

Problema Tipo Parcial:

La Figura 1 representa un sistema lineal estacionario en tiempo continuo constituido por la interconexión de 3 subsistemas con respuestas al impulso $h_1(t)$, $h_2(t)$ y $h_3(t)$ definidas como:

$$h_1(t) = h_2(t) = \mu(t) - \mu(t-4)$$

$$h_3(t) = \delta(t-2)$$

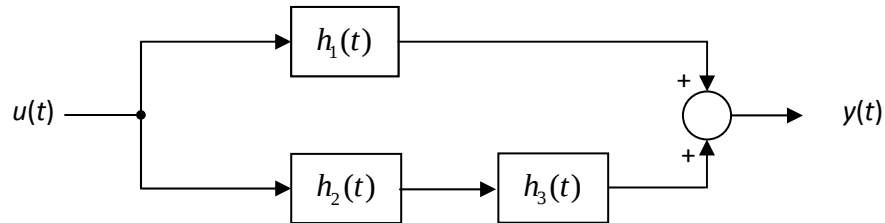


Figura 1: Sistema Lineal estacionario

- Calcule la **respuesta al impulso equivalente** $h(t)$ del sistema (entre la entrada $u(t)$ y la salida $y(t)$), y gráfiquela.
- Indique si el sistema es **causal**. Justifique su respuesta.
- Calcule y gráfique la respuesta a una entrada $u(t) = \mu(t) - \mu(t-2)$, de un sistema con respuesta al impulso $h_1(t)$.

- a. La respuesta al impulso equivalente resulta:

$$h_{eq}(t) = h_1(t) + h_2(t) * h_3(t)$$

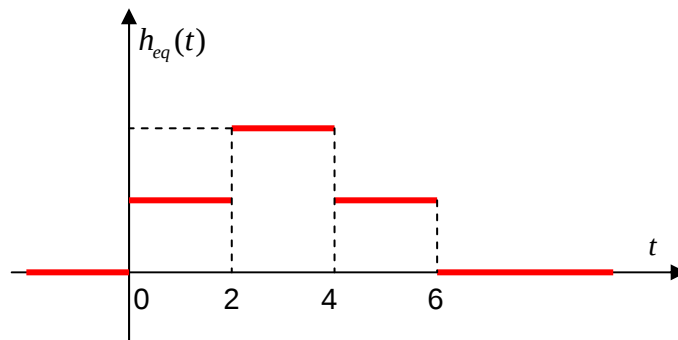
$$= h_1(t) + \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau-2) h_1(t-\tau) d\tau$$

Por propiedad de la $\delta(\tau)$

$$\longrightarrow = h_1(t) + h_1(t-2)$$

$$= \mu(t) - \mu(t-4) + \mu(t-2) - \mu(t-6)$$

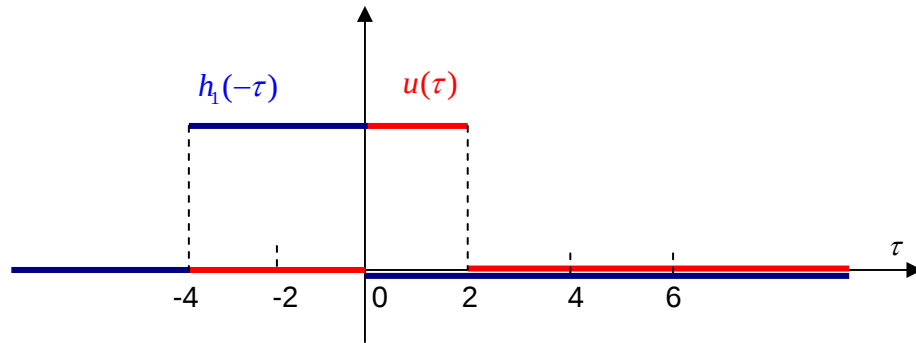
La gráfica resulta:



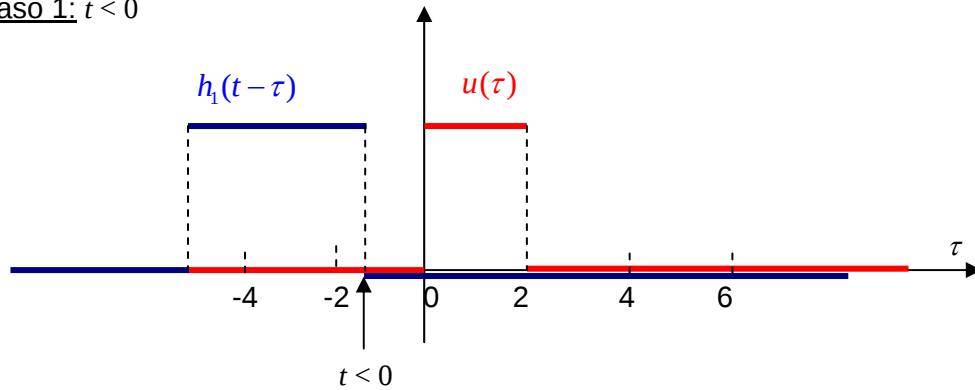
- Como resultó $h_{eq}(t) = 0$, $\forall t < 0$, el sistema resulta causal (es una condición necesaria y suficiente).
- La respuesta a una entrada arbitraria resulta:

$$y(t) = u(t) * h_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau) h_1(t-\tau) d\tau$$

Grafiquemos $u(\tau)$ y $h_1(-\tau)$

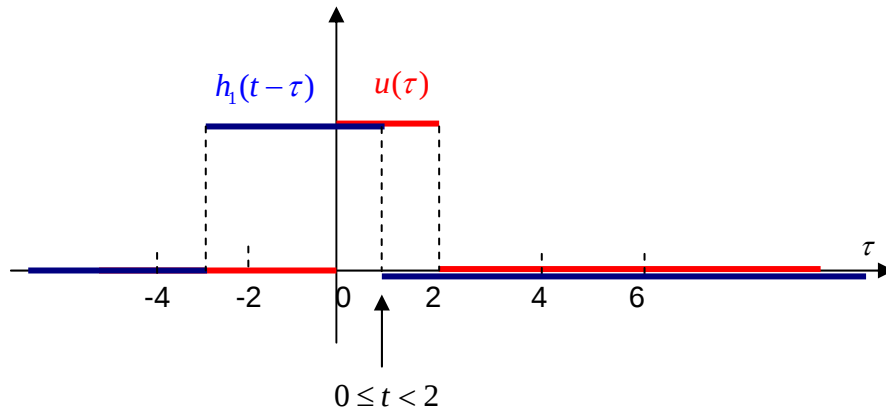


Caso 1: $t < 0$



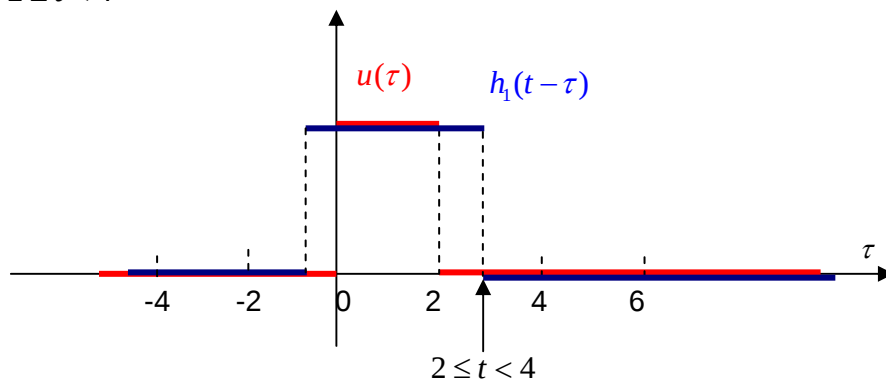
Vemos que en este caso es: $y(t) = 0$

Caso 2: $0 \leq t < 2$



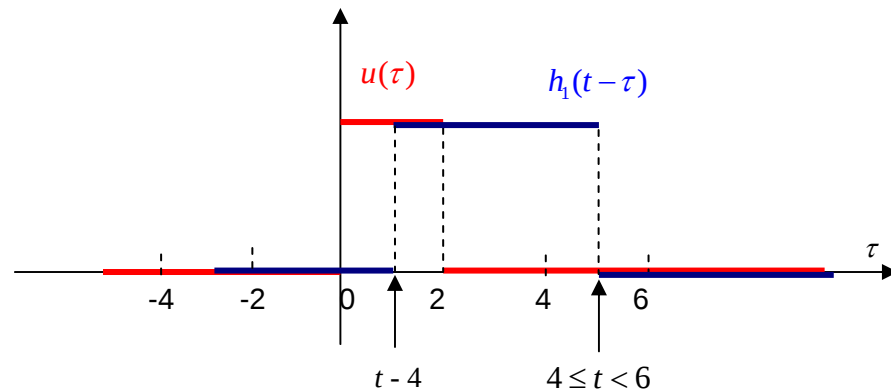
Resulta: $y(t) = \int_0^t d\tau = t$

Caso 3: $2 \leq t < 4$



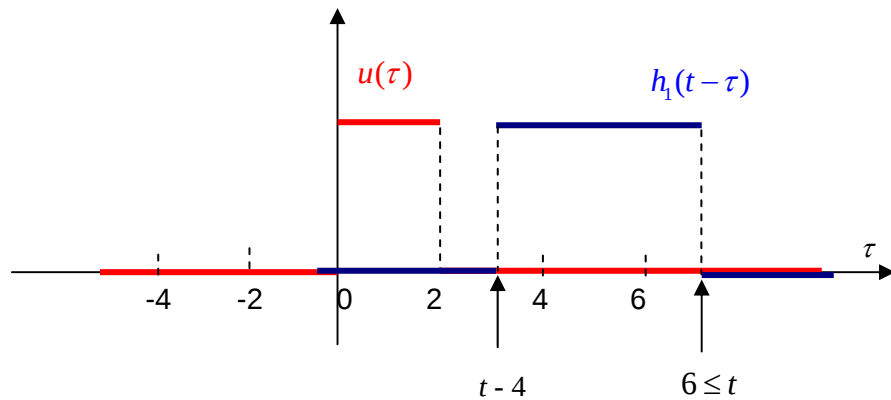
En este caso resulta: $y(t) = \int_0^2 d\tau = 2$

Caso 4: $4 \leq t < 6$



En este caso resulta: $y(t) = \int_{t-4}^2 d\tau = 2 - t + 4 = -t + 6$

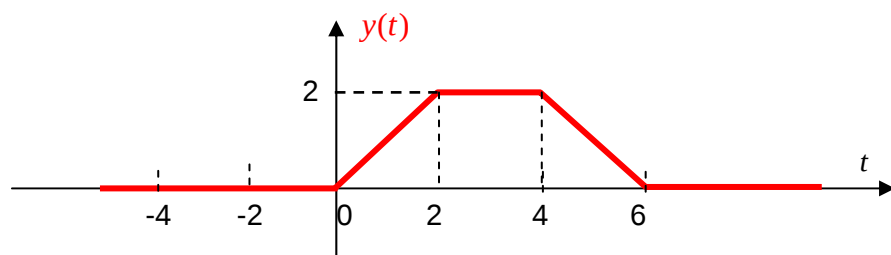
Caso 5: $6 \leq t$



En este caso resulta: $y(t) = 0$

Finalmente resulta

$$y(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & 0 \leq t < 2 \\ 2 & 2 \leq t < 4 \\ -t + 6 & 4 \leq t < 6 \\ 0 & 6 \leq t \end{cases}$$



Observación: Un sistema lineal y estacionario cuya respuesta al impulso es de la forma:

$$h(t) = \delta(t - \tau) \quad , \quad \tau > 0$$

es lo que se denomina un **retardo puro de τ segundos**. En efecto, la respuesta del sistema a una entrada arbitraria $u(t)$ resulta

$$\begin{aligned} y(t) &= h(t) * u(t) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(z - \tau) u(t - z) dz \\ &= u(t - \tau) \end{aligned}$$