Universidad Nacional de Rosario
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Escuela de Ingeniería Electrónica

Sistemas y Señales I

Trabajo Práctico Nº 3
Análisis Frecuencial de Señales

Problemas a incluir en el Informe del TP

Autores: Cátedra SyS-I

Junio de 2025

Problemas a incluir en el Informe del TP

<u>Problema 1:</u> Procesamiento de una señal de audio en los dominios frecuencial y temporal

El objetivo de este problema consiste en aplicar filtros en los dominios frecuencial y temporal para eliminar ruido e identificar las notas de un trozo musical.

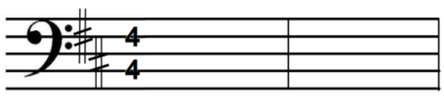
Introducción

El segmento musical consiste en la parte del bajo del *Canon en Re Mayor (P37)* del compositor alemán del periodo barroco Johann Pachelbel (1653-1706), que vivió en la ciudad imperial de Nuremberg (Sacro Imperio Romano Germánico). Algunos investigadores sugieren que el Canon fue escrito para la boda de Johann Christoph Bach (1671-1721), el hemano mayor de Johann Sebastian Bach (1685-1750), a la cual Pachelbel asistió. Cada nota que se escucha corresponde a un tiempo de negra en una métrica de 4/4 (es decir cuatro negras por compás). Los dos compases que se escuchan se repiten 31 veces durante toda la obra (bajo *ostinato*) y sirven de base armónica para el canon a tres voces (originalmente para violines), donde cada voz repite una melodía desfasada dos compases de la anterior.

a. El archivo `canon.mat` contiene los dos compases del bajo *ostinato* del Canon en Re Mayor de J. Pachelbel. La frecuencia de referencia para la afinación del instrumento con el cual se grabó el segmento de música fue La=440 Hz, y se usó el sistema equi-temperado de afinación (ver frecuencia de las notas en la Tabla 1). Debido a un filtrado deficiente de la fuente del dispositivo de grabación aparece un ruido (tono puro) de frecuencia múltiplo de la frecuencia de línea (50 Hz) superpuesto con la música. Diseñar un filtro en el dominio de Fourier de manera de eliminar el ruido aditivo. Graficar los espectros de la señal ruidosa y de la señal filtrada, junto con la respuesta en frecuencia del filtro. Realice las gráficas utilizando frecuencias continuas en [Hz] en el eje de abscisas. Justifique la elección del número N de frecuencias que utiliza para el cálculo de la DFT de la señal.

b. Diseñar un filtro FIR de fase lineal de longitud apropiada para eliminar el ruido presente en la señal, graficando los espectros de la señal ruidosa y de la señal filtrada, junto con la respuesta en frecuencia del filtro. Realice las gráficas utilizando frecuencias continuas en [Hz] en el eje de abscisas.

c. A partir del análisis del espectro determine cuáles son las notas musicales que aparecen en la señal, justificando su respuesta. Escriba los dos compases en un pentagrama en clave de Fa, con armadura de clave de Re Mayor de la forma



<u>NB:</u> Los sostenidos en la clave significan que, salvo indicación en contrario, cada vez que aparece una nota Fa, o una nota Do, debe ser Fa#, o Do#, respectivamente.

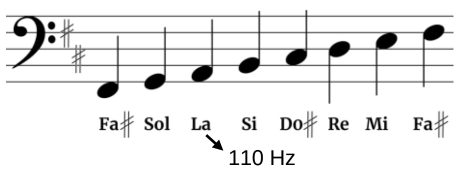


Tabla 1: Frecuencias de las notas en el sistema equitemperado

Nota	Frecuencia [Hz]
La	440
La # - Si b	$440\times 2^{1/12}$
Si	$440\times 2^{2/12}$
Do	$440\times 2^{3/12}$
Do # - Re b	$440\times 2^{4/12}$
Re	$440\times 2^{5/12}$
Re # - Mi b	$440\times 2^{6/12}$
Mi	$440\times 2^{7/12}$
Fa	$440\times 2^{8/12}$
Fa # - Sol b	$440\times 2^{9/12}$
Sol	$440\times 2^{10/12}$
Sol # - La b	$440\times 2^{11/12}$
La	$440\times 2^{12/12} = 880$

$$\boxed{\frac{F_{\text{nota+semitono}}}{F_{\text{nota}}} = 2^{\frac{1}{12}}}$$

Nota: Una muy buena versión del Canon es la del ensamble *Voices of Music*, con instrumentos originales, que puede escucharse en YouTube en: https://youtu.be/JvNQLJ1_HQ0

Problema 2: Análisis frecuencial utilizando ventanas

El uso de la Transformada de Fourier es de fundamental importancia para el análisis frecuencial de señales. Sin embargo, si se calcula la transformada de Fourier de una porción de larga duración de la señal, se pierde la información temporal de su contenido frecuencial, es decir, se conoce el contenido armónico de la señal pero no se puede especificar en qué momento está presente cada armónico.

En las aplicaciones en las cuales se requiere conocer la información frecuencial en función del tiempo de la señal, se suele realizar un análisis de Fourier de tiempo corto. Para ello se divide la señal en segmentos de corta duración denominados *frames*. Un *frame* es una porción de L muestras sucesivas de una señal de longitud M, que se obtiene a partir de aplicar una ventana a la señal y desplazarla temporalmente. En la Figura 1, se divide una señal de longitud M, en N *frames* de longitud L. De esta manera, calculando la Transformada de Fourier a cada *frame* se puede conocer la evolución del contenido armónico de la señal en el tiempo. Esta técnica se denomina Transformada de Fourier en Tiempo Corto (*Short-Time Fourier Transform*).

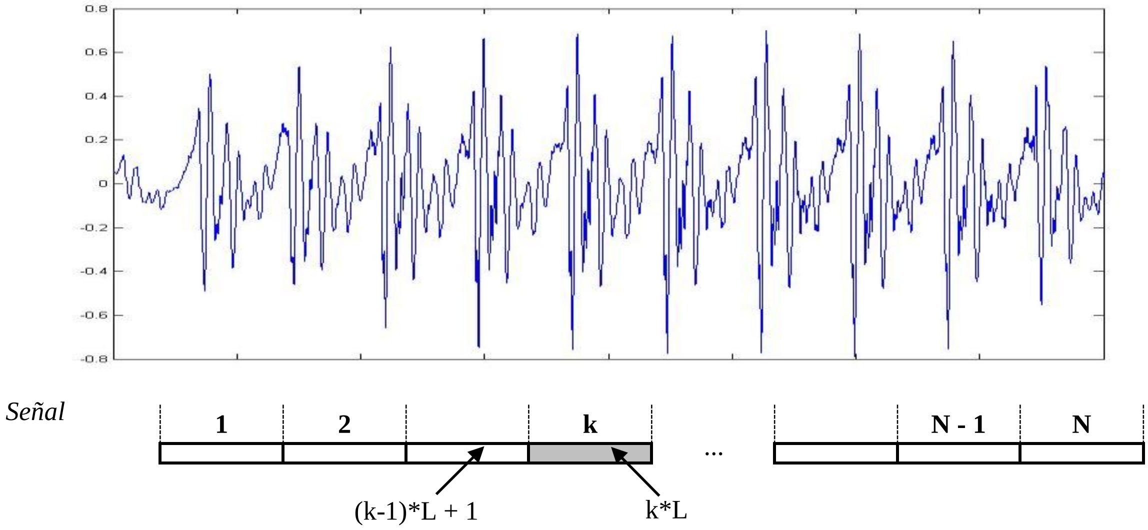


Figura 1. División en frames de una señal.

Sistema de Marcación por Tonos

En el sistema de marcación por tonos utilizado en telefonía, también llamado sistema multifrecuencial o DTMF (Dual-Tone Multi-Frequency), cuando un usuario pulsa en el teclado de su teléfono la tecla correspondiente a un dígito que quiere marcar, se envían dos tonos de distinta frecuencia (uno por columna y otro por fila de acuerdo a la Tabla 2).

Tabla 2: Frecuencias asociadas a cada dígito del sistema DTMF.

		F_H [Hz]			
		1209	1336	1477	1633
F_L [Hz]	697	**1**	**2**	**3**	**A**
	770	**4**	**5**	**6**	**B**
	852	**7**	**8**	**9**	**C**
	941	*****	**0**	**#**	**D**

Así, la señal generada al presionar un dígito, tendrá dos componentes y una forma genérica:

$$x(t) = A sen(2\pi F_L t) + A sen(2\pi F_H t) \xrightarrow{F_S} x(n) = A sen(2\pi f_L n) + A sen(2\pi f_H n)$$

Luego, la central telefónica detecta las frecuencias contenidas en la señal y determina el dígito que se marcó. En los casos en que las frecuencias F_L y F_H difieren de sus valores nominales, indicados en la Tabla 2, en ±1.8%, la central telefónica descarta el dígito enviado.

El objetivo de este problema es analizar el contenido frecuencial de una señal asociada al marcado de un número telefónico, por medio de la Transformada de Fourier en Tiempo Corto, para identificar el número telefónico marcado, determinando cada uno de los dígitos que lo componen.

a. Use la función Matlab `wavread` para cargar el archivo "*tonos.wav*" que contiene la señal de audio a analizar.
Sintaxis: `[Y, Fs, Nbits] = wavread('tonos.wav');`
Donde `Y` son las muestras de la señal, `Fs` la frecuencia muestreo y `Nbits` la cantidad de bits por muestra utilizados.

b. Con la ayuda de las funciones `fft` y `fftshift` de Matlab compute la DTFT de la señal `Y` completa y grafique el espectro de amplitud en función de la frecuencia en tiempo continuo asociada, en el rango entre [-Fs/2 , Fs/2]. Indique si es posible o no determinar el número marcado a partir del espectro de amplitud de la señal completa.

c. Realice una función que tome como argumentos de entrada dos frecuencias, F_1 y F_2 ($F_1 < F_2$), y como argumento de salida la variable `digito`, correspondiente al dígito identificado. Para ello compare F_1 con cada una de las frecuencias F_L y F_2 con cada una de las frecuencias F_H. En caso de que alguna de las frecuencias estuviera fuera del rango (F_L ± 1.8% y F_H ± 1.8%), la variable de salida debe ser `digito=[]`.

d. Realice un script que:
   i. Divida la señal en *frames* con una duración de 450mseg, tal que la longitud del *frame* resulta L = (450e-3)*Fs muestras.
   ii. Para cada *frame*, calcule la DTFT, determine automáticamente las dos frecuencias de mayor amplitud y calcule las frecuencias en tiempo continuo asociadas (en Hz) (para ello puede utilizar la función `max` de Matlab). Utilice la función del ítem **c.** para determinar el dígito correspondiente a este *frame*.
   iii. Una vez procesados todos los *frames*, muestre en pantalla el número identificado.

e. Suponga ahora que la señal se envía a través de un canal de transmisión con una respuesta al impulso *h(n),* como se indica en la Figura 2.

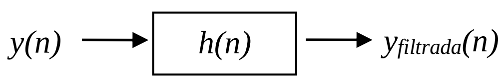


Figura 2. Canal de transmisión.

El canal de transmisión es modelado con una estructura FIR (Finite Impulse Response) de fase lineal y de longitud 80. Obtenga la respuesta al impulso del canal a partir del comando `h=fir1(80,0.325)` y filtre la señal contenida en el archivo "*tonos.wav*". Luego, determine nuevamente el número telefónico marcado a partir de la señal filtrada. Compare los resultados con los obtenidos en el ítem **d**. y extraiga conclusiones. **Ayuda**: grafique la respuesta en frecuencia del canal.