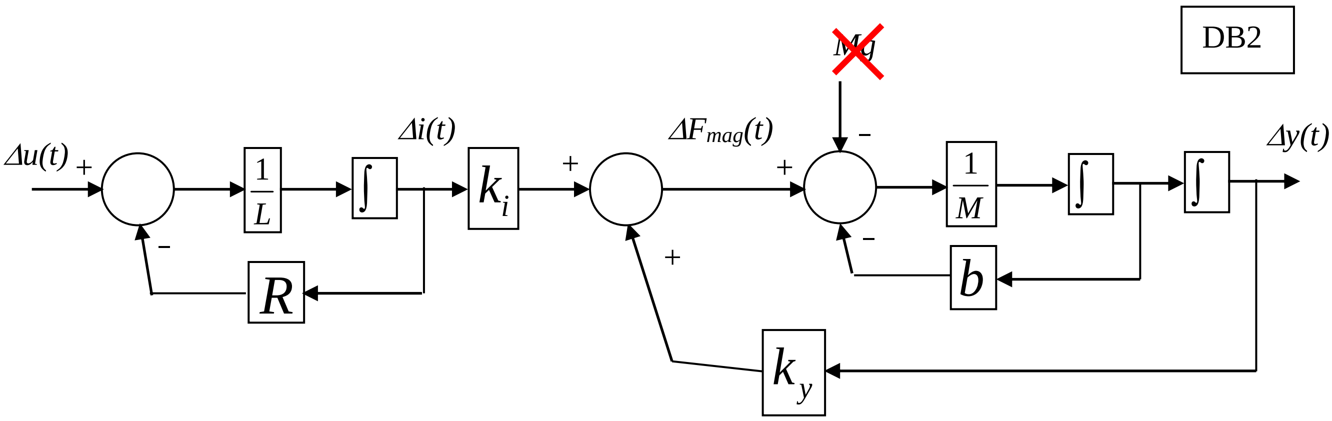
siendo $\bar{i}$ e $\bar{y}$ los valores de equilibrio de $i(t)$ e $y(t)$, respectivamente.

Resulta entonces

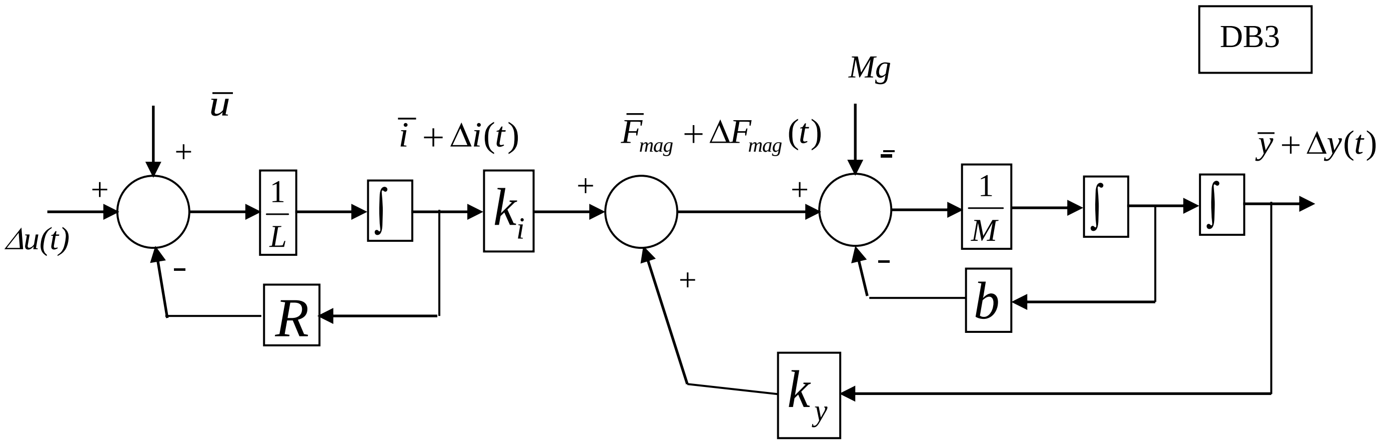
$$k_i = \left.\frac{\partial F_{mag}(t)}{\partial i}\right|_{i(t)=\bar{i}\,;y(t)=\bar{y}} = \frac{2k\bar{i}}{\bar{y}} = \frac{2\times 2\times 0.5}{0.255} = 7.84$$

$$k_y = \left.\frac{\partial F_{mag}(t)}{\partial y}\right|_{i(t)=\bar{i}\,;y(t)=\bar{y}} = -\frac{k\bar{i}^{\,2}}{\bar{y}^2} = -\frac{2\times 0.5^2}{0.255^2} = -7.69$$

El diagrama de bloques incremental lineal resulta



NB: Para poder comparar los resultados de simulación del modelo no lineal DB1, con los del modelo lineal DB2, deben incorporarse los valores de equilibrio en el DB2, es decir:


DB3
Mg
$\overline{u}$
$\overline{i} + \Delta i(t)$
$\overline{F}_{mag} + \Delta F_{mag}(t)$
$\overline{y} + \Delta y(t)$
$\Delta u(t)$
$\frac{1}{L}$
$\int$
k_i
$\frac{1}{M}$
R
b
k_y
+
-