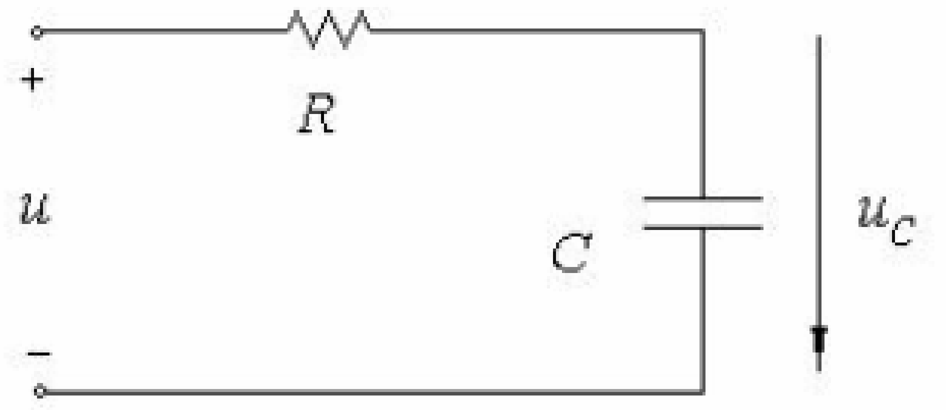
## Ejemplo de integración numérica de ecuación diferencial: Circuito RC




$R = 1M\Omega$
$C = 1\mu F$

Por Ley de Kirchhoff de tensiones resulta:

$$u(t) = Ri(t) + u_c(t)$$

$$= R\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C}q(t)$$

(1) $$\Rightarrow \frac{dq(t)}{dt} = \frac{1}{R}u(t) - \frac{1}{RC}q(t)$$

**Ecuación Diferencial de primer orden**

Discretizando el tiempo de la forma $t=nT$, con $n$ entero y $T$ el paso de integración numérica, podemos aproximar la derivada por el método de Euler de Primer orden, de la forma

$$\frac{d(q(t))}{dt} \approx \frac{q\big((n+1)T\big)-q(nT)}{T}$$

por lo que el **equivalente discreto** de la ecuación diferencial (1) resulta:

$$\frac{q\big((n+1)T\big)-q(nT)}{T} = \frac{1}{R}u(nT) - \frac{1}{RC}q(nT)$$

$$\Rightarrow q\big((n+1)T\big) = \frac{T}{R}u(nT) + \left(1-\frac{T}{RC}\right)q(nT)$$

$$\Rightarrow q\big(nT\big) = \frac{T}{R}u((n-1)T) + \left(1-\frac{T}{RC}\right)q((n-1)T)$$

**Ecuación en Diferencias**
(2)

Conociendo la entrada $u(t)$ para todo $t$, y la carga inicial del capacitor $q(0xT)$ puede iterarse la ecuación (2) para obtener $q(t)$ para todo $t$ de la forma $t=nT$ .

El algoritmo está implementado en el script Matlab:

**`ejemplo_RC.m`**

## Elección del paso de integración numérica $T$

La ecuación característica asociada a la ecuación diferencial (1) que describe la dinámica del sistema es:

$$\lambda + \frac{1}{RC} = 0$$

cuya única raíz es:

$$\lambda_0 = -\frac{1}{RC}$$

La respuesta libre queda entonces caracterizada por modos exponenciales de la forma

$$e^{-\frac{t}{RC}}$$

Vemos entonces que para tener una buena aproximación de la derivada por el método de Euler se debe verificar que:

$$T \ll RC$$

con $RC$ la constante de tiempo

Por otra parte, si queremos ver la respuesta completa, el tiempo final de integración deberá ser

$$T_{Final} \approx 5RC$$