

Sistemas y Señales I

Ejemplo de cálculo de la convolución en TD

Temario: Cap. 2: Item 2.2

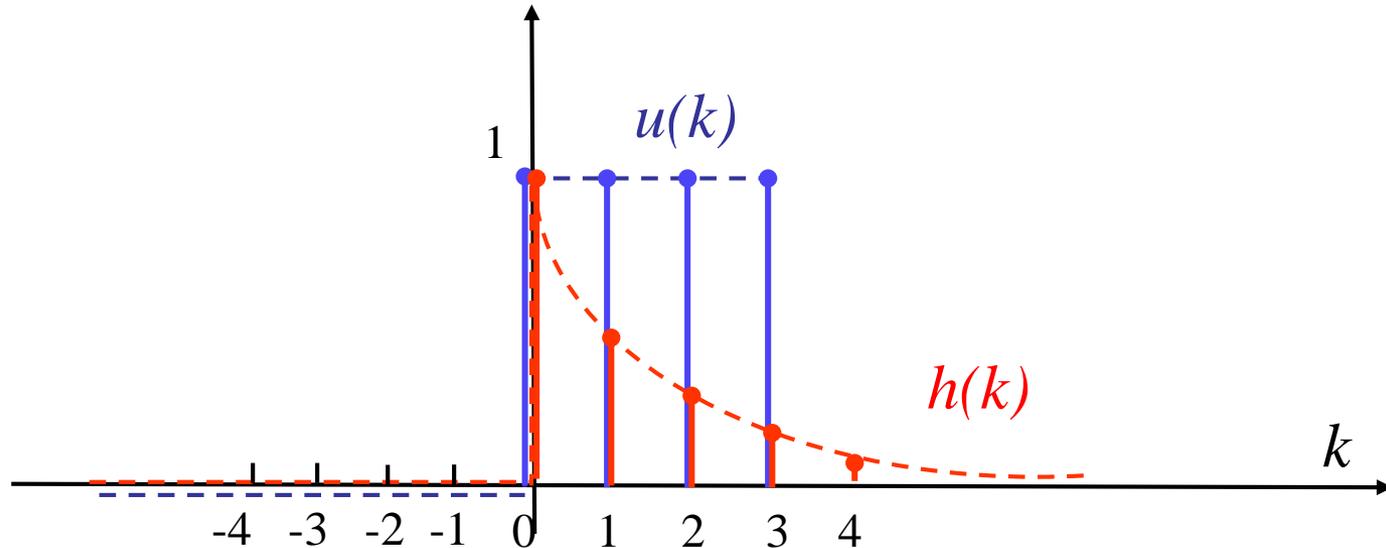
Ejemplo: Convolución en TD

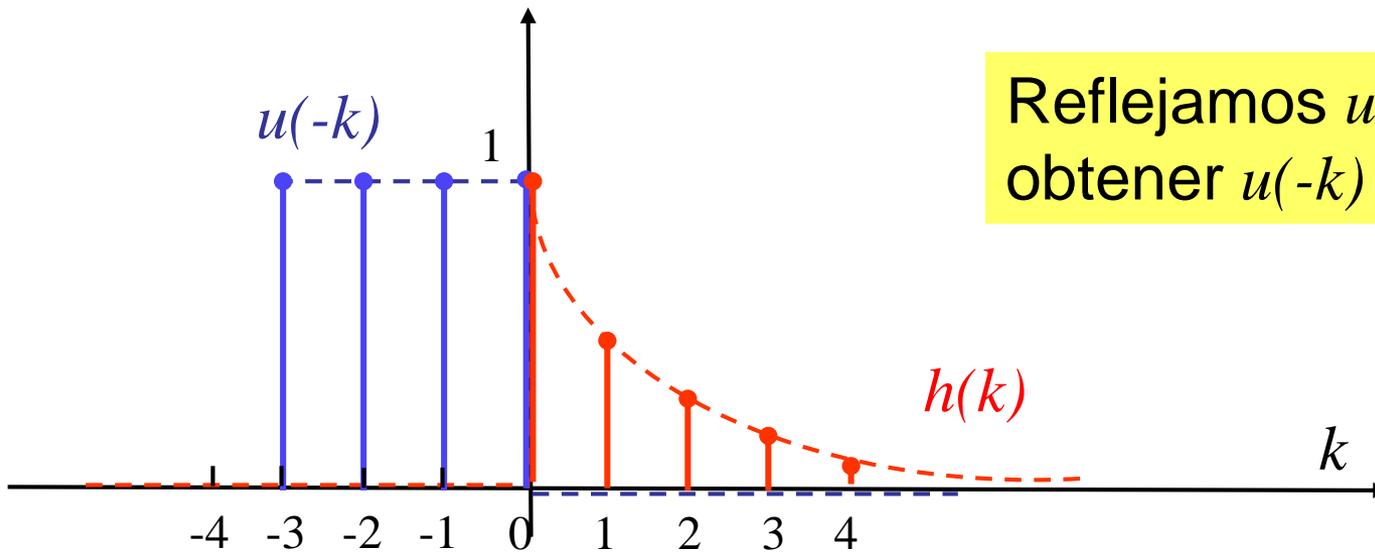
Calcular la respuesta de un sistema con respuesta al impulso $h(n)$ a la entrada $u(n)$ que se indica

$$h(n) = a^n \mu(n) \quad , \quad 0 < a < 1$$

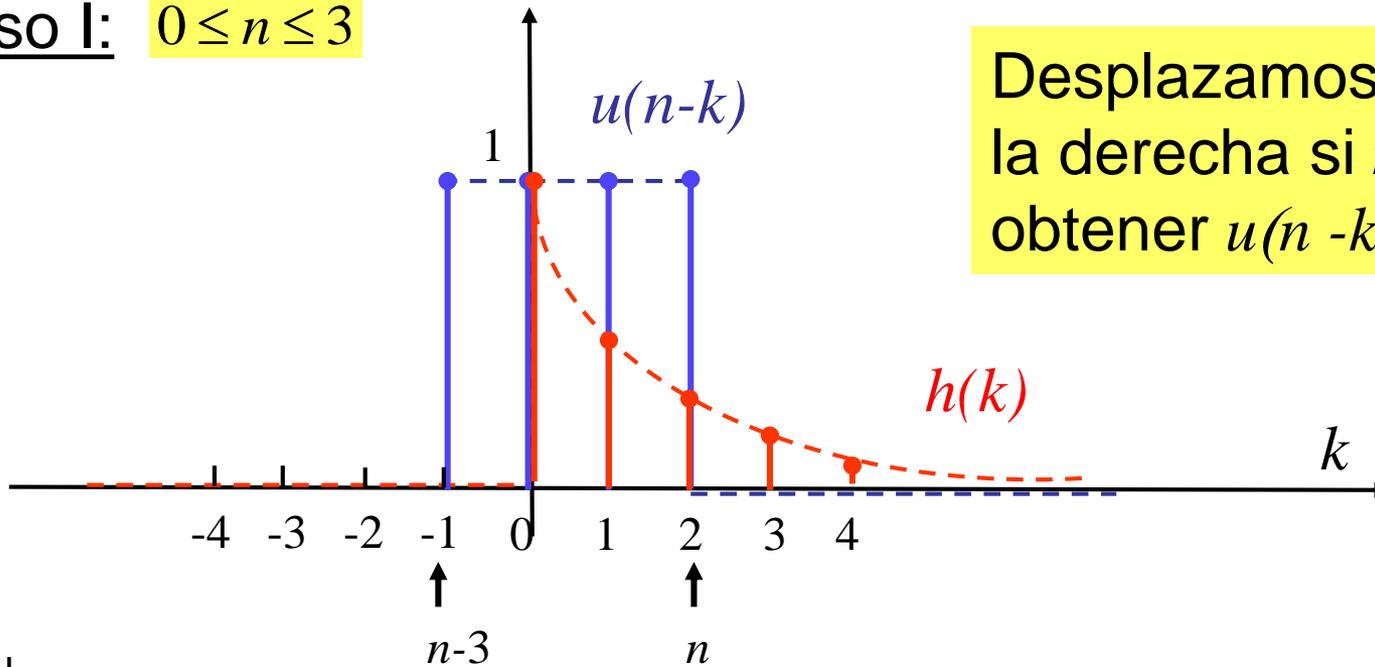
$$u(n) = \mu(n) - \mu(n-4)$$

Grafiquemos $h(k)$ y $u(n-k)$ para este caso.





Caso I: $0 \leq n \leq 3$

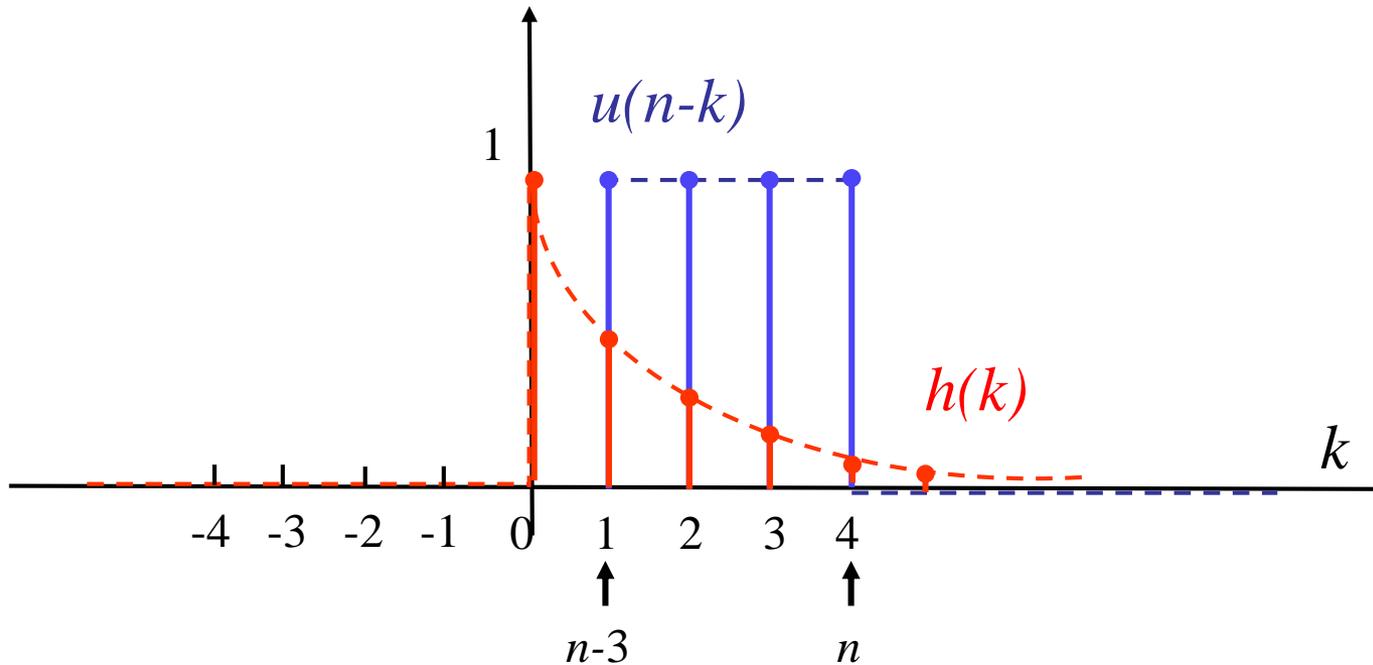


En este caso la suma de convolución resulta:

$$y(n) = \sum_{k=0}^n a^k = \frac{1-a^{n+1}}{1-a} \quad (1)$$

Suma finita de tipo geométrica

Caso II: $3 < n$



En este caso la suma de convolución resulta:

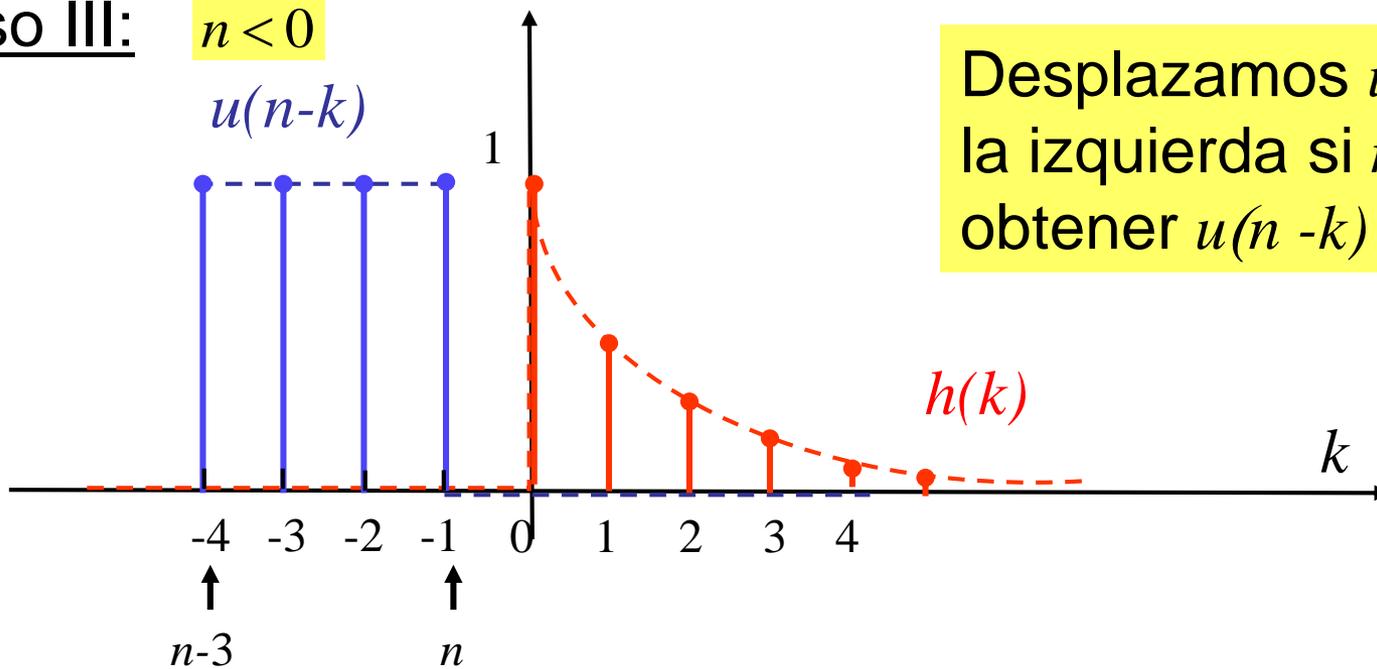
$$y(n) = \sum_{k=n-3}^n a^k = \sum_{m=0}^3 a^{m+n-3} = a^{n-3} \sum_{m=0}^3 a^m = a^{n-3} \frac{1-a^4}{1-a} \quad (2)$$

Cambio de variable: $m=k-n+3$

Suma finita de tipo geométrica

Caso III:

$n < 0$



Desplazamos $u(-k)$ hacia la izquierda si $n < 0$, para obtener $u(n-k)$

En este caso resulta: $y(n) = 0$ (3)

Finalmente, considerando (1), (2) y (3) resulta:

$$y(n) = \begin{cases} 0 & n < 0 \\ \frac{1-a^{n+1}}{1-a} & 0 \leq n \leq 3 \\ a^{n-3} \frac{1-a^4}{1-a} & n > 3 \end{cases}$$