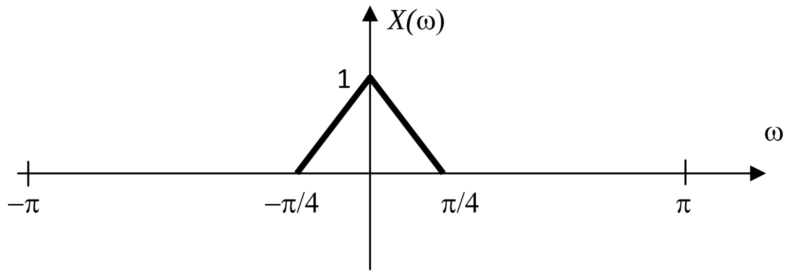
Serie 8 – Parte II - Problema 12:

A partir de la señal en tiempo discreto $x(n)$ con transformada de Fourier $X(\omega)$, que se muestra en la figura, determine y dibuje las transformadas de Fourier de las siguientes señales:



a. $y_1(n) = \begin{cases} x(n) & n \quad \text{par} \\ 0 & n \ \text{impar} \end{cases}$

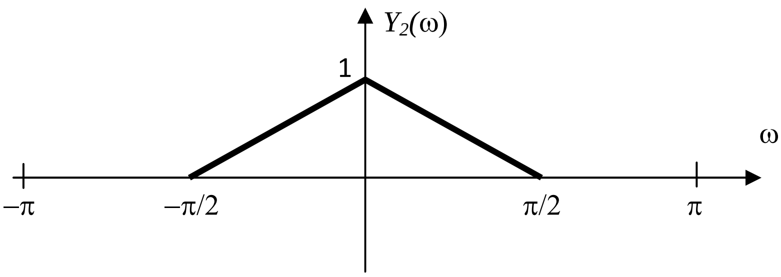
b. $y_2(n) = x(2n)$

c. $y_3(n) = \begin{cases} x\left(\dfrac{n}{2}\right) & n \quad \text{par} \\ 0 & n \ \text{impar} \end{cases}$

Resolveremos primero los apartados **b.** y **c.**

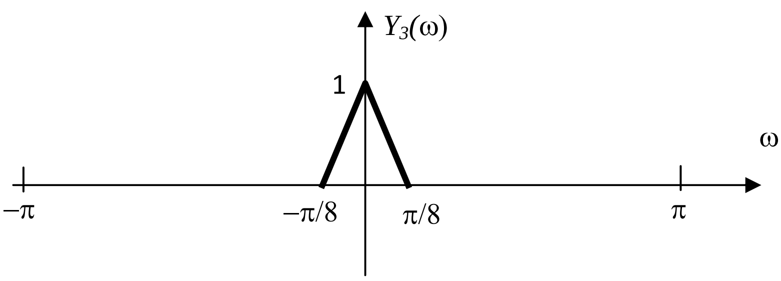
b. Resulta:

$$Y_2(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(2n) e^{-j\omega n} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m) e^{-j\frac{\omega}{2}m} = X\left(\frac{\omega}{2}\right)$$



c. Resulta:

$$Y_3(\omega) = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \text{ par}}}^{\infty} x\left(\frac{n}{2}\right) e^{-j\omega n} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m) e^{-j2\omega m} = X(2\omega)$$



a. Notar que $y_1(n)$ puede expresarse como

$$y_1(n) = \begin{cases} y_2\left(\dfrac{n}{2}\right) & n \quad \text{par} \\ 0 & n \ \text{impar} \end{cases}$$

Luego, por el apartado **c.** se tiene $Y_1(\omega) = Y_2(2\omega)$