

Sistemas y Señales I

Problema de señal periódica inmersa en ruido

Temario: Cap. 2: Item 2.4

Ejemplo correlación: Señal periódica inmersa en ruido

Sea $x(n)$ una señal periódica con período N , y sea $y(n)$ una medición ruidosa de la señal, es decir:

$$y(n) = x(n) + w(n)$$

La simple observación de la señal $y(n)$ no permite visualizar la señal periódica $x(n)$ ya que el ruido $w(n)$ la enmascara.

Calculemos la autocorrelación de $y(n)$. Resulta:

$$\begin{aligned} r_{yy}(\ell) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n)y(n+\ell) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [x(n) + w(n)][x(n+\ell) + w(n+\ell)] \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)x(n+\ell) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)w(n+\ell) \\ &\quad + \sum_{n=-\infty}^{\infty} w(n)x(n+\ell) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} w(n)w(n+\ell) \end{aligned}$$

$$\text{Sys-I} \quad = r_{xx}(\ell) + r_{wx}(\ell) + r_{xw}(\ell) + r_{ww}(\ell) \quad (1)$$

Si consideramos que el ruido es aleatorio (y blanco), no va a estar correlacionado con la señal $x(n)$, por lo que resulta

$$r_{xw}(\ell) = r_{wx}(\ell) = 0$$

Por otra parte, al ser el ruido blanco ,resulta

$$r_{ww}(\ell) = 0 , \forall \ell \neq 0$$

La ecuación (1) resulta entonces

$$r_{yy}(\ell) \approx r_{xx}(\ell) , \forall \ell \neq 0 \quad (2)$$

Como $x(n)$ es periódica con período N , entonces su autocorrelación $r_{xx}(\ell)$ es periódica con período N , por lo que, por (2), resulta $r_{yy}(\ell)$ también periódica con período N .

El período N puede entonces medirse de $r_{yy}(\ell)$.

Ejemplo numérico:

```
Fs=8000;  
n=[0:1:10000]';  
x=sin(2*pi*(440/8000)*n);  
w=4*rand(length(n),1);  
w=w-mean(w);  
y=x+w;  
ryy=xcorr(y,y);  
nn=[-length(n)+1:1:length(n)-1]';  
plot(nn,ryy)  
figure  
plot(y)
```

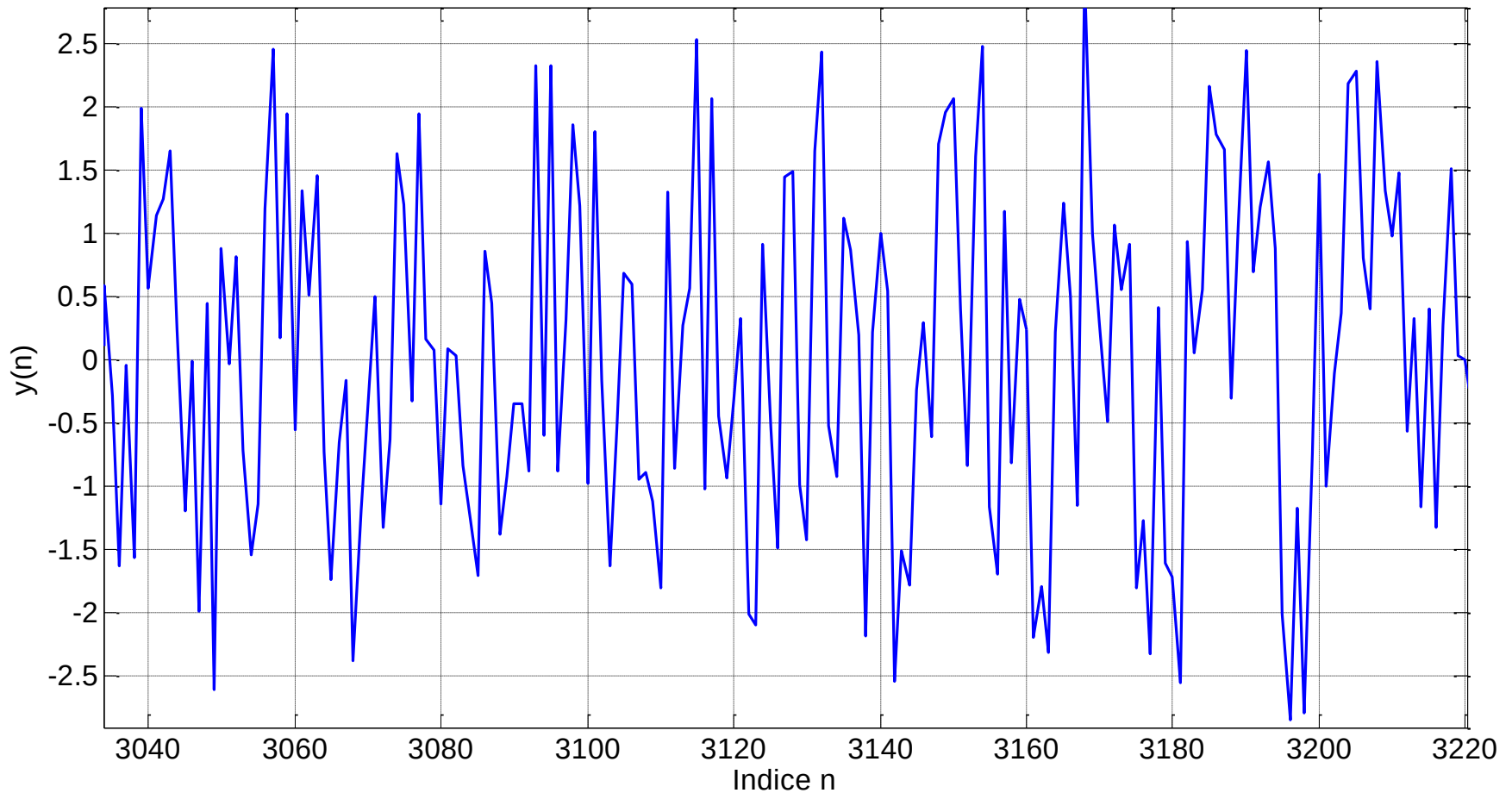


Figura 1: Señal $y(n)$. Notar que no puede observarse la periodicidad de la señal $x(n)$.

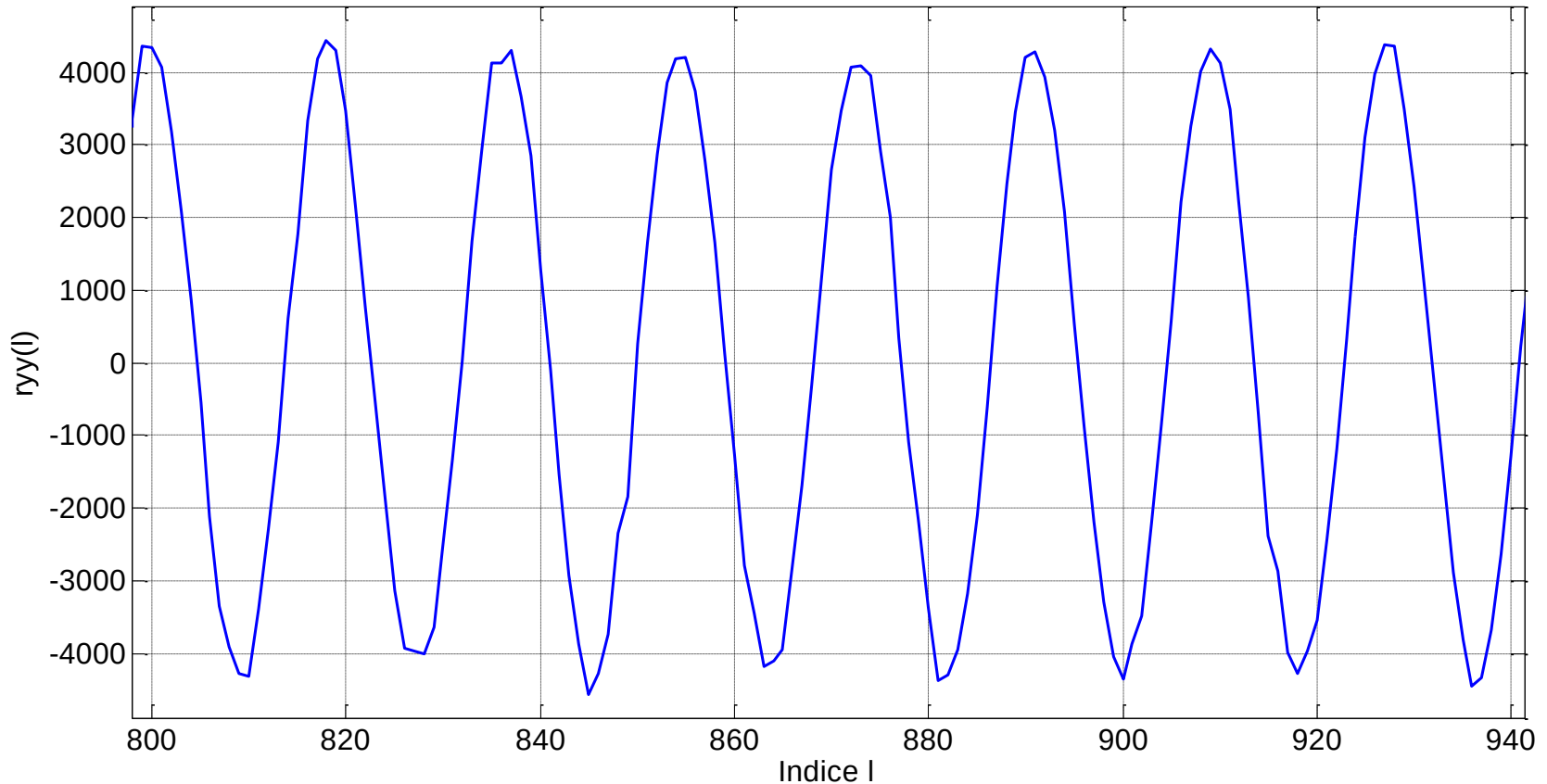


Figura 2: Autocorrelación de la señal $y(n)$. Notar que puede observarse la periodicidad de la señal $x(n)$.