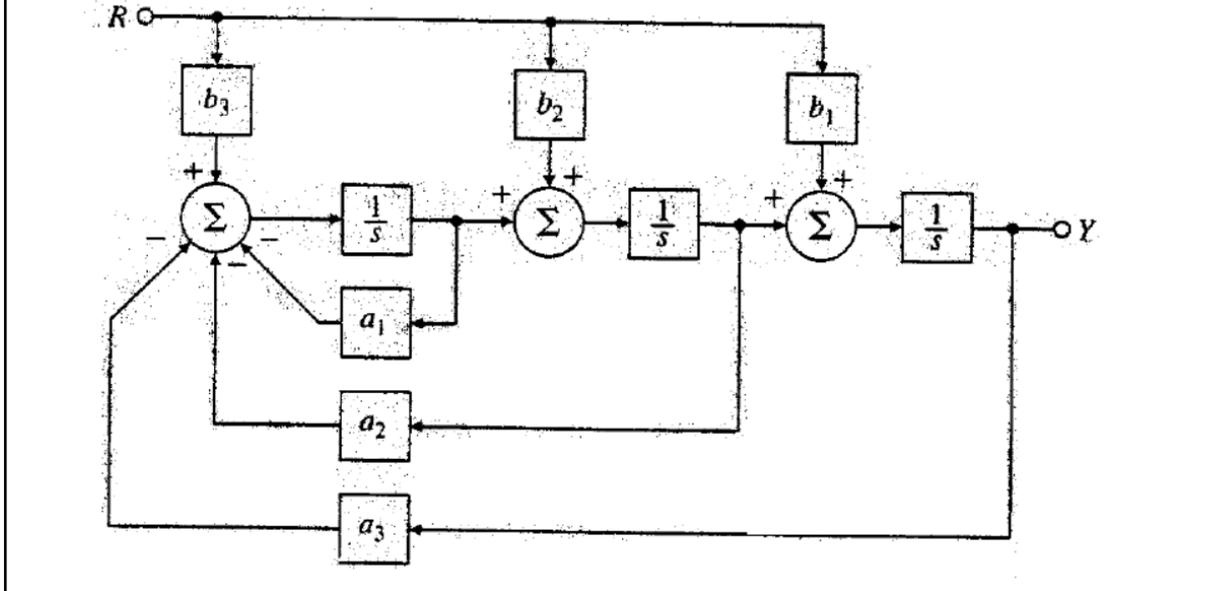


**Serie 5 - Problema 7.h:**

Usando Algebra de Bloques, calcule las funciones transferencias (entrada R y salida Y) de:



Lo primero que puede observarse, es el lazo de realimentación que se muestra en la Figura 1.

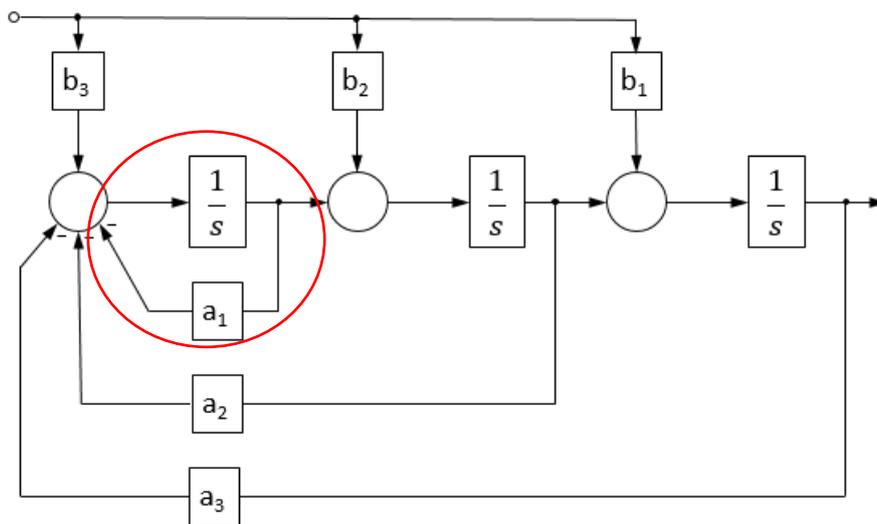


Fig. 1. Lazo de realimentación.

Dicho lazo se resuelve de la siguiente manera:

$$H_1(s) = \frac{\frac{1}{s}}{1 + \frac{a_1}{s}} = \frac{1}{s + a_1}$$

Por lo tanto, en el diagrama de bloques podemos reemplazar el lazo de realimentación por H<sub>1</sub>(s), como se muestra en la figura 2.

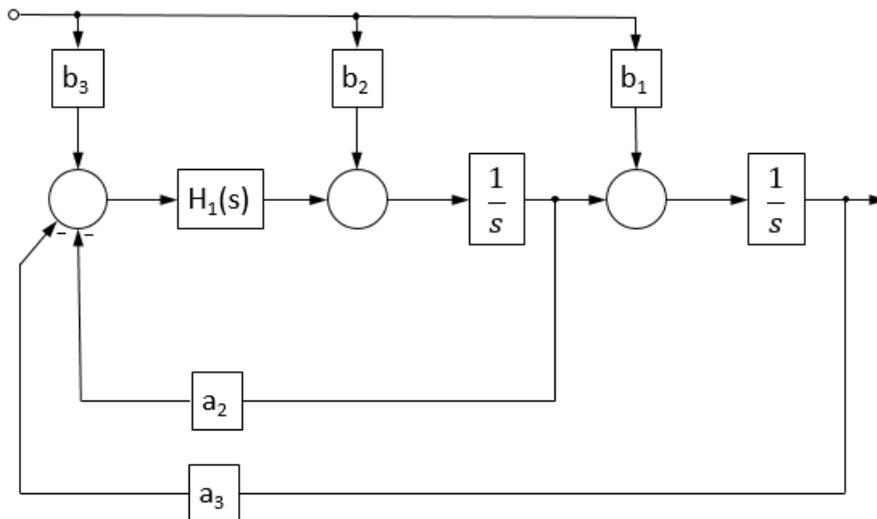


Fig. 2. Reemplazo del lazo de realimentación por su expresión equivalente.

Luego, observando la figura 2, puede verse que los bloques  $H_1(s)$ ,  $a_2$  y  $1/s$  parecieran formar un lazo de realimentación, pero existe un sumador en el medio (el correspondiente al bloque  $b_2$ ), con lo cual, dicho lazo no puede resolverse como en el caso anterior. Pero si corremos el bloque  $H_1(s)$  hacia el otro lado del sumador, podemos obtener el lazo de realimentación buscado, como se muestra en la figura 3.

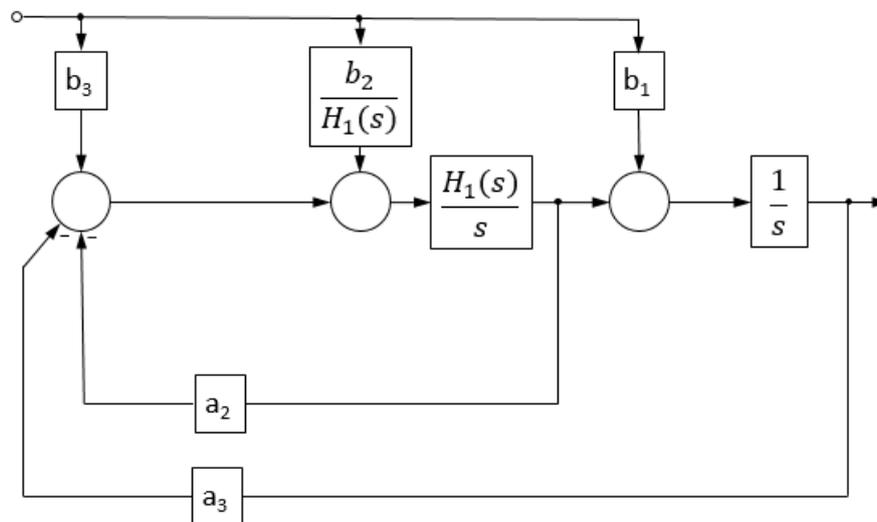


Fig. 3. Corrimiento del bloque  $H_1(s)$  para obtener un lazo de realimentación.

Observando la figura 3 podemos ver que quedaron dos sumadores seguidos, sin ningún bloque en el medio, por lo tanto pueden unirse. A su vez, los bloques  $b_3$  y  $b_2/H_1(s)$  pueden representarse de manera conjunta como un único bloque, ya que ambos poseen la misma entrada y la misma salida. Finalmente, el nuevo lazo de realimentación puede observarse en la figura 4.

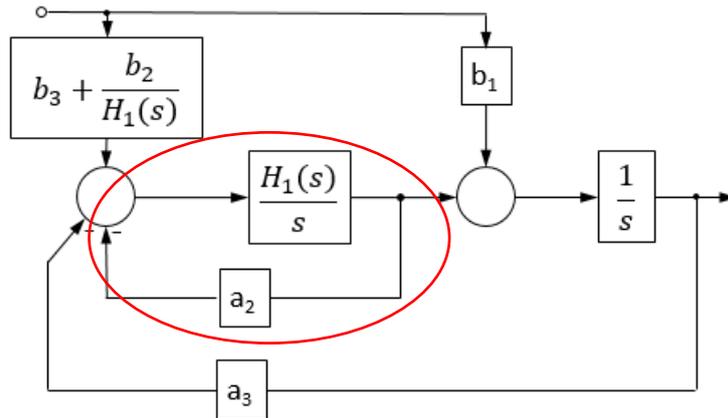


Fig. 4. Unión de los dos sumadores y el nuevo lazo de realimentación.

Dicho lazo se resuelve de la siguiente manera:

$$H_2(s) = \frac{\frac{H_1(s)}{s}}{1 + a_2 \cdot \frac{H_1(s)}{s}} = \frac{H_1(s)}{s + a_2 \cdot H_1(s)} = \frac{1}{s + \frac{a_2}{s + a_1}} = \frac{1}{s \cdot (s + a_1) + a_2} = \frac{1}{s^2 + a_1 \cdot s + a_2}$$

Por lo tanto, en el diagrama de bloques podemos reemplazar el lazo de realimentación por  $H_2(s)$ , como se muestra en la figura 5.

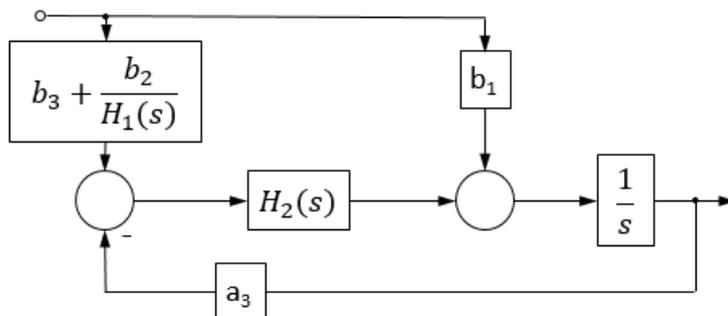


Fig. 5. Reemplazo del lazo de realimentación por su expresión equivalente.

Nuevamente, observando la figura 5 puede verse que los bloques  $H_2(s)$ ,  $a_3$  y  $1/s$  parecieran formar un nuevo lazo de realimentación, pero otra vez existe un sumador en el medio (el correspondiente al bloque  $b_1$ ), con lo cual, dicho lazo no puede resolverse de manera directa. Aplicando el mismo razonamiento que en el caso anterior, si corremos el bloque  $H_2(s)$  hacia el otro lado del sumador, podemos obtener el lazo de realimentación buscado, como se muestra en la figura 6.

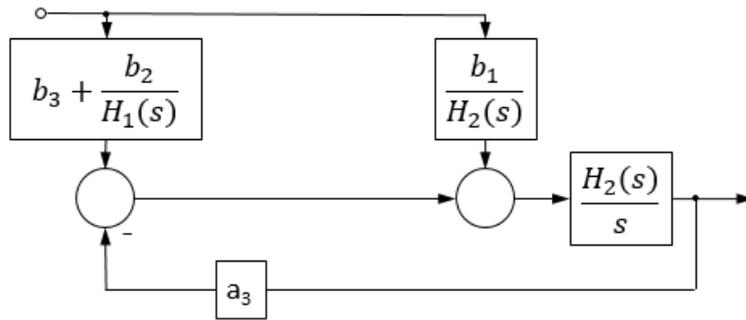


Fig. 6. Corrimiento del bloque  $H_2(s)$  para obtener un lazo de realimentación.

Procediendo de la misma manera que antes, uniendo los sumadores y juntando los bloques que multiplican a las entradas de los mismos, obtenemos el diagrama de bloques que se muestra en la figura 7.

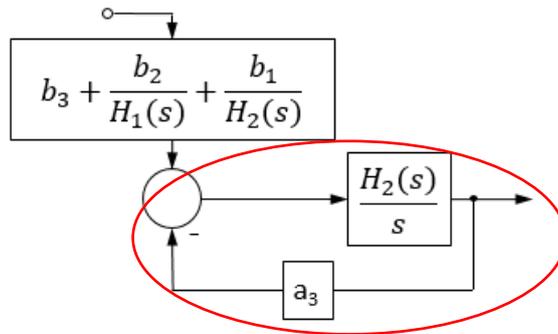


Fig. 7. Unión de los dos sumadores y el nuevo lazo de realimentación.

Dicho lazo se resuelve de la siguiente manera:

$$H_3(s) = \frac{\frac{H_2(s)}{s}}{1 + a_3 \cdot \frac{H_2(s)}{s}} = \frac{H_2(s)}{s + a_3 \cdot H_2(s)} = \frac{1}{s^2 + a_1 \cdot s + a_2} \cdot \frac{1}{s + \frac{a_3}{s^2 + a_1 \cdot s + a_2}} = \frac{1}{s \cdot (s^2 + a_1 \cdot s + a_2) + a_3}$$

$$H_3(s) = \frac{1}{s^3 + a_1 \cdot s^2 + a_2 \cdot s + a_3}$$

Por lo tanto, en el diagrama de bloques podemos reemplazar el lazo de realimentación por  $H_3(s)$ , como se muestra en la figura 8.

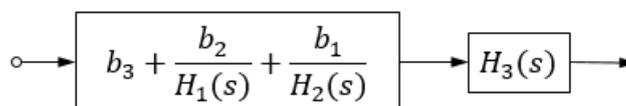


Fig. 8. Reemplazo del lazo de realimentación por su expresión equivalente.

Por último, podemos ver que el diagrama de bloques está compuesto por dos bloques en cascada, por lo tanto, la función transferencia final es igual a la multiplicación de ambos bloques:

$$H(s) = \left( b_1 + \frac{b_2}{H_1(s)} + \frac{b_3}{H_2(s)} \right) \cdot \frac{1}{s^3 + a_1 \cdot s^2 + a_2 \cdot s + a_3} = \frac{b_3 + b_2 \cdot (s + a_1) + b_1 \cdot (s^2 + a_1 \cdot s + a_2)}{s^3 + a_1 \cdot s^2 + a_2 \cdot s + a_3}$$

$$H(s) = \frac{b_1 \cdot s^2 + (b_2 + b_1 \cdot a_1) \cdot s + (b_3 + b_2 \cdot a_1 + b_1 \cdot a_2)}{s^3 + a_1 \cdot s^2 + a_2 \cdot s + a_3}$$