<u>Serie 8 – Parte II - Problema 8</u>:

Considere la señal $x(n) = \left\{-1, 2, \underset{\uparrow}{-3}, 2, -1\right\}$, con transformada de Fourier $X(\omega)$. Calcule las cantidades siguientes sin obtener explícitamente $X(\omega)$.

a. $X(0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\times 0\times n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) = -1+2-3+2-1 = -1$

b. $\measuredangle X(\omega) = 0$ ya que $x(n)$ es real y tiene simetría par, por lo que el espectro es real.

c. $\int_{-\pi}^{\pi} X(\omega)d\omega = 2\pi x(0) = -6\pi$ (DTFT inversa)

d. $X(\pi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\times\pi\times n} = -1-2-3-2-1 = -9$

e. $\int_{-\pi}^{\pi} \left|X(\omega)\right|^2 d\omega = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left|x(n)\right|^2 = 2\pi\left(1+4+9+4+1\right) = 38\pi$ (Identidad de Parseval)

<u>Serie 8 – Parte II - Problema 9</u>:

Sea $x(n)$ una señal arbitraria, no necesariamente real, con transformada de Fourier $X(\omega)$. Exprese en términos de $X(\omega)$ las transformadas de Fourier de las siguientes señales.

a. $F\left\{x^*(n)\right\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^*(n)e^{-j\omega n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^*(n)\left(e^{-j(-\omega)n}\right)^* = X^*(-\omega)$

b. $F\left\{x^*(-n)\right\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^*(-n)e^{-j\omega n} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x^*(m)e^{j\omega m} = X^*(\omega)$

c. $F\left\{y(n)\right\} = F\left\{x(n)-x(n-1)\right\} = X(\omega) - e^{-j\omega}X(\omega) = \left(1-e^{-j\omega}\right)X(\omega)$

d. $y(n) = \sum_{k=-\infty}^{n} x(k) \Rightarrow y(n)-y(n-1) = \sum_{k=-\infty}^{n} x(k) - \sum_{k=-\infty}^{n-1} x(k) = x(n)$

$$\Rightarrow F\left\{y(n)-y(n-1)\right\} = Y(\omega) - e^{-j\omega}Y(\omega) = X(\omega)$$

$$\Rightarrow Y(\omega) = \frac{1}{1-e^{-j\omega}}X(\omega)$$

e. $y(n) = x(2n)$

$$\Rightarrow F\left\{y(n)\right\} = Y\left(\omega\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(2n)e^{-j\omega n} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)e^{-j\omega m/2} = X\left(\frac{\omega}{2}\right)$$