

# Sistemas y Señales I

**Relación entre la Transformada Z y la  
Transformada de Fourier en TD**

---

**Temario:** Cap. 7, ítem 7.6

# Relación entre la Transformada Z y la Transformada de Fourier en Tiempo Discreto

Sea  $x(n)$  una señal causal de energía finita en TD. Su transformada Z resulta:

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z^{-n} \quad (1)$$

Si la Región de Convergencia (RDC) de  $X(z)$  contiene a la circunferencia unitaria, entonces podemos calcular  $X(z)$  sobre esa curva, es decir para  $z = e^{j\omega}$ , resultando

$$X(z)\Big|_{z=e^{j\omega}} = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)e^{-j\omega n} \quad (2)$$

Vemos que la expresión (2) es la Transformada de Fourier en Tiempo Discreto de la señal causal  $x(n)$ . Es decir, si conocemos la Transformada Z de una señal en TD y la RDC de la transformada contiene a la circunferencia unitaria, podemos calcular la Transformada de Fourier en Tiempo Discreto de la señal como:

$$F \{ x(n) \} = Z \{ x(n) \} \Big|_{z=e^{j\omega}}$$

Por otra parte, si la señal es la respuesta al impulso  $h(n)$  de un sistema causal y BIBO estable, con función transferencia  $H(z)$ , entonces la **Respuesta en Frecuencia** del sistema resulta

$$H(\omega) = H(z) \Big|_{z=e^{j\omega}} = F \{ h(n) \}$$

La condición de BIBO estabilidad se requiere para que la función transferencia  $H(z)$  tenga todos sus polos en el interior de la circunferencia unitaria, y por lo tanto su región de convergencia contenga a dicha curva. Recordar que la RDC es el exterior de una circunferencia (sistema causal) y no puede contener polos.

