

Universidad Nacional de Rosario
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Escuela de Ingeniería Electrónica



Sistemas y Señales I

Trabajo Práctico N° 1 Introducción a Matlab

Problemas a Incluir en el Informe del TP

Autores: Cátedra SyS-I

Febrero de 2025

Problema 1: Oscilador de Van der Pol

Balthasar Van der Pol fue un físico e ingeniero holandés que nació en Utrecht, en 1889 y murió en Wassenaar en 1959. Van der Pol propuso el siguiente circuito:

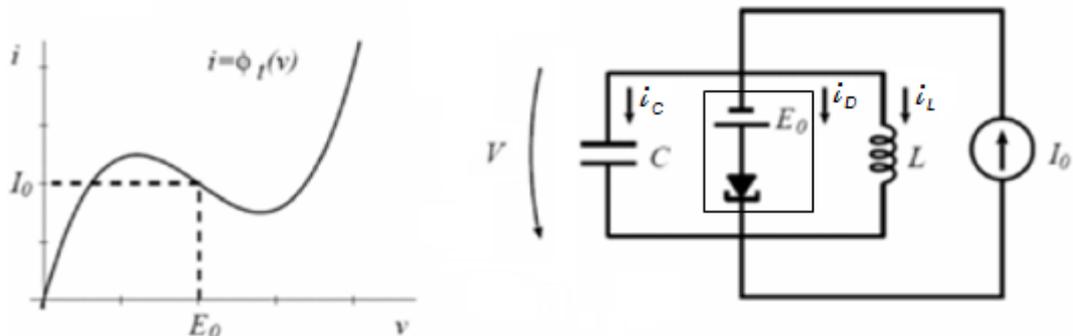


Figura 1: Oscilador de Van der Pol.

El mismo está compuesto por un inductancia L , un capacitor C , una fuente de corriente continua I_0 y un diodo túnel (elemento activo no lineal) conectados en paralelo. La relación V-A del diodo es de tipo cúbica, de la forma:

$$i_D = \gamma v^3 - \alpha v$$

A partir de la LKC en el circuito se obtiene:

$$I_0 = i_C + i_D + i_L$$

$$I_0 = C \frac{dv_C}{dt} + (\gamma v^3 - \alpha v) + i_L$$

Derivando esta ecuación respecto del tiempo se obtiene:

$$0 = C \frac{d^2 v_C}{dt^2} + \left(\gamma 3v^2 \frac{dv}{dt} - \alpha \frac{dv}{dt} \right) + \frac{1}{L} v_L$$

y como los elementos están en paralelo $v_C = v_L = v$; con lo que se obtiene:

$$\frac{d^2 v}{dt^2} + \frac{1}{C} (\gamma 3v^2 - \alpha) \frac{dv}{dt} + \frac{1}{LC} v = 0$$

Para un determinado juego de valores de parámetros, la ecuación diferencial no lineal homogénea de segundo orden anterior puede escribirse como:

$$\ddot{v} - \varepsilon (1 - v^2) \dot{v} + v = 0 \quad (1)$$

Esta ecuación diferencial no lineal de segundo orden puede expresarse fácilmente como 2 ecuaciones diferenciales de primer orden, definiendo las variables de estado $x_1 = v$ y $x_2 = \dot{v}$:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \varepsilon (1 - x_1^2) x_2 - x_1 \end{cases} \quad (2)$$

La dinámica no lineal de este sistema está caracterizada por trayectorias periódicas cuyas características dependen del parámetro ε . El caso $\varepsilon = 0$ corresponde al denominado **Oscilador Armónico**, para el cual las trayectorias periódicas son senoidales.

- a) Usando la **aproximación de Euler** de primer orden para la derivada, escriba las **ecuaciones en diferencias** (tiempo discreto) asociadas al sistema de ecuaciones en tiempo continuo descrito mediante (2).
- b) Calcule los puntos de equilibrio del sistema. Los mismos son los valores de x_1 y x_2 , que

$$\text{verifican simultáneamente } \begin{cases} \dot{x}_1 = 0 \\ \dot{x}_2 = 0 \end{cases}$$

- c) Escriba un *script-file* usando Matlab que implemente el sistema en tiempo discreto determinado en a), donde puedan especificarse condiciones iniciales dadas en la forma de pares (x_{1i}, x_{2i}) . Adopte como paso de integración numérica $T = 0,001$ seg. y simule el sistema durante un tiempo igual a 100 segundos a partir de las condiciones iniciales $(0,1)$, para los siguientes valores del parámetro ε :

$$\varepsilon = 0$$

$$\varepsilon = 1$$

$$\varepsilon = 10$$

$$\varepsilon = 50$$

Utilizando los comandos `subplot` y `plot` grafique la evolución temporal de x_1 vs. t del sistema para c/u de los valores del parámetro ε . ¿Cómo influye ε en el carácter oscilatorio de las variables?

- d) Repita las simulaciones del punto anterior pero en este caso utilizando paso de integración $T = 10^{-1}$ seg. ¿Qué conclusión puede sacar respecto a la elección del paso de integración para la aproximación de la derivada utilizada en la discretización de la ecuación diferencial?
- e) Escriba ahora un *function-file* usando Matlab que tenga como argumentos de salida los valores de x_1 y x_2 tomando como argumentos de entrada:
- Las condiciones iniciales del sistema (x_{1i}, x_{2i})
 - El paso de integración
 - El tiempo final de simulación (t_F).

Incluya un `help` que explique cómo se utiliza la función.

- f) El **plano de fase** de un sistema es una representación geométrica en un plano de un par de variables para distintos instantes de tiempo, es decir, cada punto de un plano de fase representa el valor de ese par de variables en un instante de tiempo dado. Así, si representamos los valores de dicho par de variables para distintos instantes de tiempo en un intervalo, por ejemplo $t \in [0, t_F]$, obtendremos una trayectoria. Para el caso de sistemas no lineales, como el que se estudia en este problema dicha trayectoria podría ser una curva cerrada periódica o tender luego de un tiempo suficientemente largo a una trayectoria cerrada; Si esta trayectoria cerrada es aislada se denomina **ciclo límite**.

Utilizando la función del punto e) obtenga los valores y dibuje las trayectorias con colores diferentes (en el plano de fase $x_2 = f(x_1)$), inicializando el sistema desde 4 diferentes condiciones iniciales y para los valores $\varepsilon = 10$, $T = 0,001$ seg. y $t_F = 50$ seg :

| | | | |
|--------------|-----------------|---------------|----------------|
| A) | B) | C) | D) |
| $x_{1i} = 1$ | $x_{1i} = -0.5$ | $x_{1i} = -1$ | $x_{1i} = 1.5$ |
| $x_{2i} = 1$ | $x_{2i} = -5$ | $x_{2i} = 10$ | $x_{2i} = -4$ |

- g) Analice el comportamiento de las trayectorias que inician dentro y fuera del ciclo límite
 ¿El ciclo límite es estable, funcionando como atractor de las trayectorias? Analice el comportamiento del punto de equilibrio calculado en el apartado **b)** ¿Que sucede al inicializar el sistema desde cualquier punto tan cercano como se desee al punto de equilibrio?

Problema 2: Localización y seguimiento de una fuente sonora

En las últimas décadas, una intensa actividad de investigación se ha llevado a cabo en el área de localización de fuente (*source localization*), principalmente para aplicaciones de radar, sonar, localización en telefonía móvil, sistemas de navegación y posicionamiento global, arreglo de sensores, robótica, interacción humano-computadora, detección y seguimiento de locutor, video conferencias, etc. En particular, la localización de fuente sonora (*SSL: Sound Source Localization*) se ha convertido en una importante área de investigación debido a que la mayoría de los sistemas de reconocimiento de habla, voz, y eventos asumen el conocimiento de la posición de la fuente sonora [3].

Diversas técnicas de SSL han sido propuestas en la literatura. La mayoría de las técnicas se basan en el hecho de que la señal de una fuente sonora se ve sometida a diferentes retardos y atenuaciones cuando alcanza un número de sensores separados espacialmente. Tanto la atenuación como el retardo temporal dependen de la distancia entre la fuente y los sensores.

Una de las técnicas clásicas de SSL es la basada en la Estimación del Tiempo de Retardo (*TDE: Time Delay Estimation*) en un arreglo de micrófonos, que ha probado ser un marco metodológico de alta eficiencia para la localización de fuente sonora. Estas técnicas son también conocidas como TDOA (*Time Difference of Arrival*), o ITD (*Interaural Time Difference*). Otras técnicas para SSL están basadas en mediciones de energía de las señales para localizar la fuente sonora. Una de las más difundidas es la denominada Diferencia de Nivel Interaural (*ILD: Interaural Level Difference*) que mide la diferencia de energía de las señales recibidas por diferentes micrófonos de un arreglo.

Para el caso de SSL en dos dimensiones en ambientes interiores, el uso de técnicas combinadas TDE-ILD permite reducir el número de micrófonos en el arreglo a sólo dos [1], [2]. Típicamente en este caso se asume la hipótesis de campo-lejano (*far-field*) que permite considerar un frente de onda plano de la señal acústica.

En este problema se pretende determinar del ángulo de arribo de la señal de una fuente sonora mediante un arreglo lineal de dos micrófonos en la disposición esquemáticamente representada en la Figura 2. A partir de la señal recibida por los dos micrófonos se deberá computar el ángulo θ de arribo del frente de onda. La distancia L entre los micrófonos se asume conocida.

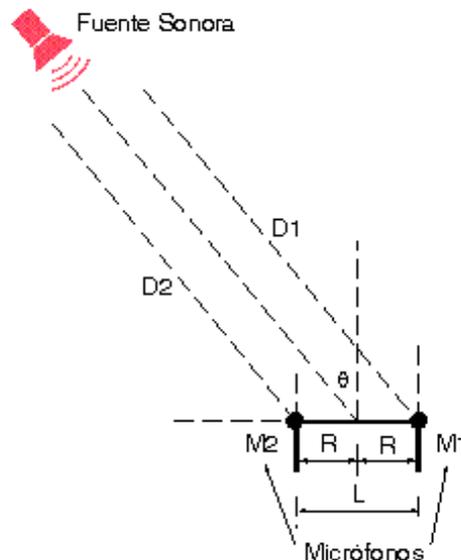


Figura 2: Arreglo de micrófonos y fuente sonora.

a) Hallar una expresión para el cálculo del ángulo θ de arribo del frente de onda acústico. Asuma que la velocidad de propagación del sonido en el aire es $c = 343,2$ m/s, y que la distancia entre micrófonos es $L = 0.2$ m. Note que el ángulo θ depende de la diferencia Δt entre los tiempos de arribo del frente de onda a cada uno de los micrófonos, que a su vez depende de la diferencia $(D1 - D2)$ entre las distancias entre la fuente sonora y cada micrófono.

b) Los archivos `datos_1.wav`, `datos_2.wav`, `datos_3.wav`, `datos_4.wav`, `datos_5.wav`, `datos_6.wav`, `datos_7.wav`, `datos_8.wav`, y `datos_9.wav` contienen las señales captadas por ambos micrófonos para 9 posiciones distintas de la fuente sonora. Los archivos pueden cargarse en el espacio de trabajo de Matlab usando el comando `wavread`, con la siguiente sintaxis:

```
[y, Fs] = wavread('datos.wav');
```

donde y es una matriz con dos columnas conteniendo en cada una de ellas la señal de cada micrófono, y donde F_s es la frecuencia de muestreo.

Determine el ángulo asociado a cada uno de los archivos, justificando el procedimiento empleado, e indicando si es hacia la derecha o hacia la izquierda de la posición correspondiente a $\theta = 0^\circ$.

c) Determine cuál es el mínimo ángulo que puede detectarse (resolución) y analice si esa resolución es constante para ángulos entre -90° y 90° .

Referencias

- [1] Ho, K.C. and Sun, M.. An Accurate Algebraic Closed-Form Solution for Energy-Based Source Localization, *IEEE Transactions on Audio Speech and Language Processing*, Vol. 15, No. 8, pp. 2542-2550, 2007.
- [2] Ho, K.C. and Sun, M.. Passive Source Localization Using Time Differences of Arrival and Gain Ratios of Arrival, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 56, No. 2, pp. 464-477, 2008.
- [3] Pourmohammad, A and Ahadi, S.M. N-dimensional N-microphone sound source Localization, *EURASIP Journal on Audio, Speech and Music Processing*, 2013: 27, pp. 1-19, 2013.