<u>Serie 9 – Problema 6</u>:

Compute la DFT con N puntos de las siguientes señales.

a. $x(n) = \delta(n)$

Se verifica

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\frac{2\pi kn}{N}} = 1 \quad , \quad \forall k = 0,1,\cdots,N-1$$

La DFT con N puntos se muestra en la Figura 1.

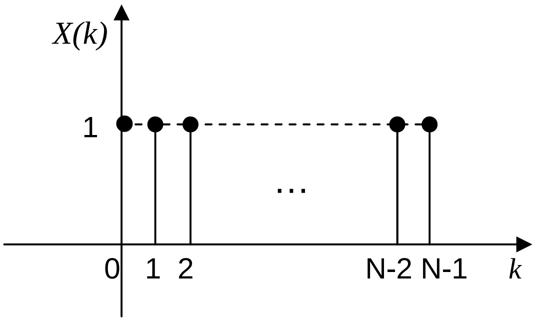

Figura 1: DFT con N puntos de la señal.

b. $x(n) = \delta\left(n - n_0\right) \quad , \quad 0 \le n_0 < N$

Se verifica

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\frac{2\pi kn}{N}} = \sum_{n=0}^{N-1} \delta(n-n_0) e^{-j\frac{2\pi kn}{N}} = e^{-j\frac{2\pi kn_0}{N}} \quad , \quad \forall k = 0,1,\cdots,N-1$$

El módulo de la DFT con N puntos se muestra en la Figura 2, en tanto que la fase se muestra en la Figura 3.

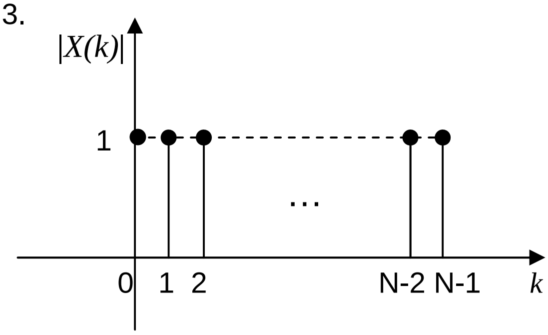

Figura 2: Módulo de la DFT con N puntos de la señal.

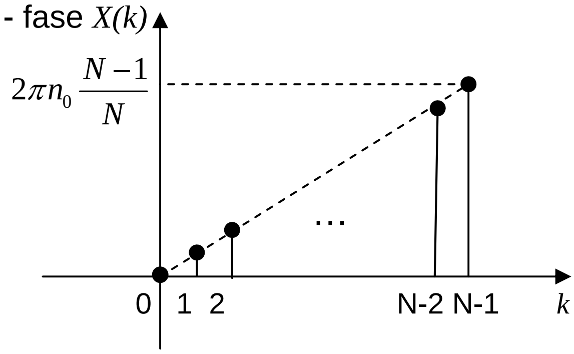

Figura 3: Fase de la DFT con N puntos de la señal.

d. $x(n)=\begin{cases}1 & 0\le n\le N-1\\ 0 & N\le n\le 2N-1\end{cases}$

La DFT con 2N puntos resulta:

$$X(k)=\sum_{n=0}^{2N-1}x(n)e^{-j\frac{2\pi kn}{2N}}=\sum_{n=0}^{N-1}e^{-j\frac{2\pi kn}{2N}}$$

$$=\sum_{n=0}^{N-1}\left(e^{-j\frac{\pi k}{N}}\right)^{n}=\begin{cases}N & k=0\\ \dfrac{1-e^{-j\pi k}}{1-e^{-j\frac{\pi k}{N}}} & k\neq 0\end{cases}$$

$$=\begin{cases}N & k=0\\ \dfrac{1-(-1)^{k}}{1-e^{-j\frac{\pi k}{N}}} & k\neq 0\end{cases}$$

En la Figura 4 se representa el módulo de la DFT con 2N puntos (gráfica superior) y la correspondiente fase (gráfica inferior) para N=5.

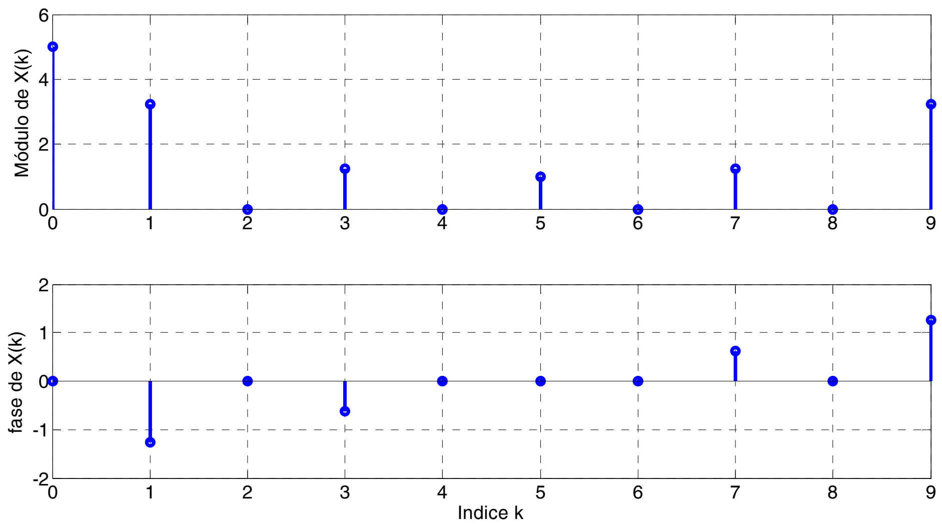

Figura 4: Módulo de la DFT con 2N puntos (grafica superior) y su correspondiente fase (gráfica inferior) para N=5.