



Sistemas y Señales I

Trabajo Práctico N° 2 Simulación Digital de Sistemas Dinámicos

Problemas a Incluir en el Informe del TP

Autores: Cátedra SyS-I

Mayo de 2025

Problema 1:

En la Figura 1 se muestra el diagrama esquemático de un Servo Control de Posición, correspondiente a uno de los equipos para enseñanza de Control Automático que distribuye la firma ECP. El equipo consiste de un Motor de Corriente Continua que contiene una caja de engranajes con una relación de reducción 14 a 1. La salida de la caja de engranajes mueve un potenciómetro, y un eje de salida independiente al cual puede conectarse una carga. El esquema mecánico se representa en la Figura 2. El objetivo del experimento es implementar un controlador que controle la posición del eje de salida.

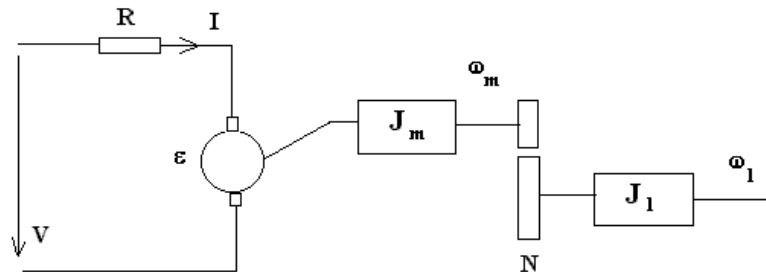


Figura 1: Diagrama Esquemático del Servo Control de Posición

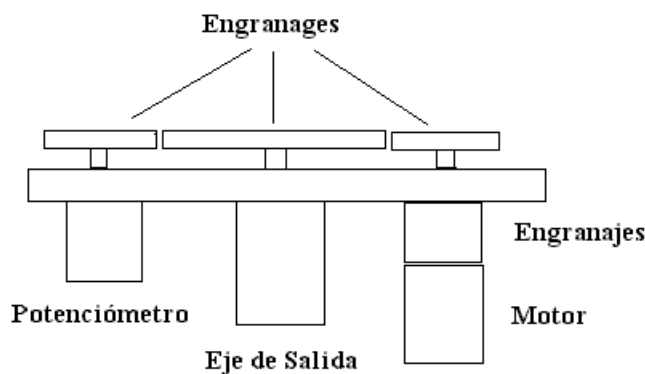


Figura 2: Esquema Mecánico del Servo Control de Posición

- Haga un diagrama de bloques y obtenga la función transferencia entre la entrada V (tensión del motor) y la salida θ_l (ángulo en el eje de la carga).
- Asumiendo los siguientes valores de los parámetros, indique si el sistema en lazo abierto es estable, y realice un Diagrama de Bode de Amplitud y Fase. Grafique el correspondiente Diagrama de polos y ceros.

$$K_m = 0.00767 \text{ Nm/A}$$

$$R = 2.6\Omega$$

$$J_m = 3.87 \times 10^{-7} \text{ Kg m}^2$$

$$N = 14$$

$$J_l = 3.2248 \times 10^{-5} \text{ Kg m}^2$$

- Para que el ángulo de salida pueda seguir a una referencia se propone implementar un control PD (Proporcional + Derivativo) de la forma

$$V = K_p (\theta_{ref} - \theta_l) + K_d (\dot{\theta}_{ref} - \dot{\theta}_l)$$

Las ganancias K_p , K_d del controlador deben elegirse de manera que la transferencia en lazo cerrado entre la entrada ángulo de referencia θ_{ref} y la salida ángulo de la carga θ_l tenga un factor de amortiguamiento $\xi = 0.5$ y una frecuencia natural $\omega_n = 150$ rad/seg.

- Haga los Diagramas de Bode de Amplitud y Fase del sistema retroalimentado.
- Compute y grafique la respuesta del sistema en lazo cerrado a un escalón unitario en el ángulo de referencia.
- Escriba las ecuaciones de estado del sistema retroalimentado.
- Analice la influencia de un incremento de un 100 % en la inercia del motor J_m manteniendo los valores de K_p y K_d del apartado c..

Problema 2: Sistema de Levitación magnética

La Figura 3 representa esquemáticamente un sistema de suspensión magnético de una esfera diamagnética. El objetivo del sistema es lograr que la esfera diamagnética quede suspendida a una distancia determinada $y(t)$ del extremo del electroimán, a través de la regulación de la corriente $i(t)$ por el mismo mediante el control de la tensión de alimentación $u(t)$. La fuerza magnética sobre la esfera puede modelarse como

$$F_{mag}(t) = \frac{k i^2(t)}{y(t)} \quad (1)$$

donde k es una constante de proporcionalidad.

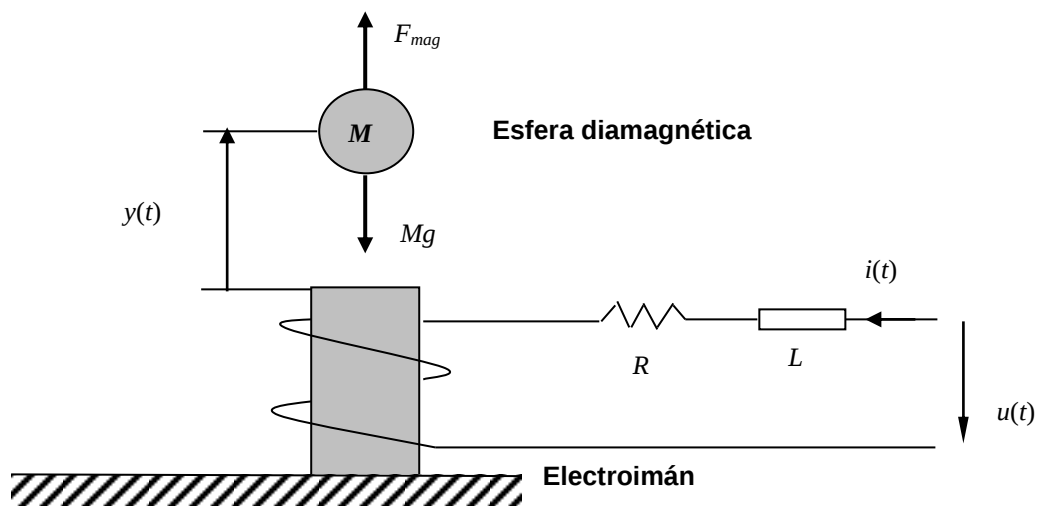


Figura 3: Diagrama esquemático de un sistema de suspensión magnética de una esfera.

Los valores de los parámetros del sistema son los siguientes:

$$R = 20 \, \Omega$$

$$b = 0.5 \, \text{Ns/m}$$

$$L = 0.01 \, \text{Hy}$$

$$k = 2 \, \text{Nm/A}^2$$

$$M = 0.2 \, \text{Kg}$$

$$g = 9.8 \, \text{m/s}^2$$

- Plantee las ecuaciones diferenciales que gobiernan la dinámica del sistema. Considere que, además de la fuerza magnética y de la fuerza peso, existe un rozamiento de tipo viscoso de la esfera con el aire (fuerza de roce proporcional a la velocidad de la esfera: $F_b(t) = b \dot{y}(t)$).
- Realice un Diagrama de Bloques (**sin derivadores**) del sistema, considerando como **entrada** la tensión $u(t)$ de alimentación del electroimán, y como **salida** la posición $y(t)$ de la esfera. Considere la aceleración de la gravedad g como una entrada constante.

- c. Calcule los valores de equilibrio $\bar{i}$ e $\bar{y}$ de las variables $i(t)$ e $y(t)$, respectivamente, correspondientes a una tensión de alimentación constante $u(t) = \bar{u} = 10 \text{ V}$.
- NB:** Tenga en cuenta que en equilibrio las derivadas de todas las variables del sistema son nulas.
- d. Implemente el diagrama de bloques del apartado b. en Simulink, y realice la simulación del modelo para entradas escalón de amplitudes 2 V y 0.2 V, a partir del valor $\bar{u} = 10 \text{ V}$. Considere como condiciones iniciales de los integradores a los valores de equilibrio de las respectivas variables.
- e. Realice gráficas de las variables $u(t)$, $y(t)$, e $i(t)$ versus t .
- f. Como probablemente ya ha podido observar, debido a la relación (1) que vincula la fuerza magnética con la corriente y con la posición de la esfera, el sistema resulta **no lineal**. Para pequeñas variaciones alrededor de una posición de equilibrio (correspondiente a un valor constante de $u(t)$) la relación (1) se puede aproximar por una ecuación lineal de la forma:

$$F_{mag}(t) \approx \bar{F}_{mag} + k_i \Delta i(t) + k_y \Delta y(t) \quad (2)$$

donde

$$\bar{F}_{mag} = \frac{k \bar{i}^2}{\bar{y}}, \quad k_i = \left. \frac{\partial F_{mag}(t)}{\partial i} \right|_{i(t)=\bar{i}; y(t)=\bar{y}}, \quad k_y = \left. \frac{\partial F_{mag}(t)}{\partial y} \right|_{i(t)=\bar{i}; y(t)=\bar{y}},$$

$$\Delta i(t) = i(t) - \bar{i}, \quad \Delta y(t) = y(t) - \bar{y},$$

siendo $\bar{i}$ e $\bar{y}$ los valores de equilibrio de $i(t)$ e $y(t)$, respectivamente.

Realice un diagrama de bloques (sin derivadores) del **modelo incremental lineal** del sistema correspondiente a una tensión de alimentación constante $u(t) = \bar{u} = 10 \text{ V}$. El diagrama de bloques del modelo incremental lineal se obtiene reemplazando la expresión (1) por la (2) y pasivando (es decir haciendo cero) las entradas correspondientes a los valores de equilibrio en el DB del apartado b.. Calcule los valores de las constantes k_i y k_y .

- g. Implemente el diagrama de bloques del apartado f. en Simulink, y realice la simulación del modelo para entradas escalón de amplitudes 2 V y 0.2 V a partir del valor $\bar{u} = 10 \text{ V}$.
- h. Realice gráficas de las variables $u(t)$, $y(t)$, e $i(t)$ versus t .
- i. Compare las gráficas del apartado h. con las correspondientes del apartado e. Indique las posibles razones por las cuales las gráficas difieren.
- j. Halle la función transferencia $G(s)$ entre la entrada incremental Δu y la salida incremental Δy , para los valores de k_i y k_y calculados en el apartado f. Determine si el sistema es BIBO estable.
- k. Haga un Diagrama de Bode de amplitud y fase de la función transferencia calculada en el apartado j. Utilice el comando `bode` de Matlab.
- l. Se implementa un control por realimentación de salida del tipo P (Proporcional) para el modelo incremental lineal de los apartados f. y g., como se indica en la Figura 4.

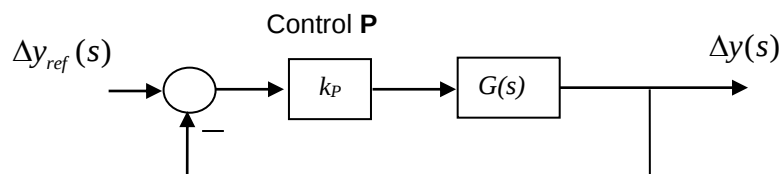


Figura 3: Control Proporcional

Determine el rango de valores de la constante k_p que asegura que el sistema en lazo cerrado de la Figura 4 sea BIBO estable.

- m.** Implemente en Simulink el sistema en lazo cerrado de Figura 4, para un valor $k_p = 1000$. Realice la simulación del modelo para una entrada escalón de amplitud 0.2 en $\Delta y_{ref}(t)$.