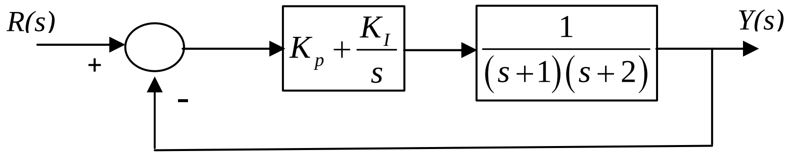
Serie 6 - Problema 4:

Hallar el rango de valores de K_p y K_I tal que el sistema con retroalimentación PI (Proporcional + Integral) de la figura sea BIBO estable.



La función transferencia en lazo cerrado resulta:

$$\boxed{G_{LC}(s)} = \frac{\dfrac{(K_p + \frac{K_I}{s})}{(s+1)(s+2)}}{1 + \dfrac{(K_p + \frac{K_I}{s})}{(s+1)(s+2)}} = \frac{(K_p + \frac{K_I}{s})}{(s+1)(s+2) + (K_p + \frac{K_I}{s})}$$

$$= \frac{(K_p s + K_I)}{s(s^2 + 3s + 2) + K_p s + K_I}$$

$$= \frac{(K_p s + K_I)}{s^3 + 3s^2 + 2s + K_p s + K_I}$$

$$\boxed{= \frac{K_p\left(s + \frac{K_I}{K_p}\right)}{s^3 + 3s^2 + (2 + K_p)s + K_I}}$$

La condición necesaria (**pero no suficiente**) para BIBO estabilidad resulta:

$$\begin{cases} 2 + K_p > 0 \\ K_I > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_p > -2 \\ K_I > 0 \end{cases}$$

La condición **necesaria y suficiente** para BIBO estabilidad es que no haya cambios de signo en la primer columna de la Tabla de Routh.

$$\begin{array}{lll} s^3 & 1 & (2+K_p) \\ s^2 & 3 & K_I \\ s^1 & b_1 & \\ s^0 & c_1 & \end{array}$$

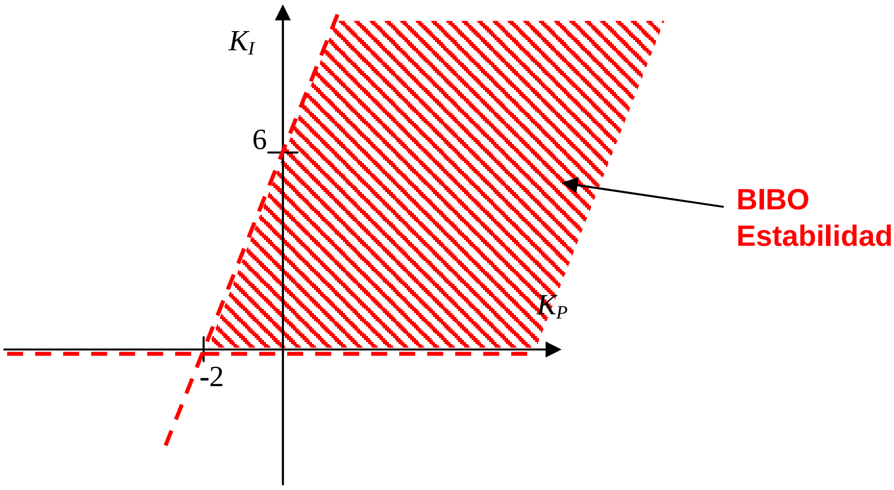
$$b_1 = -\frac{\det\begin{vmatrix} 1 & (2+K_p) \\ 3 & K_I \end{vmatrix}}{3} = \frac{6 + 3K_p - K_I}{3} = 2 + K_p - \frac{1}{3}K_I$$

$$c_1 = K_I$$

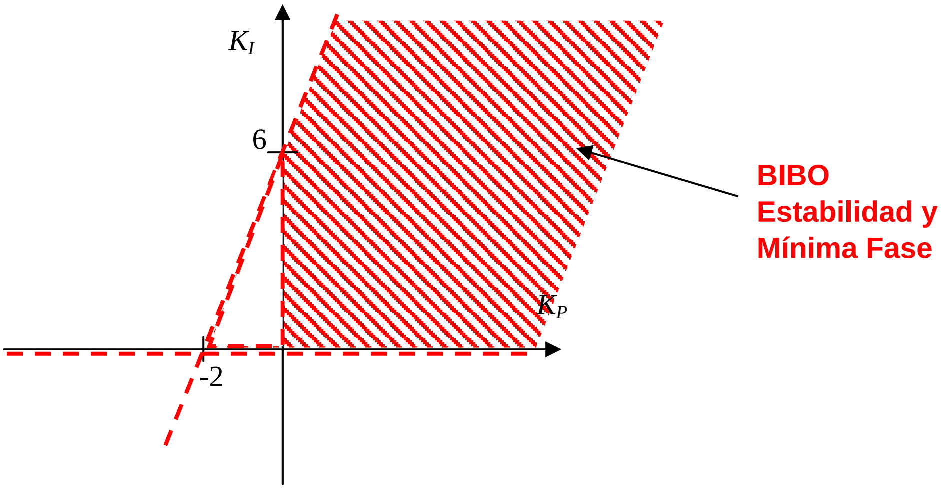
Luego, la condición necesaria y suficiente para BIBO estabilidad resulta:

$$\boxed{\begin{cases} 2 + K_p - \frac{1}{3}K_I > 0 \\ K_I > 0 \end{cases}}$$

Las condiciones anteriores definen la siguiente región en el plano K_p-K_I



Si además de BIBO estabilidad se requiere que el sistema en lazo cerrado sea de mínima fase, entonces K_p y K_I deben ser del mismo signo, por lo que la región en el plano K_p-K_I para BIBO Estabilidad y Mínima fase resulta ahora



Notar que como el polinomio denominador es de tercer orden y sólo dos de sus coeficientes pueden ser modificados independientemente variando K_p y K_I , el número de grados de libertad del controlador no es suficiente para ubicar los polos del sistema en lazo cerrado en posiciones arbitrarias en el plano complejo.