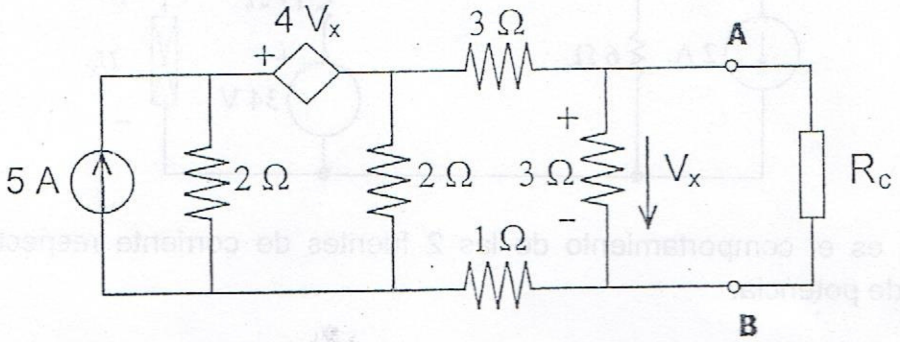
Problema 1:

a) Enunciar y demostrar el Teorema de Norton (caso circuito lineal sin fuentes controladas)

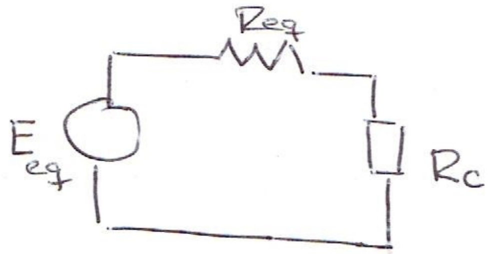
b) Para el siguiente circuito calcular el valor de la resistencia R_c de manera que la transferencia de potencia sea máxima. Determine el valor de dicha potencia.



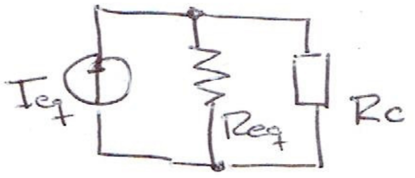
b) Calcular el valor de R_c tal que la transferencia de potencia sea máxima. Determinar dicha Potencia.

<u>Paso 1</u>: Análisis del problema

El circuito es lineal e invariante en el tiempo. Por lo tanto es posible encontrar un circuito equivalente del tipo:



ó



A partir del Teorema de máxima transferencia de potencia puedo concluir que para que R_c disipe (le sea transferida) la máxima potencia debe cumplirse:

$$\boxed{R_c = R_{eq}}$$

Resulta importante observar que el conjunto E_{eq} y R_{eq} (ó I_{eq} / R_{eq}) es el equivalente de Thevenin (ó de Norton) del circuito original.

Por lo tanto, encontrar R_{eq} es obtener la resistencia de Thevenin vista desde los bornes de R_c.

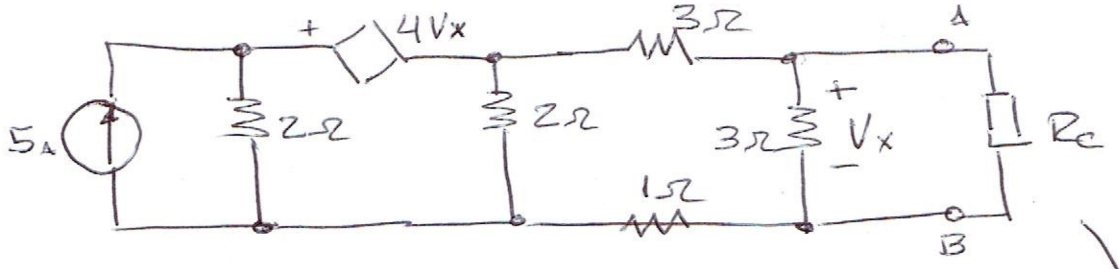
Debido a que la consigna pide encontrar el valor de la potencia disipada también se debe hallar E_{eq} (o I_{eq}), es decir, obtener el valor de la fuente de Thevenin (o de Norton)

Paso 2: Aplico Teorema de Thevenin/Norton.

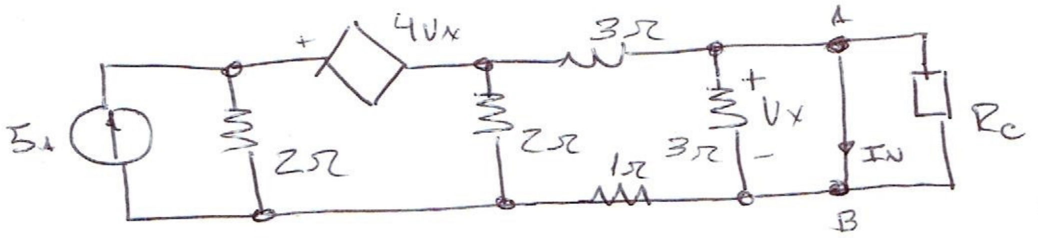
Paso 2.1: Hallar el valor de la fuente.

Puedo observar que si aplico el teorema de Norton (en lugar del de Thevenin) se simplifica la resolución ya que la variable de control $V_x = 0$ y la fuente controlada ~~de~~ $4V_x$ también será nula.

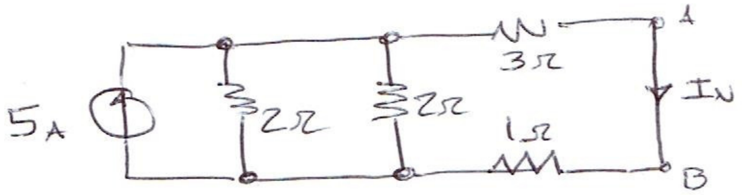
El circuito resulta:



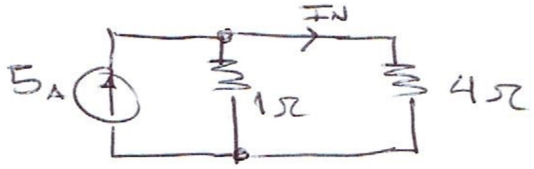
Extraigo Rc y cortocircuito sus terminales



$V_x = 0$



Reduciendo el circuito anterior



Aplico divisor de corriente

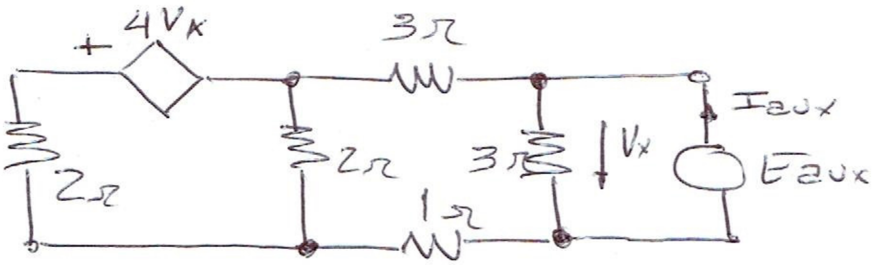
$$I_N = 5_A \cdot \frac{1\Omega}{1\Omega + 4\Omega} = 1_A$$

$$\boxed{I_N = 1_A}$$

PASO 2.2: Obtener R_{th}

Debido a la presencia de la fuente dependiente (¡QUE NO SE PASIVA!) el circuito no puede reducirse de forma directa. Deberá colocarse una fuente auxiliar entre los bornes A y B.

Pasivando la fuente indep. de 5 A y colocando E_{aux}



Quiero encontrar una expresión para I_{aux}, para luego hallar $R_{th} = \dfrac{E_{aux}}{I_{aux}}$.

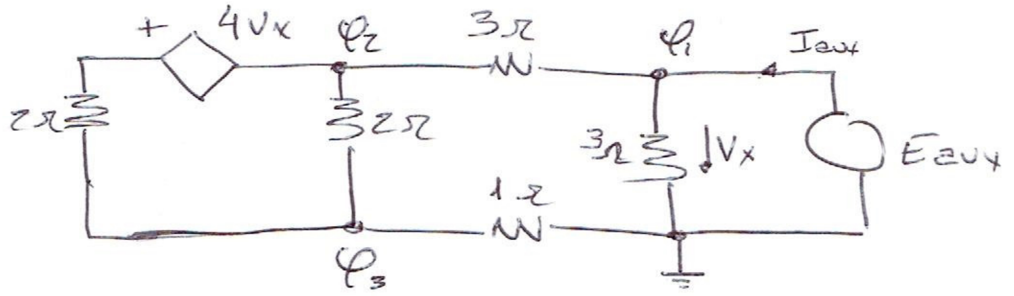
Para ello, aplico algún método de resolución.

Analizo cuál método es el más conveniente (el que genera menos ecuaciones)

Mallas	Bucles	Nudos
+ 3 ec. del método	+ 3 ec del método	+ 3 ec del método
+ 1 Fte controlada	+ 1 Fte controlada	+ 1 Fte controlada
		− 1 Fte ideal concurrente al nudo de referencia
4 ecs.	4 ecs	3 ecs.

Nudos es el método más conveniente

Aplico método de nudos:



$$\begin{cases} \varphi_1 = E_{aux} & (1) \\ -\varphi_1\left(\frac{1}{3\Omega}\right) + \varphi_2\left(\frac{1}{2\Omega}+\frac{1}{2\Omega}+\frac{1}{3\Omega}\right) - \varphi_3\left(\frac{1}{2\Omega}+\frac{1}{2\Omega}\right) = -\frac{4V_x}{2\Omega} & (2) \\ -\varphi_2\left(\frac{1}{2\Omega}+\frac{1}{2\Omega}\right) + \varphi_3\left(\frac{1}{2\Omega}+\frac{1}{2\Omega}+\frac{1}{1\Omega}\right) = +\frac{4V_x}{2\Omega} & (3) \\ V_x = \varphi_1 = E_{aux} & (4) \end{cases}$$

Reemplazo (1) y (4) en (2) y (3):

$$\begin{cases} -\frac{E_{aux}}{3} + \varphi_2 \cdot \frac{4}{3} - \varphi_3 = -2E_{aux} \\ -\varphi_2 + \varphi_3 \cdot 2 = 2E_{aux} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi_2 \cdot \frac{4}{3} - \varphi_3 = -\frac{5}{3}E_{aux} \\ -\varphi_2 + 2\varphi_3 = 2E_{aux} \end{cases}$$

Resuelvo el sistema 2x2 mediante algún método conocido (kramer, eliminación gausiana, sustitución, igualación)

Por sustitución:

$$\varphi_2 = 2\varphi_3 - 2E_{aux}$$

$$\frac{4}{3}\left(2\varphi_3 - 2E_{aux}\right) - \varphi_3 = -\frac{5}{3}E_{aux}$$

$$\frac{8}{3}\varphi_3 - \frac{8}{3}E_{aux} - \varphi_3 = -\frac{5}{3}E_{aux}$$

$$\frac{5}{3}\varphi_3 = E_{aux} \Rightarrow \boxed{\varphi_3 = \frac{3}{5}E_{aux}}$$

$$\boxed{\varphi_2 = 2\,\frac{3}{5}E_{aux} - 2E_{aux} = -\frac{4}{5}E_{aux}}$$

Por lo tanto:

$$\begin{cases} \varphi_1 = E_{aux} \\ \varphi_2 = -\frac{4}{5} E_{aux} \\ \varphi_3 = \frac{3}{5} E_{aux} \end{cases}$$

Por LKI:

$$I_{aux} = \frac{\varphi_1}{3\Omega} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{3\Omega}$$

$$I_{aux} = \frac{E_{aux}}{3\Omega} + \frac{E_{aux} - \left(-\frac{4}{5} \cdot E_{aux}\right)}{3\Omega}$$

$$I_{aux} = \frac{14}{15} E_{aux} \Rightarrow R_{Th} = \frac{E_{aux}}{I_{aux}}$$

$$\boxed{R_{Th} = \frac{15}{14}\Omega}$$

Paso 3: Resultados

$$\boxed{R_C = R_{Th} = \frac{15}{14}\Omega}$$ para máxima transferencia de potencia

$$\boxed{P_{R_C} = \left(\frac{I_N}{2}\right)^2 \cdot R_C = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{15}{14}\Omega = \frac{15}{56} W}$$