

Sistemas y Señales I

**Ejemplos Simulación de Sistemas
Dinámicos**

Circuito Oscilador de Chua

La Figura 1 representa esquemáticamente el **Circuito Oscilador de Chua**, que es uno de los circuitos más simples que presenta un comportamiento **caótico**.

Los sistemas dinámicos con comportamiento caótico se caracterizan por tener trayectorias en el espacio de estados que son sensibles a las condiciones iniciales, es decir, trayectorias que comienzan muy próximas pueden diverger muy rápidamente. Están caracterizados también por la presencia de puntos de atracción (denominados **atractores extraños**) alrededor de los cuales se mueven las trayectorias. Una componente fundamental del circuito de Chua es el denominado **diodo de Chua**, que es un componente activo no lineal con característica resistiva **negativa**, que puede modelarse con una función lineal a tramos, como se muestra en la Figura 2.

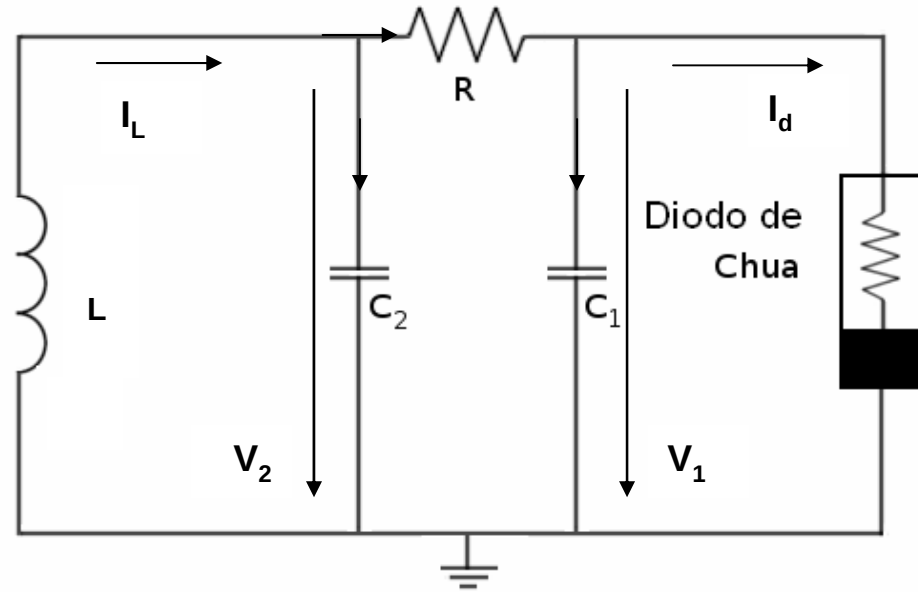


Figura 1: Circuito Oscilador de Chua.

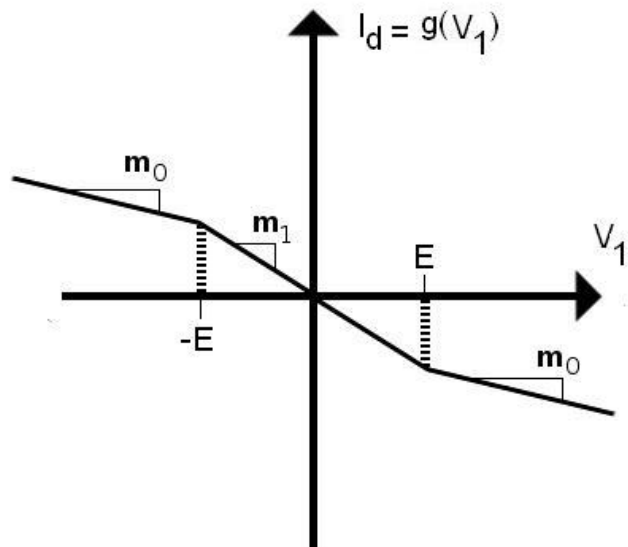


Figura 2: Característica Corriente-Tensión del diodo de Chua.

El circuito de Chua puede describirse por un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales de primer orden en las variables de estado:

- V_1 : tensión en el capacitor C_1
- V_2 : tensión en el capacitor C_2
- I : corriente en la inductancia L

Las ecuaciones, que pueden derivarse fácilmente a partir de las leyes de Kirchhoff de tensiones y de corrientes, resultan:

**Ecuaciones
de Estado**

$$\begin{cases} \frac{dV_1}{dt} = \frac{1}{RC_1} [V_2 - V_1 - R g(V_1)] \\ \frac{dV_2}{dt} = \frac{1}{RC_2} [V_1 - V_2 + R I] \\ \frac{dI}{dt} = -\frac{1}{L} V_2 \end{cases}$$

```

function out = RealChua(t,in)
x = in(1); %V1
y = in(2); %V2
z = in(3); %I
C1 = 10*10^(-9); %10nF
C2 = 100*10^(-9); %100nF
R = 1800; %1.8k Ohms
G = 1/R;
R7 = 100; %100 Ohms
R8 = 1000; %1k Ohms
R9 = 1000; %1k Ohms
R10 = 1800;
C = 100*10^(-9); %100nF
L = R7*R9*C*R10/R8; %18mH

g=diodeChuaReal(x);
xdot = (1/C1)*(G*(y-x)-g);
ydot = (1/C2)*(G*(x-y)+z);
zdot = -(1/L)*y;

out = [xdot ydot zdot]';

```

```
[t,y] = ode45('RealChua',[0 0.05],[-0.5 -0.2 0]);  
plot3(y(:,1),y(:,2),y(:,3))  
grid  
xlabel('V1')  
ylabel('V2')  
zlabel('I')
```

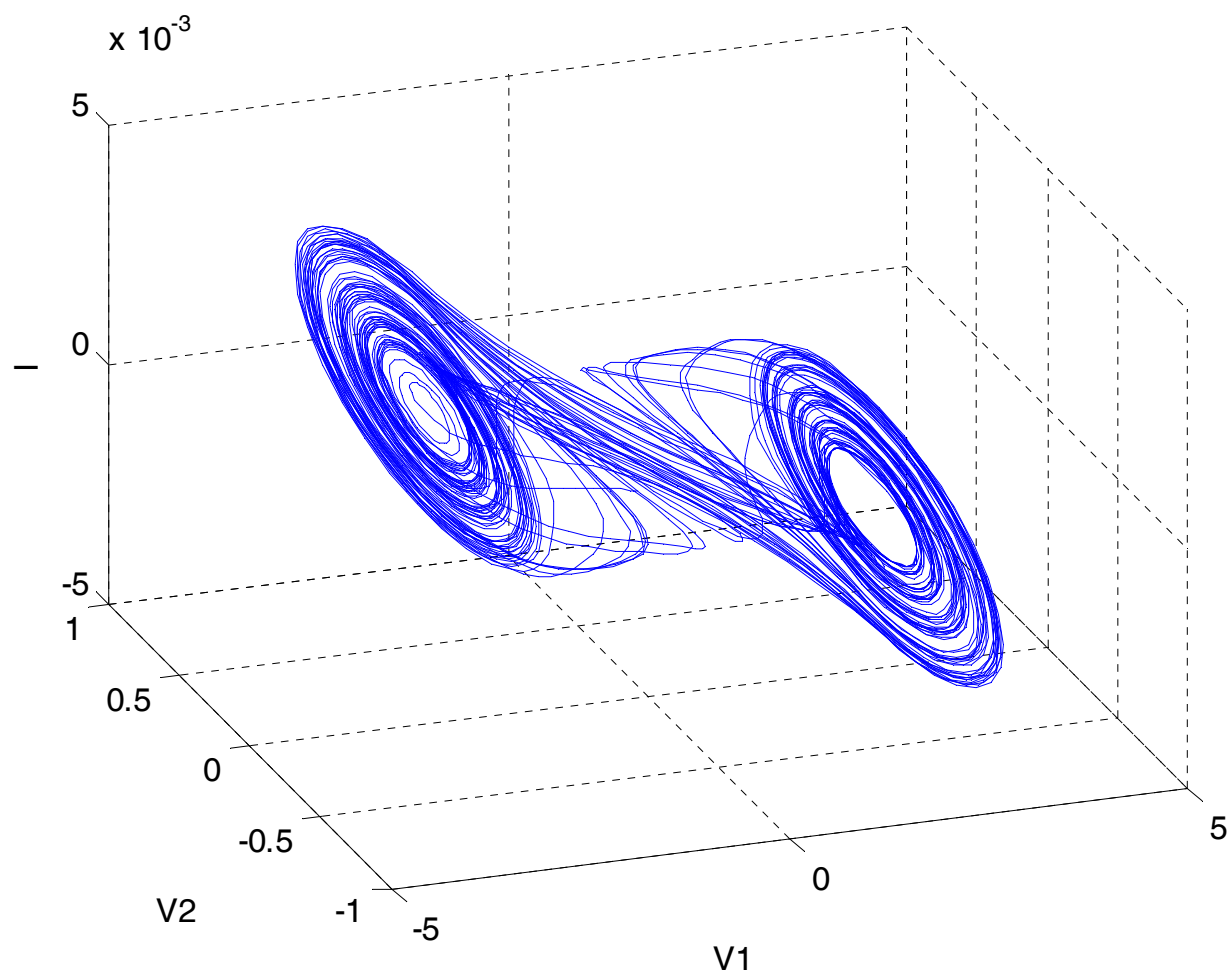


Figura 3: Trayectorias en el Espacio de Estados.

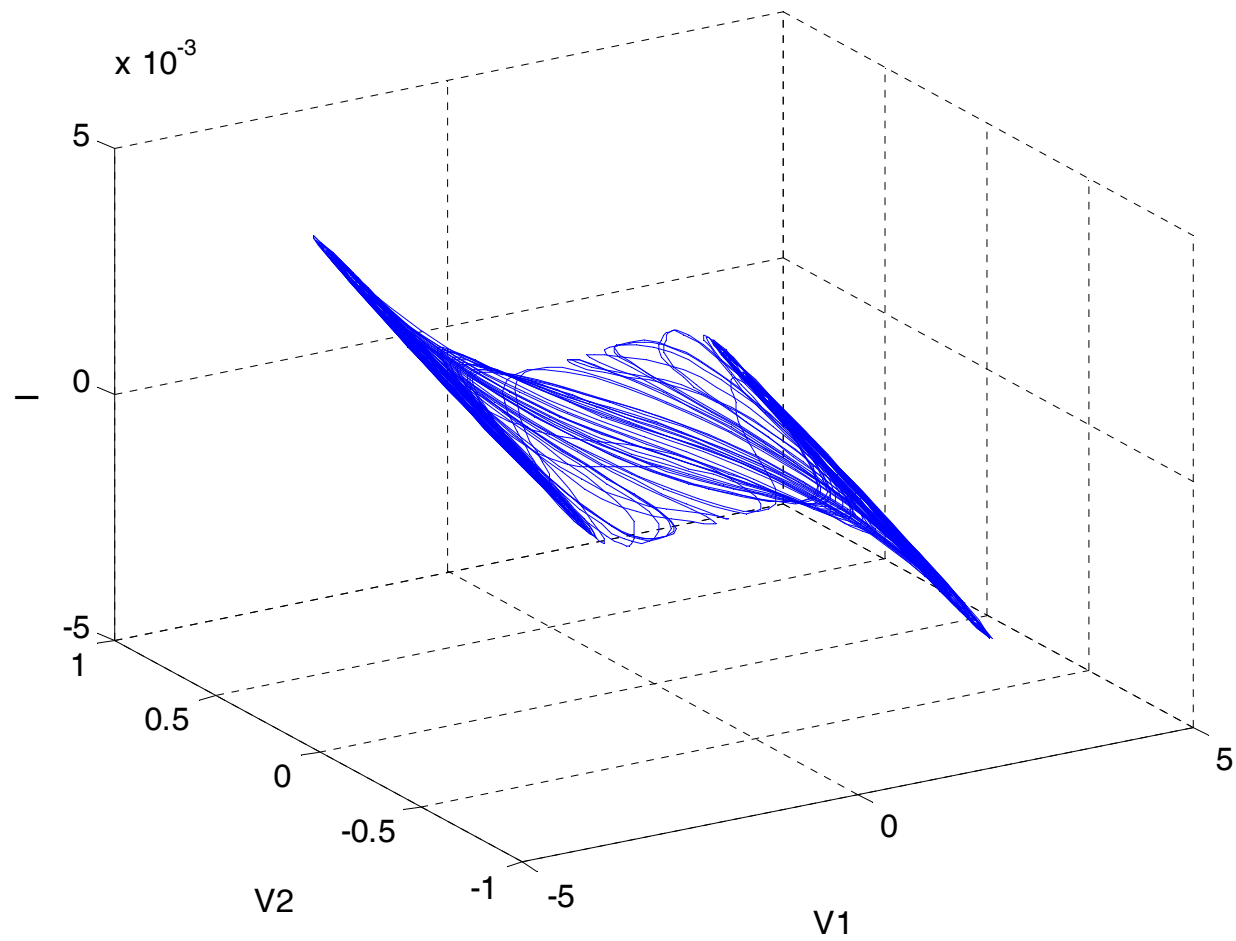


Figura 3: Trayectorias en el Espacio de Estados.

Modelo SIR de propagación del virus covid19

Un modelo simple de propagación de un virus en la población es el denominado **modelo SIR** (Susceptible-Infected-Recovered) que puede describirse por el siguiente sistema de ecuaciones de estado no lineales

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\beta SI \\ \frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I \end{cases}$$

S : Población Susceptible

I : Población Infectada

R : Población Recuperada

β : Tasa de Transmisión

γ : Tasa de Recuperación

```
function dx=modeloSIR(t,x)
beta=5e-4; % beta=1e-4 --> aislamiento social
gamma=0.05;
N=1000; % Poblacion total previa a la infección
dx=[ -beta*x(1)*x(2);
     beta*x(1)*x(2)-gamma*x(2);
     gamma*x(2)];
end
```

```
[t,x] = ode45('modeloSIR',[0 100],[1000 10 0]);
plot(t,x(:,1),t,x(:,2),t,x(:,3))
```



Número inicial de Infectados

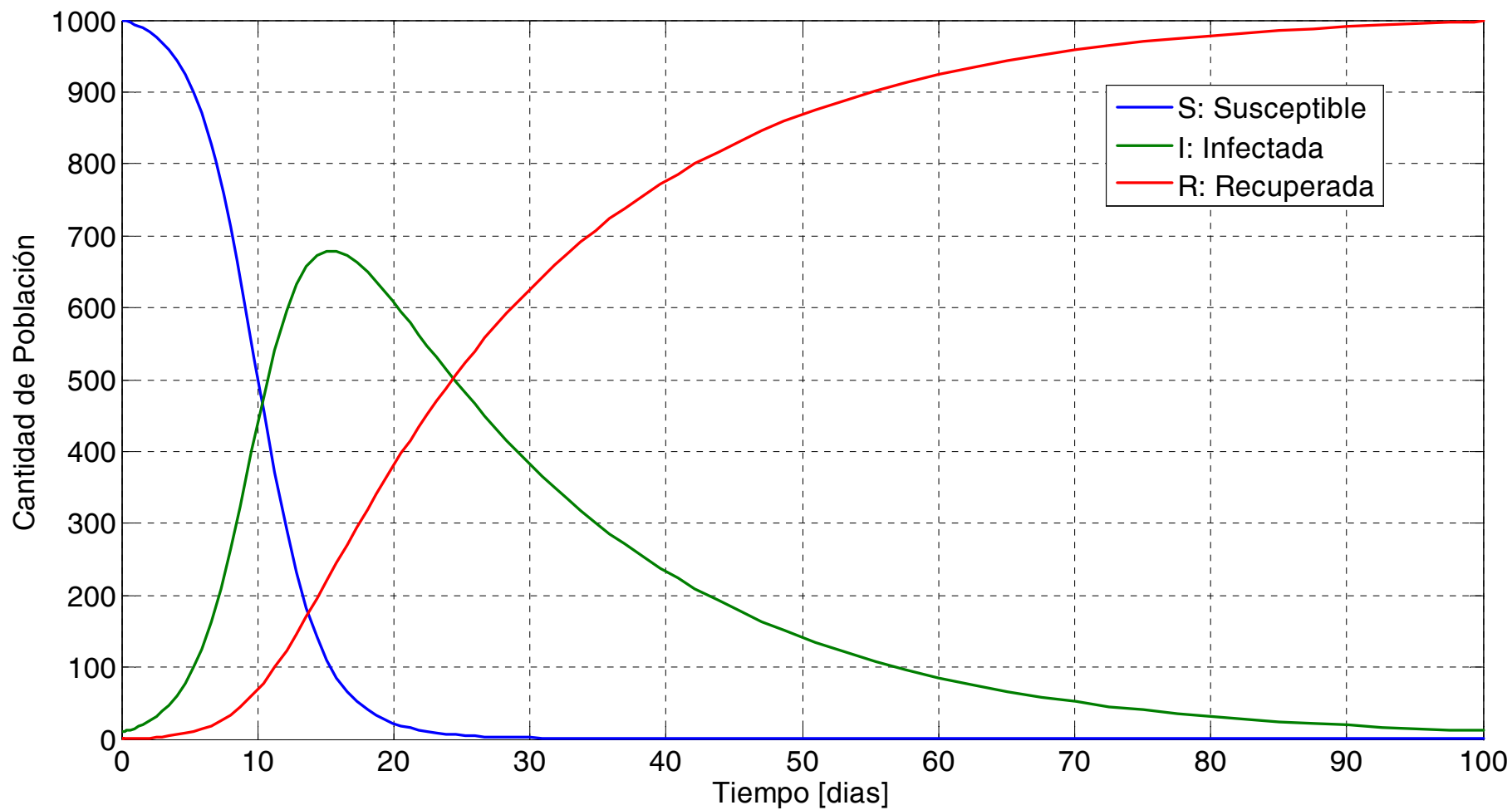


Figura 4: Evolución de la epidemia sin aislamiento social ($\beta = 5e - 4$).

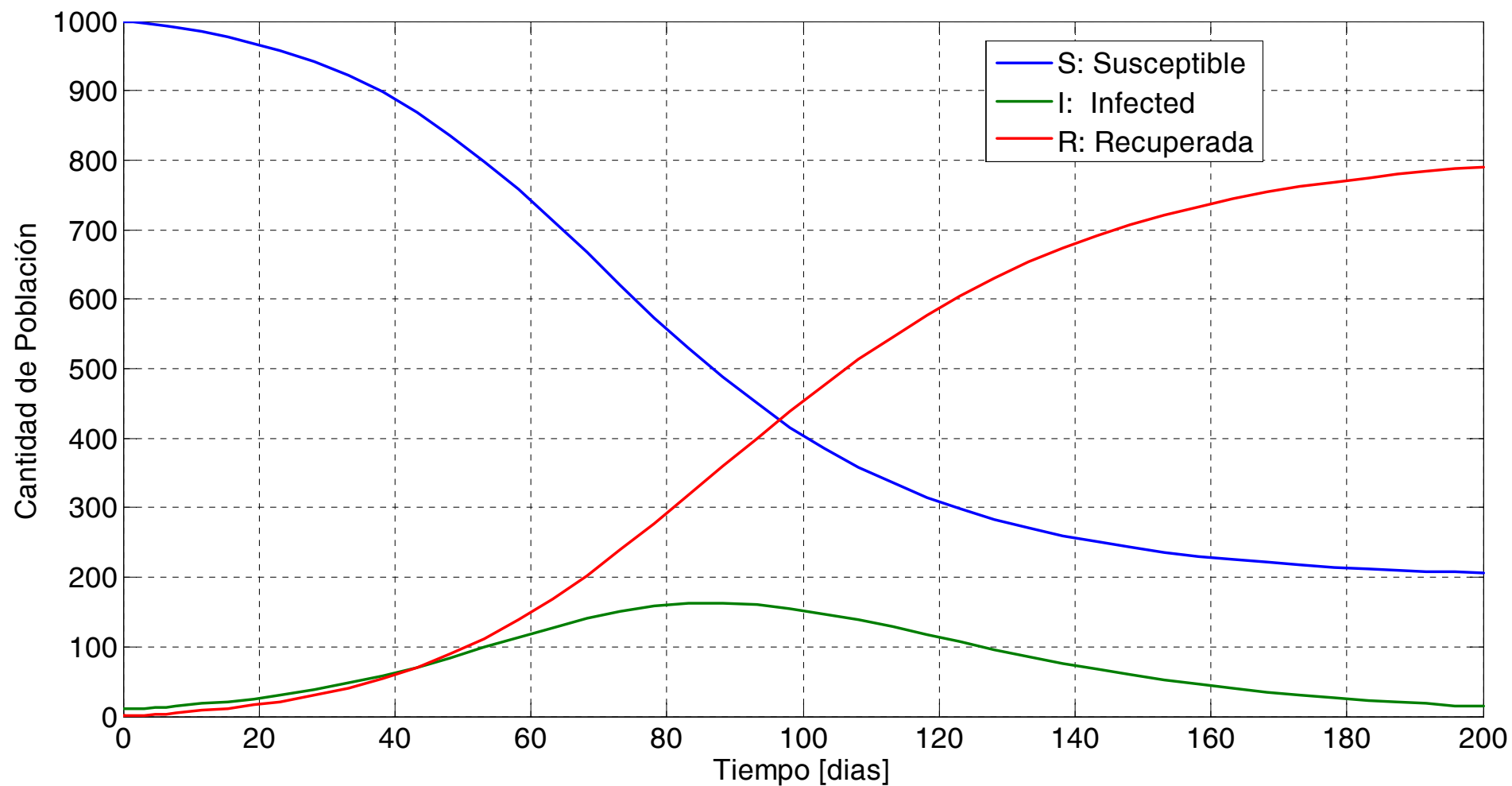


Figura 5: Evolución de la epidemia con aislamiento social ($\beta = 1e - 4$).