

Sistemas y Señales I

Relación entre la Transformada de Laplace y la Transformada de Fourier de una señal en TC

Temario: Cap. 6

Relación entre la Transformada de Laplace y la Transformada de Fourier de una señal en TC

Sea $x(t)$ una señal causal de energía finita en TC. Su transformada de Laplace resulta:

$$X(s) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt \quad (1)$$

Si la Región de Convergencia (RDC) de $X(s)$ contiene al eje imaginario, entonces podemos calcular $X(s)$ sobre ese eje, es decir para $s = j\Omega$, resultando

$$X(s)\Big|_{s=j\Omega} = \int_0^{\infty} x(t)e^{-j\Omega t} dt \quad (2)$$

Vemos que la expresión (2) es la Transformada de Fourier de la señal causal $x(t)$. Es decir, si conocemos la Transformada de Laplace de una señal y la RDC de la transformada contiene al eje imaginario, podemos calcular la Transformada de Fourier de la señal como:

$$F \{ x(t) \} = L \{ x(t) \} \Big|_{s=j\Omega}$$

Por otra parte, si la señal es la respuesta al impulso $h(t)$ de un sistema causal y BIBO estable, con función transferencia $H(s)$, entonces la **Respuesta en Frecuencia** del sistema resulta

$$H(j\Omega) = H(s) \Big|_{s=j\Omega} = F \{ h(t) \}$$

La condición de BIBO estabilidad se requiere para que la función transferencia $H(s)$ tenga todos sus polos en el semiplano izquierdo abierto, y por lo tanto su región de convergencia contenga al eje imaginario. Recordar que la RDC es el semiplano a la derecha de la abscisa de convergencia y no puede contener polos.

