

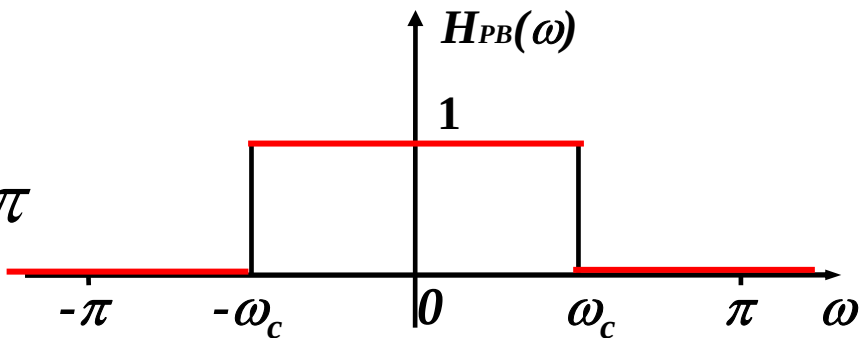
Sistemas y Señales I

Transparencias:
Respuesta al Impulso de
Filtros en TD ideales

Autor: Dr. Juan Carlos Gómez

Filtro Pasa Bajo

La respuesta en frecuencia del filtro viene dada por

$$H_{PB}(\omega) = \begin{cases} 1 & , \quad |\omega| \leq \omega_c \\ 0 & , \quad \omega_c < |\omega| \leq \pi \end{cases}$$


La respuesta al impulso del filtro se obtiene computando la Transformada Inversa de Fourier en TD de su respuesta en frecuencia, es decir

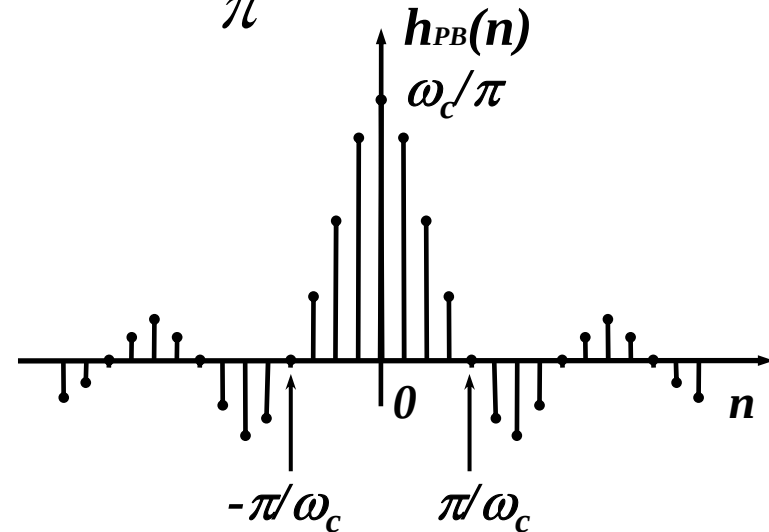
$$\begin{aligned} h_{PB}(n) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(\omega) e^{j\omega n} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{j\omega n} d\omega \\ &= \frac{\text{sen } \omega_c n}{\pi n} \quad \text{con } n \neq 0 \end{aligned}$$

Para $n = 0$, tenemos:

$$h_{PB}(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} d\omega = \frac{\omega_c}{\pi}$$

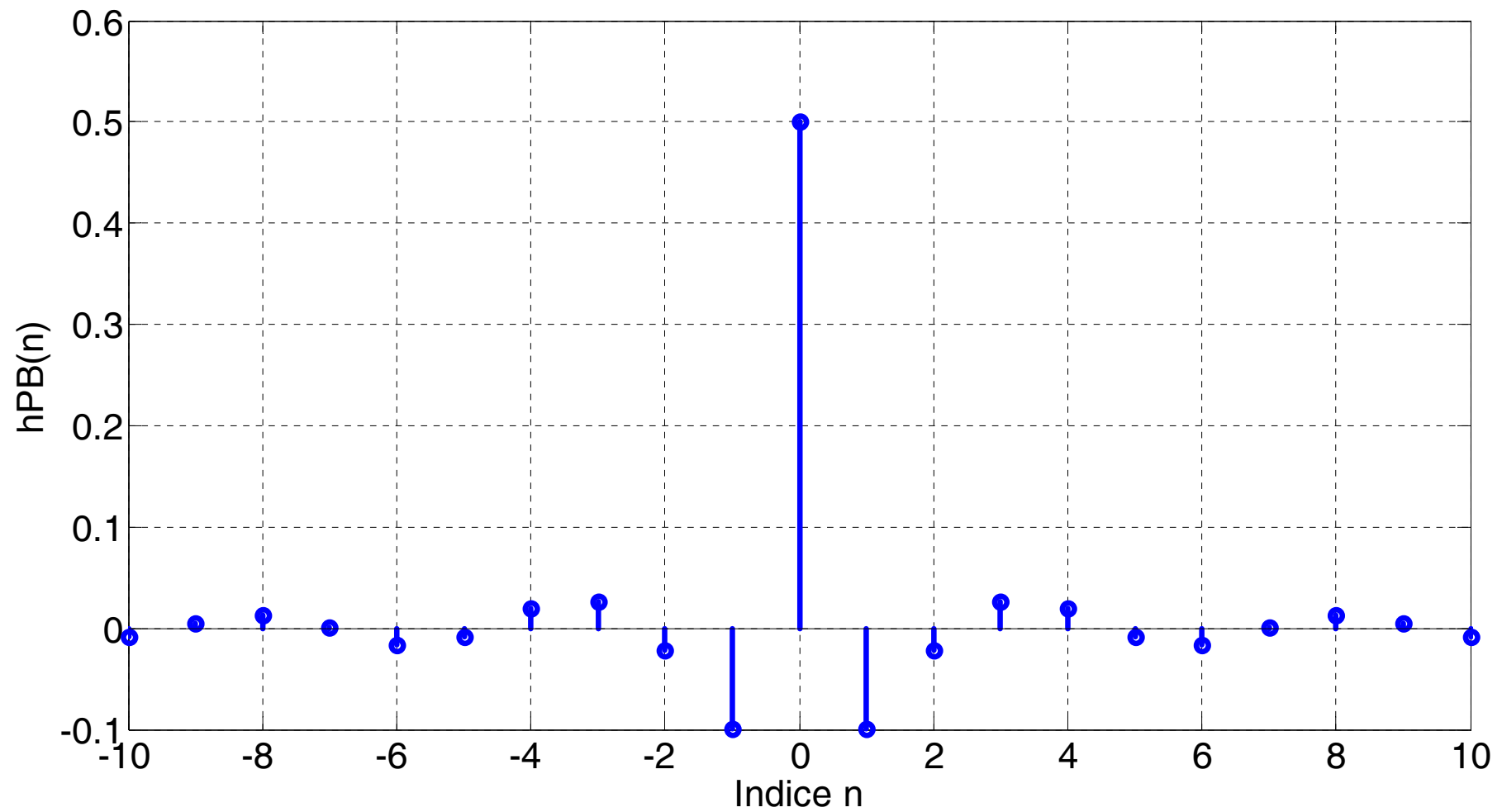
Es decir:

$$h_{PB}(n) = \begin{cases} \frac{\omega_c}{\pi} & \text{con } n=0 \\ \frac{\omega_c}{\pi} \frac{\sin \omega_c n}{\omega_c n} & \text{con } n \neq 0 \end{cases}$$



$$h_{PB}(n) = \frac{\omega_c}{\pi} \text{sinc}(\omega_c n)$$

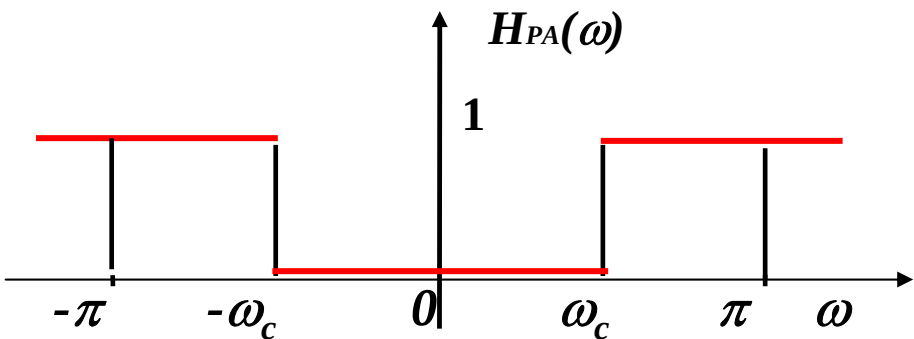
Como podemos observar no se verifica que $h_{PB}(n) = 0$ para todo $n < 0$, por lo que el filtro es no causal y por lo tanto no implementable.



Respuesta al impulso $h_{PB}(n)$ para $\omega_c = \frac{\pi}{2}$

Filtro Pasa Alto

La respuesta en frecuencia del filtro viene dada por

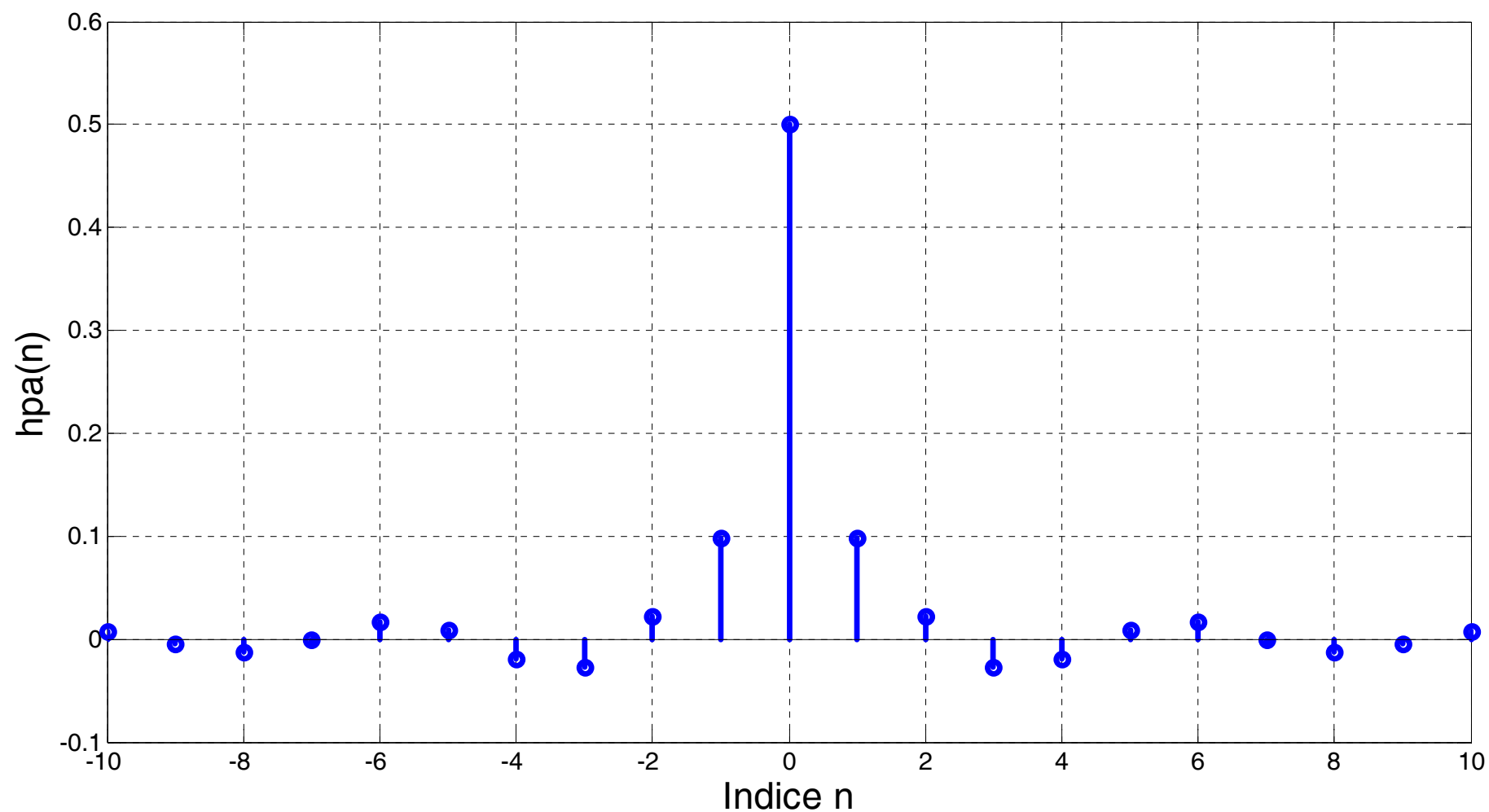
$$H_{PA}(\omega) = \begin{cases} 1 & , \quad \omega_c < |\omega| < \pi \\ 0 & , \quad |\omega| \leq \omega_c \end{cases}$$


Podemos ver que esta respuesta en frecuencia se puede obtener como

$$H_{PA}(\omega) = 1 - H_{PB}(\omega)$$

La respuesta al impulso resulta entonces:

$$h_{PA}(n) = \delta(n) - \frac{\omega_c}{\pi} \text{sinc}(\omega_c n)$$

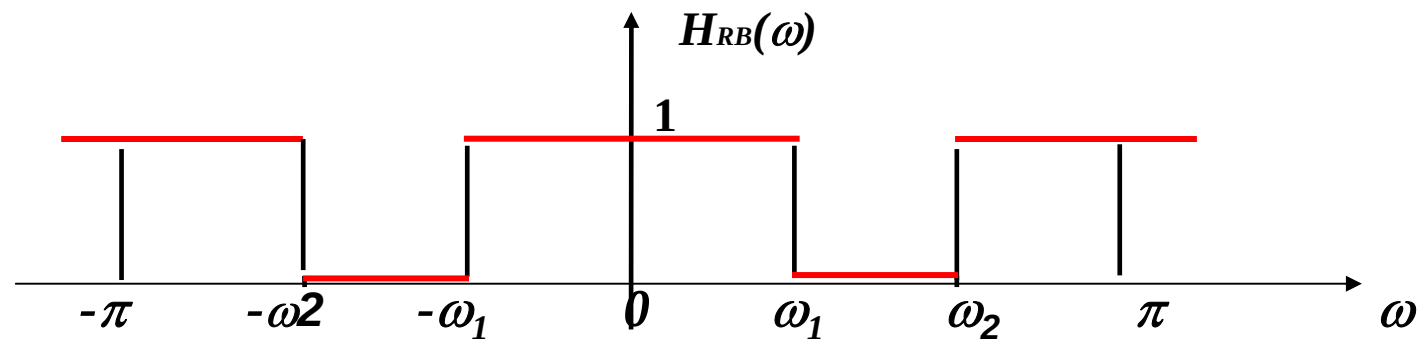


Respuesta al impulso $h_{PA}(n)$ para $\omega_c = \frac{\pi}{2}$

Filtro Rechaza Banda

La respuesta en frecuencia del filtro viene dada por

$$H_{RB}(\omega) = \begin{cases} 1 & , \quad \text{C.O.C.} \\ 0 & , \quad \omega_1 \leq |\omega| \leq \omega_2 \end{cases}$$

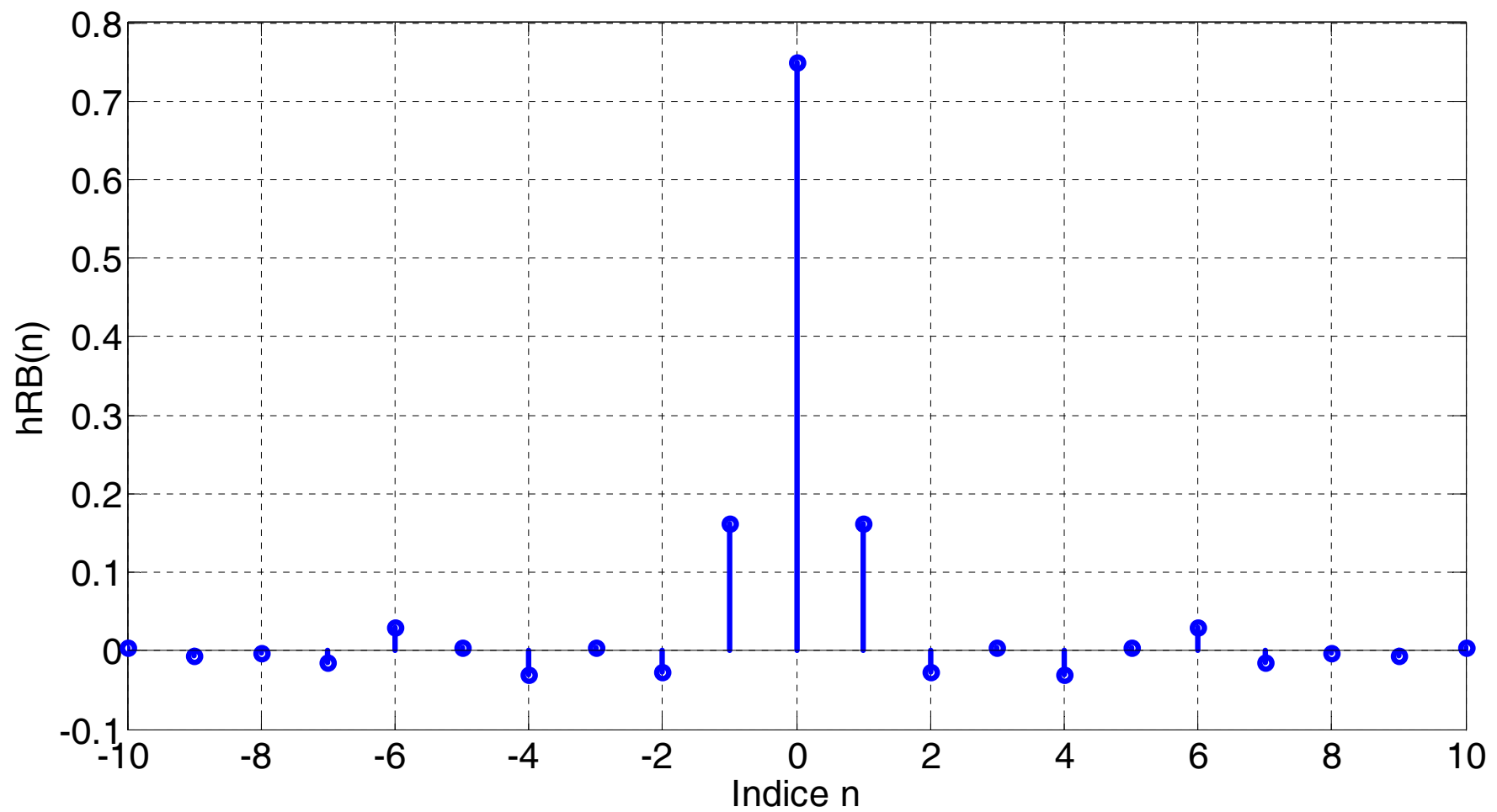


Podemos ver que esta respuesta en frecuencia se puede obtener como

$$\begin{aligned}
 H_{RB}(\omega) &= H_{PB1}(\omega) + H_{PA2}(\omega) \\
 &= 1 + H_{PB1}(\omega) - H_{PB2}(\omega)
 \end{aligned}$$

La respuesta al impulso resulta entonces:

$$h_{RB}(n) = \delta(n) + \frac{\omega_1}{\pi} \text{sinc}(\omega_1 n) - \frac{\omega_2}{\pi} \text{sinc}(\omega_2 n)$$



Respuesta al impulso $h_{RB}(n)$ para $\omega_1 = \frac{\pi}{4}$, $\omega_2 = \frac{\pi}{2}$