Teoría de Sistemas y Señales

Problemas Resueltos - Serie 9

<u>Problema</u>: La Figura 1 representa un esquema idealizado de un **Sistema de Procesamiento Digital de Señales**

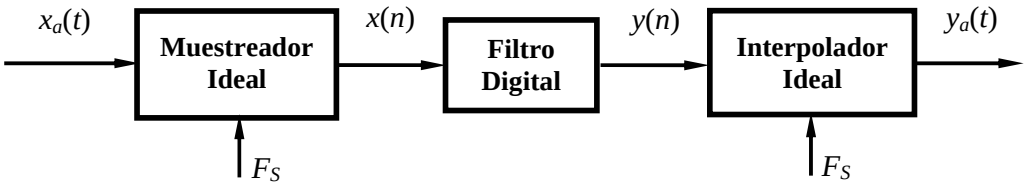


Figura 1. Esquema idealizado de un Sistema de Procesamiento Digital de Señales.

a. La señal $x_a(t)$ a la entrada del sistema se obtiene modulando la amplitud de una portadora senoidal con la señal $x_b(t)$, como se muestra en la Figura 2.

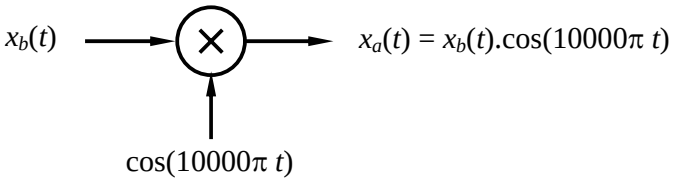


Figura 2. Esquema de un Sistema de Modulación de Amplitud.

a1. Halle una expresión para el espectro X_a(F) de la señal $x_a(t)$ en función del espectro X_b(F) de la señal $x_b(t)$. Para tal fin tenga en cuenta el Teorema de Modulación de la Transformada de Fourier.

a2. Grafique el espectro X_a(F) de la señal $x_a(t)$ para el caso en que la señal $x_b(t)$ tenga un espectro X_b(F) como el representado en la Figura 3. Este espectro corresponde a una señal de voz a la que se le a sumado un tono puro ($f_{RUÍDO*}$ = 650 Hz) como señal de ruido. A fin de simplificar las gráficas se sugiere utilizar el espectro mostrado en la Figura 3 b).

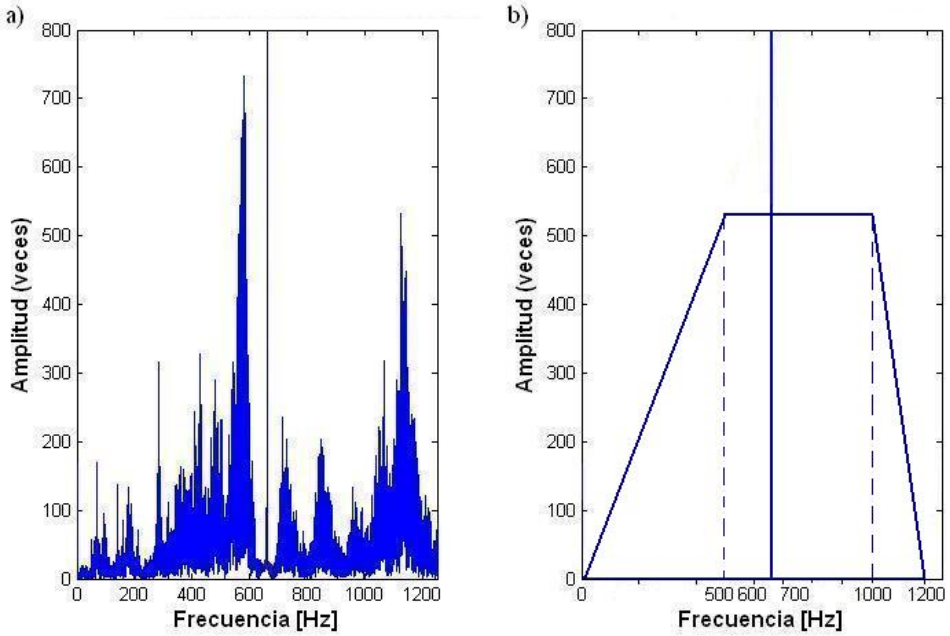


Figura 3. a) Espectro real de la señal $x_b(t)$ **b)** Espectro aproximado de la señal $x_b(t)$.

b. Asuma que el filtro digital del Sistema de Procesamiento Digital de Señales de la Figura 1 tiene una respuesta en frecuencia $H(\omega)$ como la representada en la Figura 4 y que la frecuencia de muestreo es F_s=12400 Hz.

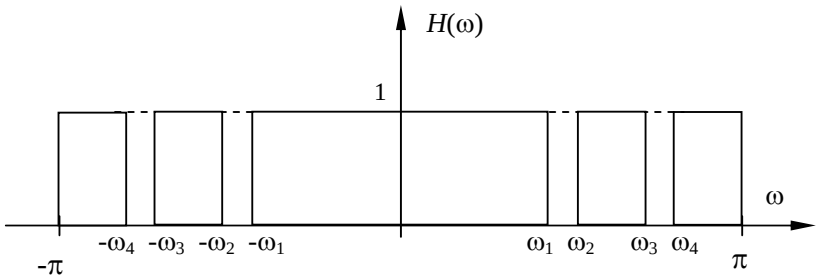


Figura 4. Respuesta en frecuencia del Filtro Digital

b1. Indique que tipo de filtro usaría para eliminar el tono puro (Pasa Bajo, Pasa Alto, Pasa Banda, Rechaza Banda, etc.).

b2. Indique que valores de frecuencia deben tener ω_1, ω_2, ω_3.y ω_4 de manera de lograr el objetivo requerido. Ayuda: Es aceptable auditivamente perder la información de la señal original entre 600 y 700 Hz.

b3. Indique si la frecuencia de muestreo seleccionada es apropiada para el muestreo de la señal $x_a(t)$, de manera que no se produzca **aliasing**. Justifique

b4. Grafique los espectros de las señales $x(n)$, $y(n)$ e $y_a(t)$. Indique, en cada caso, si los espectros son periódicos o no periódicos.

c. Suponiendo que la señal de salida del Sistema de Procesamiento Digital de Señales de la Figura 1 ingresa al sistema demodulador que se muestra en la Figura 5, graficar el espectro $Y_b(\Omega)$, correspondiente a la señal demodulada $y_b(t)$.

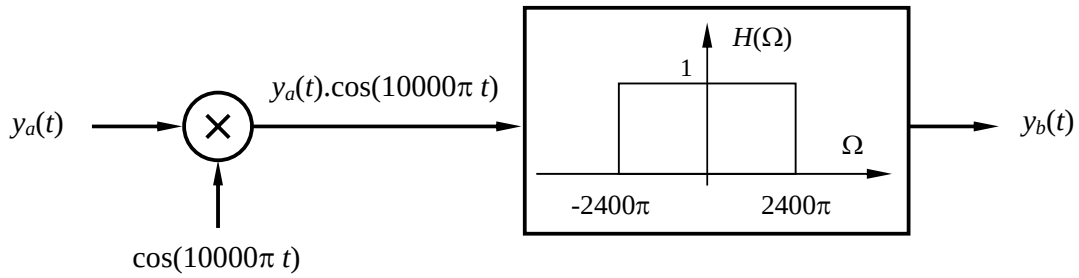


Figura 5. Esquema de un Sistema Demodulador.

Resolución:

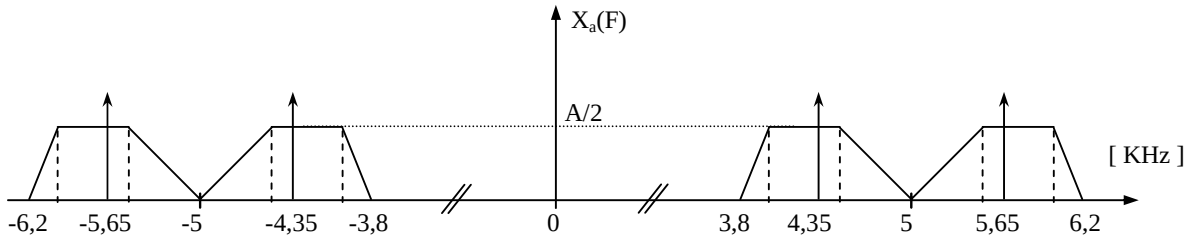
a1. Por el Teorema de Modulación de la Transformada de Fourier, sabemos que el espectro de una señal que es el producto de una señal cualquiera y una señal cosenoidal tendrá un espectro que resultará de la convolución entre el espectro de la señal original y el espectro del coseno. Entonces, si:

$$s(t) = \cos(2\pi.F_0\ t) \longleftrightarrow S(F) = \pi\left[\delta\left(F - F_0\right) + \delta\left(F + F_0\right)\right]$$

$$\therefore \quad x_a(t) = x_b(t).\cos(2\pi.F_0\ t) \longleftrightarrow X_a(F) = \frac{1}{2}\left[X_b\left(F - F_0\right) + X_b\left(F + F_0\right)\right]$$

a2.

Para este caso particular $F_0 = 5000\,Hz$ y A la amplitud máxima de la señal original sin ruído



b1. Como se requiere eliminar un tono ubicado en un pequeño entorno de frecuencias y no modificar el resto del espectro de la señal, se utilizará un **filtro PasaBanda** que dicha banda.

b2. Dado que el tono luego de la modulación se ubica en $F_0 = 5650$ Hz, y suponiendo que eliminaramos como se sugiere las frecuencias entre los 600 y 700 Hz en banda base (lo que equivaldría a las frecuencias entre 5500 y 5600 Hz), veamos a que frecuencias corresponden luego de la modulación:

$F_3 = 5500$ Hz $\rightarrow$ $f_3 = 5600$ Hz / 12400 = 0,451 $\quad \omega_3 = 2\pi.f_3 = 0{,}902.\pi$
$F_4 = 5600$ Hz $\rightarrow$ $f_4 = 5700$ Hz / 12400 = 0,459 $\quad \omega_4 = 2\pi.f_4 = 0{,}918.\pi$

Y por lo tanto, las frecuencias :

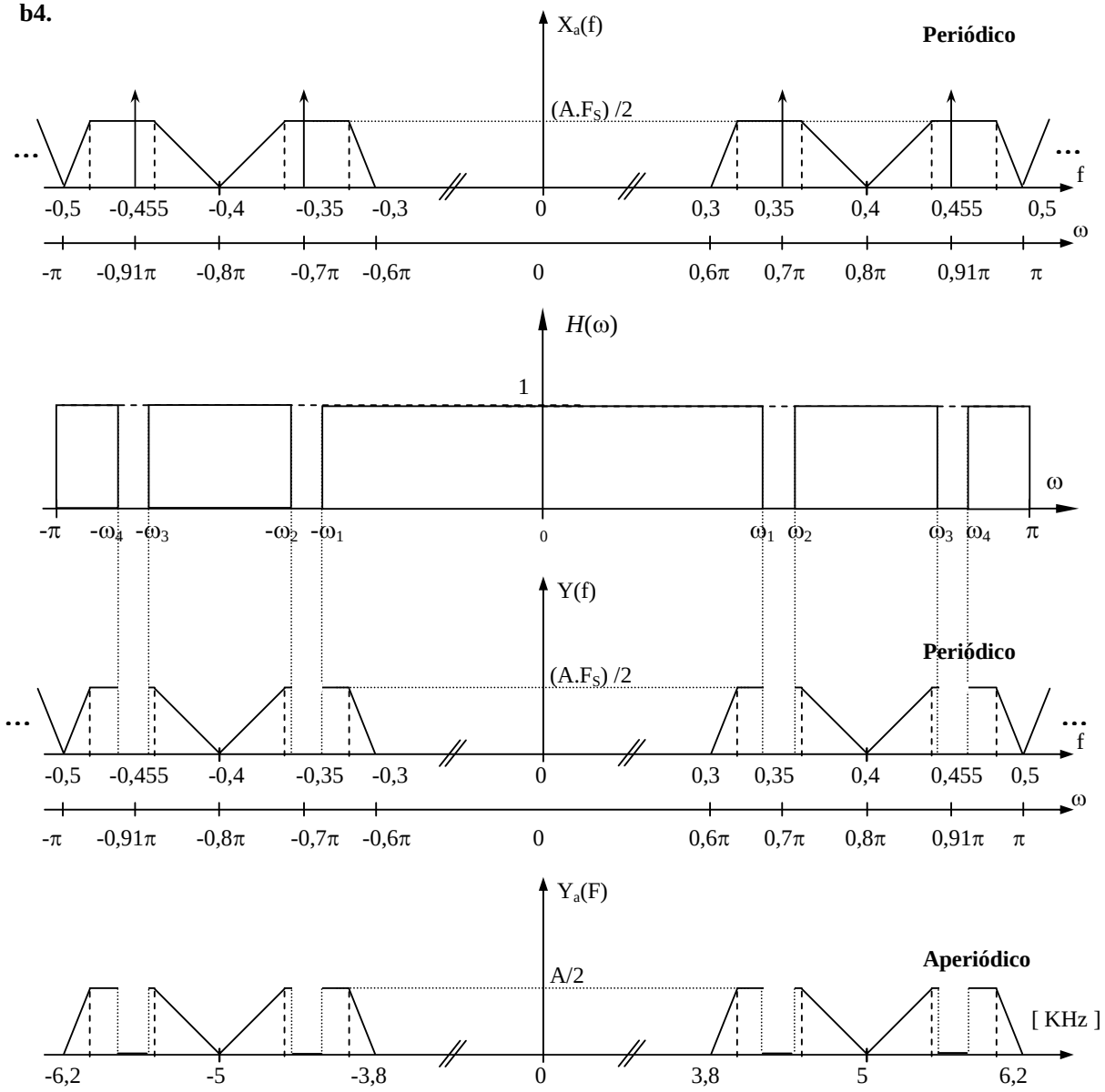
$F_1 = 4300$ Hz $\rightarrow$ $f_3 = 4300$ Hz / 12400 = 0,346 $\quad \omega_3 = 2\pi.f_3 = 0{,}692.\pi$
$F_2 = 4400$ Hz $\rightarrow$ $f_4 = 4400$ Hz / 12400 = 0,354 $\quad \omega_4 = 2\pi.f_4 = 0{,}708.\pi$

b3.

Como puede verse en la gráfica del apartado **a2.** la máxima frecuencia que aparece en la señal modulada es 6200 Hz. Por lo tanto, por el Teorema de Muestreo la frecuencia de muestreo deberá ser de al menos el doble de la F_{MAX}.

$F_S \geq 2.\ F_{MAX} = 2.(6200\text{ Hz}) = 12400\text{ Hz} \Rightarrow$ Es apropiada

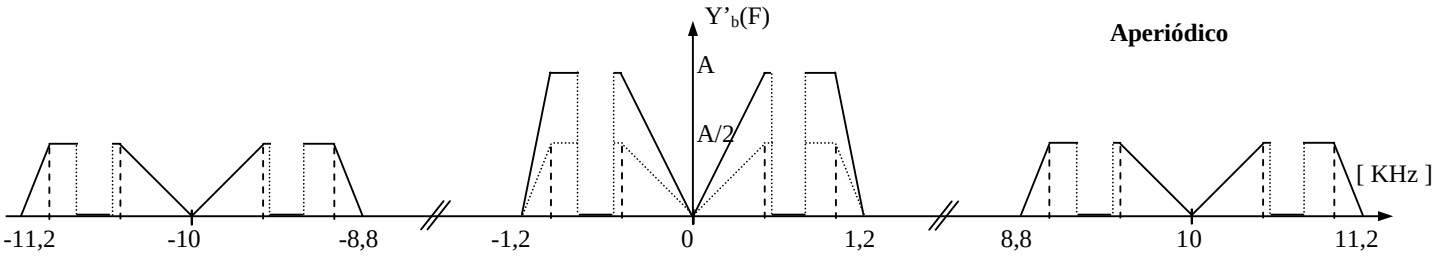
b4.



c.

Al igual que en modulador, en el demodulador tenemos:

$$\therefore \quad y'_b(t) \;=\; y_a(t).\cos(2\pi.F_0\ t) \;\longleftrightarrow\; Y'_b(F) \;=\; \frac{1}{2}\left[Y_a\left(F-F_0\right)+Y_a\left(F+F_0\right)\right]$$



Luego, el filtro ubicado entre $-2400\pi \le \Omega \le 2400\pi$ ($-1200Hz \le F \le 1200Hz$) rescata la porción central del espectro de $Y'_b(F)$ que es la versión libre del ruido tonal de la señal original.