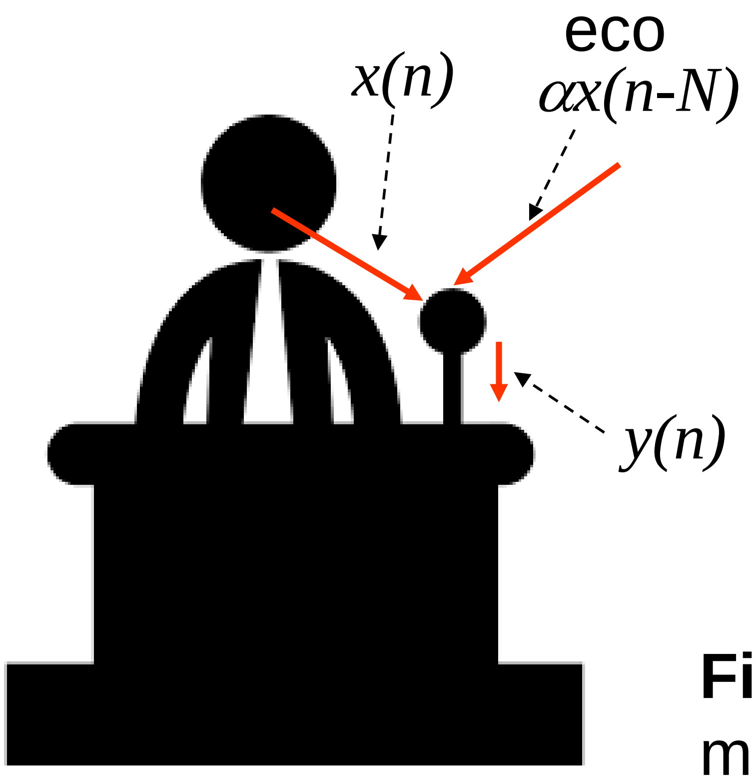
Sistemas y Señales I

Problema del eco simple

Temario: Cap. 2: Item 2.4

Problema de Eco Simple

La señal $y(n)$ a la entrada de un micrófono (luego de ser digitalizada) está compuesta por la señal de voz emitida por la persona frente al micrófono ($x(n)$), más el rebote en una de las paredes de la habitación que puede modelarse como una versión atenuada y retrasada de la señal $x(n)$.



$$y(n) = x(n) + \alpha x(n-N) \qquad (1)$$

$$0 < \alpha < 1: \text{ coef. de atenuación}$$

$$N: \text{ retardo en muestras}$$

Figura 1: persona hablando frente a un micrófono.

Puede recurrirse a la correlación para estimar el retardo N del eco y el coef. de atenuación α. Notar que la única señal que está disponible es $y(n)$. Calculemos entonces la autocorrelación de la señal $y(n)$.

$$r_{yy}(\ell) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n+\ell)y(n)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[x(n+\ell) + \alpha x(n+\ell-N)\right]\left[x(n) + \alpha x(n-N)\right]$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n+\ell)x(n) + \alpha \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n+\ell)x(n-N)$$

$$+ \alpha \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n+\ell-N)x(n) + \alpha^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n+\ell-N)x(n-N)$$

$$= \left(1+\alpha^2\right) r_{xx}(\ell) + \alpha r_{xx}(\ell+N) + \alpha r_{xx}(\ell-N) \quad (2)$$

Como la autocorrelación de la señal $x(n)$ tiene un pico en $\ell = 0$, entonces, por (2), la autocorrelación de la señal $y(n)$ tendrá un pico en cero y picos en $\ell = \pm N$. La amplitud de esos picos, de acuerdo a (2), será

$$r_{yy}(0) \approx \left(1+\alpha^2\right) r_{xx}(0)$$

$$r_{yy}(N) \approx \alpha r_{xx}(0)$$

$$r_{yy}(-N) \approx \alpha r_{xx}(0)$$

La aproximación es válida si N es suficientemente grande y considerando que como las señales son de longitud finita la amplitud de la autocorrelación tiende a cero a medida que el indice crece, por lo que puede asumirse

$$r_{xx}(N) \approx 0 \quad , \quad r_{xx}(-N) \approx 0$$

La Figura 2, muestra la autocorrelación $r_{yy}(\ell)$ de una señal con eco.

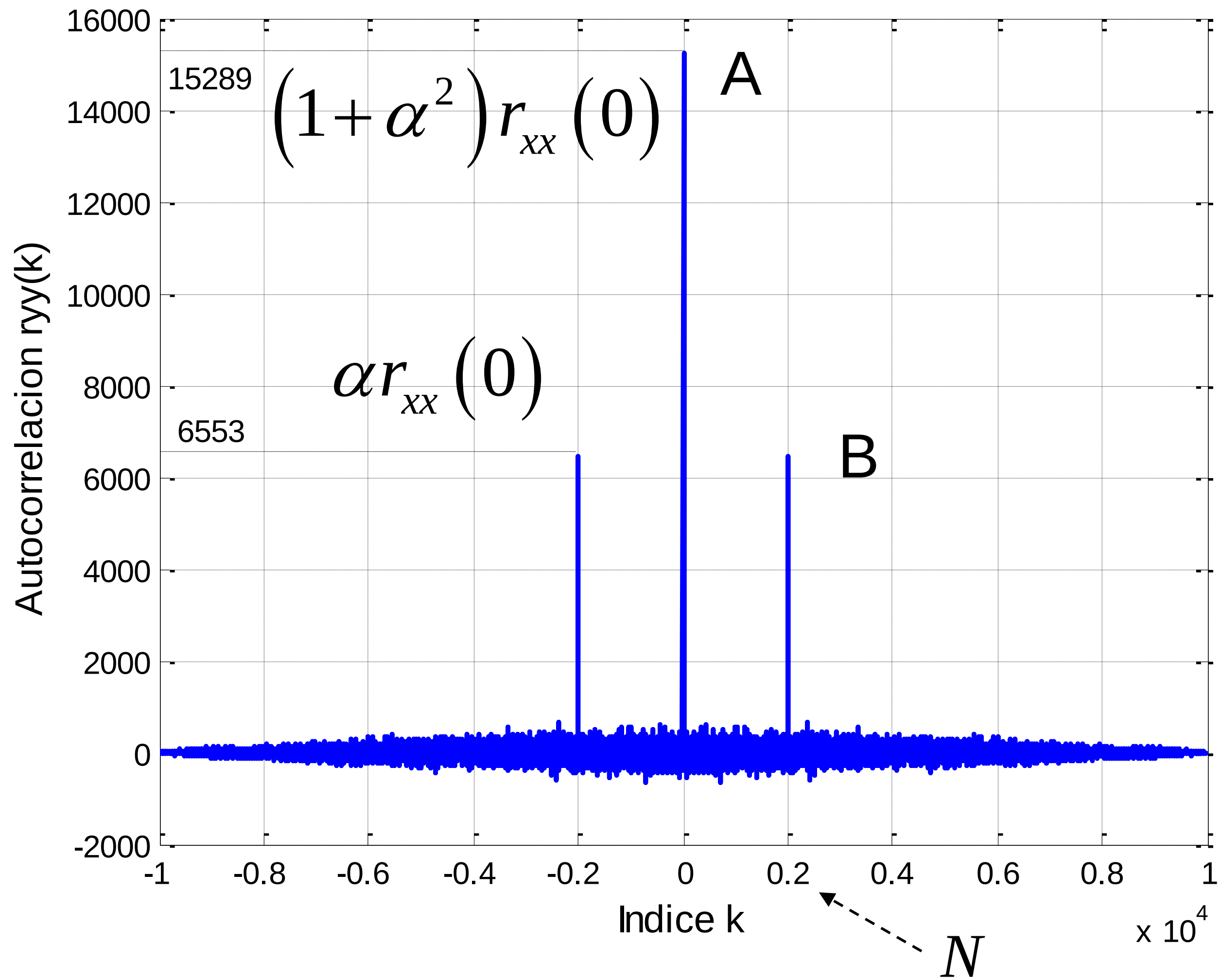


Figura 2: Autocorrelación de la señal $y(n)$

Notar que si medimos la amplitud de los picos (A y B en Figura 2) se verifica

$$\frac{A}{B}=\frac{\left(1+\alpha^{2}\right)r_{xx}\left(0\right)}{\alpha r_{xx}\left(0\right)}=\frac{\left(1+\alpha^{2}\right)}{\alpha}$$

de donde puede despejarse el coef. de atenuación α. Por otra parte, el retardo en muestras N puede medirse directamente de la gráfica (ver Figura 2).

En Fig. 2, es N = 2000 muestras, y A = 15289 , B = 6553, por lo que resulta α = 0.5658.