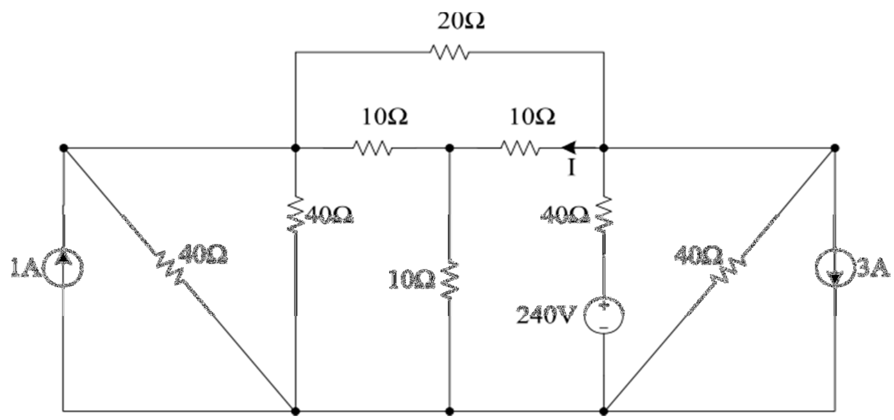
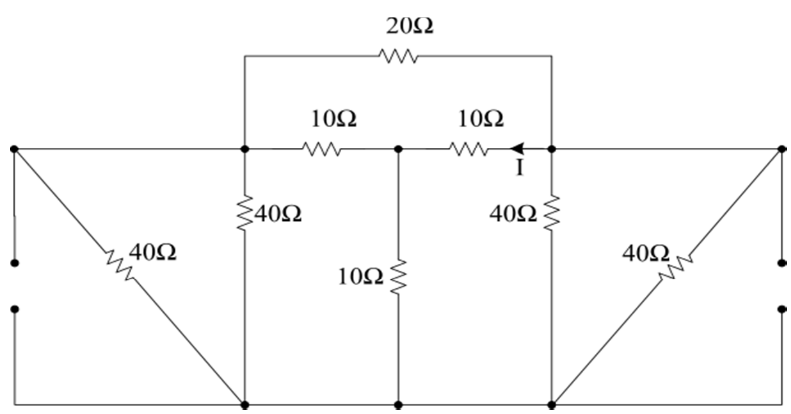
Problema resuelto – Teorema de bisección.

Obtener el valor de la corriente I aplicando el teorema de bisección.

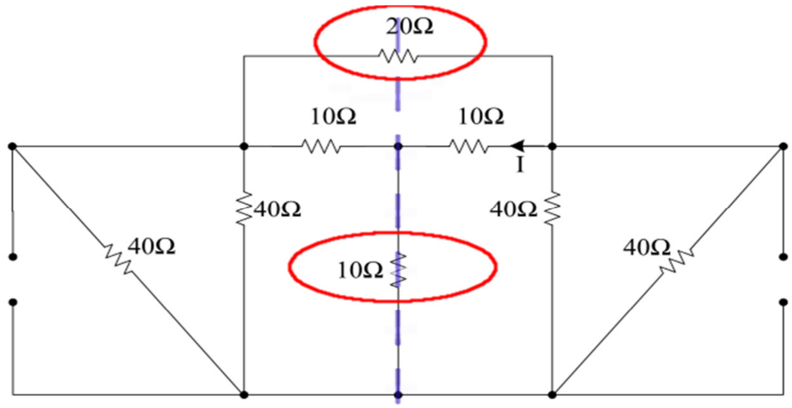


Solución:

Comenzaremos por poner de manifiesto la simetría del circuito. Para tal fin, es conveniente recordar que se debe verificar que la RED PASIVA es simétrica, entonces, pasivando las fuentes independientes:

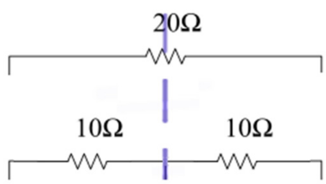


Asi, vemos que la red pasiva efectivamente es simétrica y presenta un eje de simetría vertical:

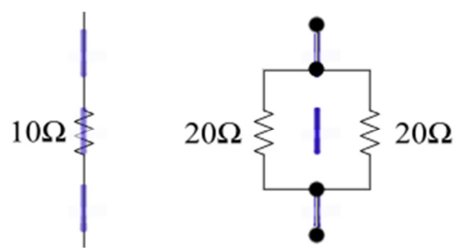


Encontramos que el mismo cruza a una resistencia de 20Ω y atraviesa a una de 10Ω lo cual no es deseable para la aplicación del teorema. Para poder dividir el circuito en dos partes y trabajar con una sola mitad del circuito:

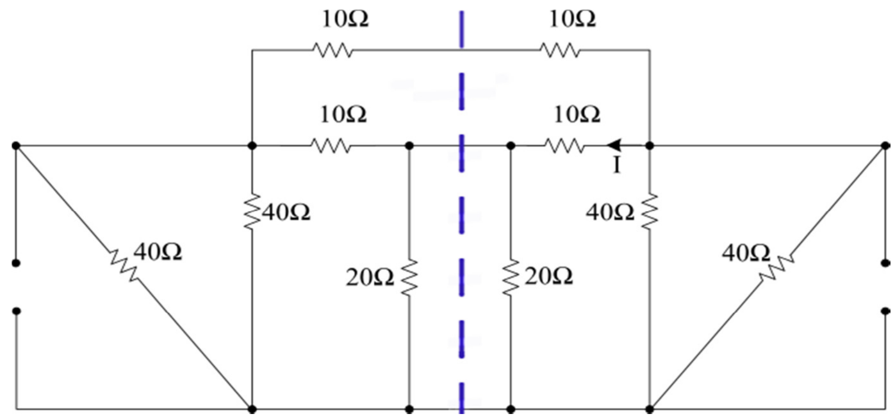
a) la resistencia de 20Ω que es cruzada por el eje de simetría la podemos pensar como la serie de dos resistencias de 10Ω, una a cada lado de dicho eje:



b) La resistencia de 10Ω que es atravesada por el eje, la podemos pensar como el paralelo de dos resistencias de 20Ω, otra vez, una a cada lado del eje.



Así, el circuito nos queda de la siguiente manera:

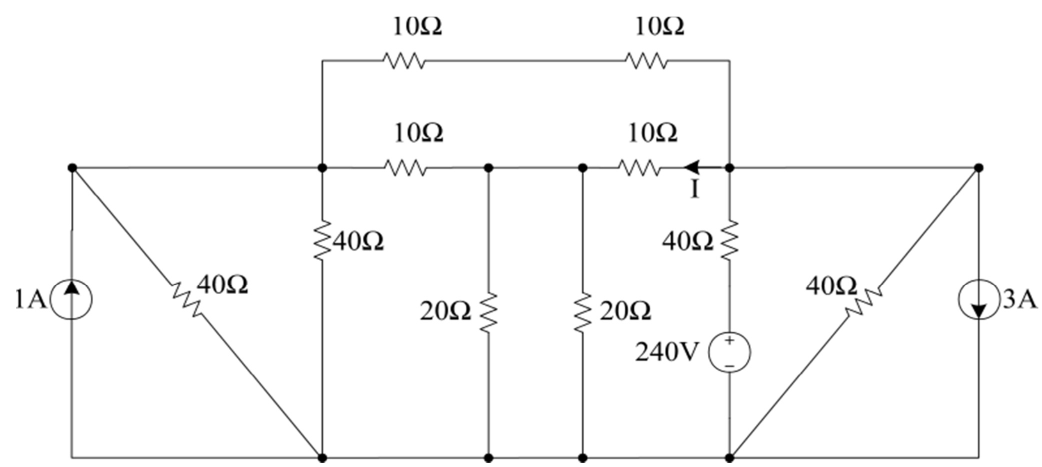


Ahora la red pasiva, que de por si era simétrica, posee un eje de simetría claro y con todos los componentes pasivos a uno u otro lado del mismo.

Podemos entonces aplicar el teorema de bisección.

<u>**Aplicación del teorema de bisección:**</u>

Volvamos a incluir las fuentes sobre el circuito obtenido anteriormente:



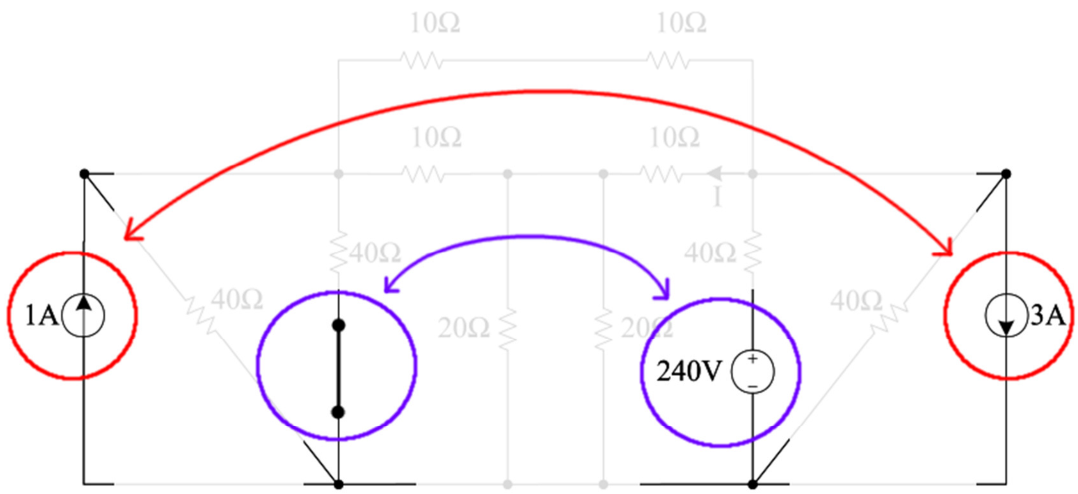
El teorema nos dice que:

- Si tenemos una red simétrica, podemos trabajar sobre la mitad de la misma al cortar el circuito por el eje de simetría.
- Además, cada fuente que alimente al circuito se puede considerar como una superposición de dos fuentes, una que será simétrica y otra anti simétrica. Este comportamiento se determinara al tomar las fuentes del circuito de a pares, o sea, se deberá buscar para cada fuente su correspondiente del otro lado del eje de simetría.
- Luego, al separar las dos mitades de la red original, podemos obtener el estado de régimen de cada mitad aplicando el teorema de superposición con las siguiente consideración: <u>los bornes que aparecen al cortar la red por el eje de simetría se mantendrán abiertos entre si cuando actúan las fuentes simétricas y en cortocircuito cuando actúan las fuentes anti simétricas.</u>

Veamos esto paso por paso:

El proceso de expresar la red original como dos subredes especulares respecto a un eje de simetría ya lo realizamos en el paso anterior.

Para descomponer las fuentes de alimentación, debemos observar cuidadosamente la red y aplicar el ingenio para entender como agrupar la fuentes del circuito en pares de fuentes, cada una a un lado del eje, las cuales luego expresaremos como combinación de fuentes simétricas y anti simétricas.

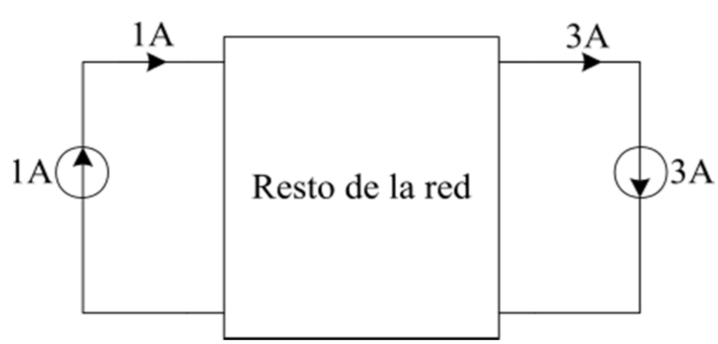


Vemos que hay dos juegos de fuentes que se pueden observar respecto al eje de simetría:

1. Un juego de fuentes de corriente de distintos valores y sentidos
2. Una fuente de tensión y un cortocircuito (el cual podemos pensar como una fuente de tensión de 0v) que obviamente no tienen el mismo valor.

Veremos ahora como descomponer cada par de fuente.

<u>**Fuentes simétricas y anti simétricas de corriente:**</u>



Aplicando superposición podemos encontrar que cada fuente de corriente se puede expresar como suma de una fuente simétrica y una anti simétrica, cuyos valores se pueden obtener de la siguiente manera:

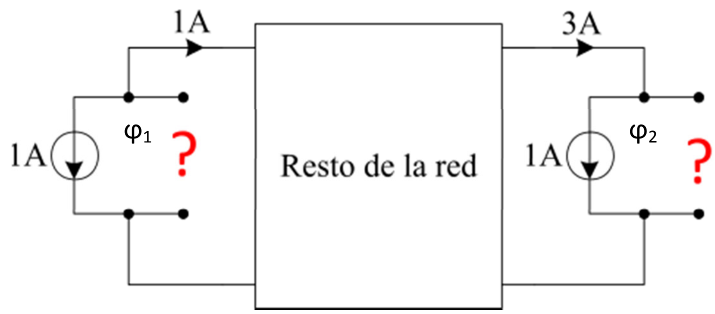
$$(En\ lo\ que\ sigue, se\ adoptara\ como\ sentido\ de\ circulacion\ de$$

$$corriente\ positivo\ al\ sentido\ entrante\ al\ circuito)$$

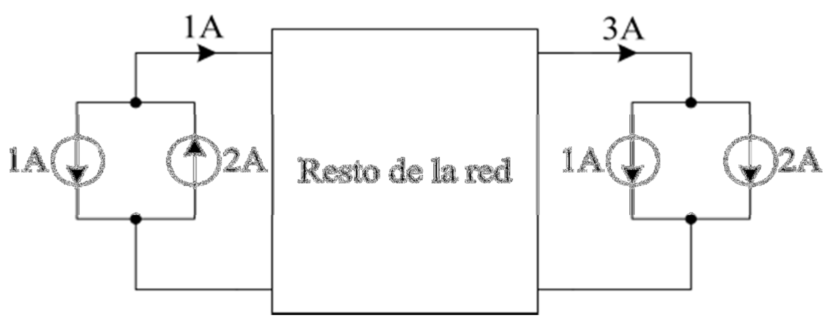
$$I_{simetrica} = \frac{1A + (-3A)}{2} = -1A$$

$$I_{antisimetrica} = \frac{1A - (-3A)}{2} = 2A$$

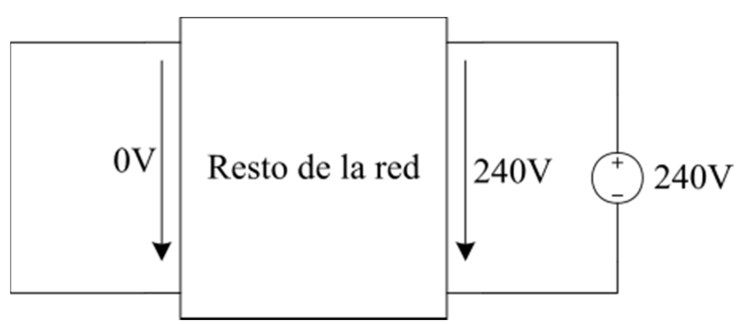
<u>Las fuentes simétricas tendrán el mismo sentido</u> (salientes) <u>en ambos lados del circuito</u>:



Ahora se debe buscar la forma de conectar <u>las fuentes anti simétricas</u>, que <u>deberán tener sentidos opuestos</u>, de modo de obtener las corrientes originales. Mediante la aplicación de la ley de Kirchhoff de corrientes en los nudos φ_1 y φ_2 este paso es trivial y resulta en:



<u>Fuentes simétrica y anti simétrica de tensión:</u>

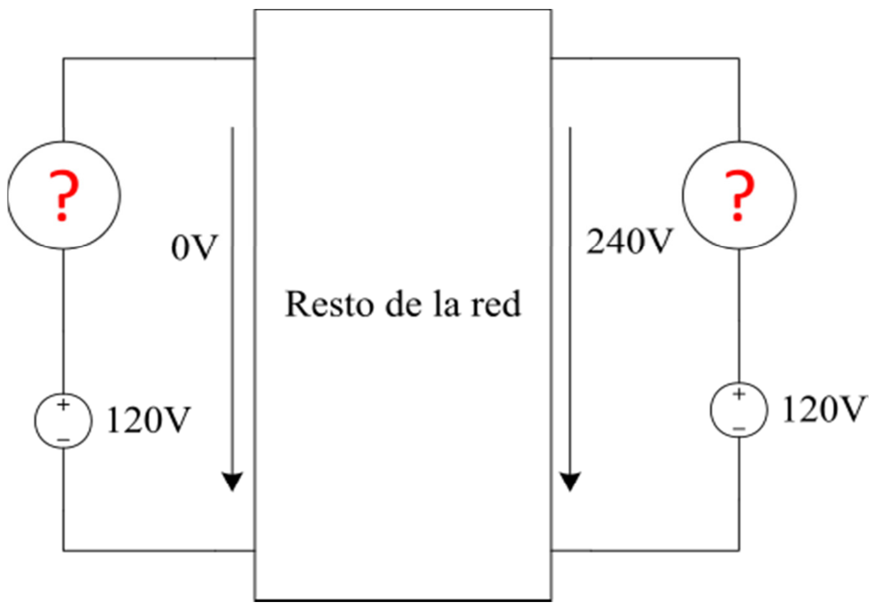


Recordemos que, a pesar de haber una sola fuente de tensión, se pueden obtener las fuentes simétricas y anti simétrica, dado que del otro lado, donde se esperaría que haya una fuente, hay un cortocircuito. El cortocircuito fuerza la diferencia de potencial entre sus extremos a cero, con lo cual, lo podemos pensar como una fuente de tensión de 0V.

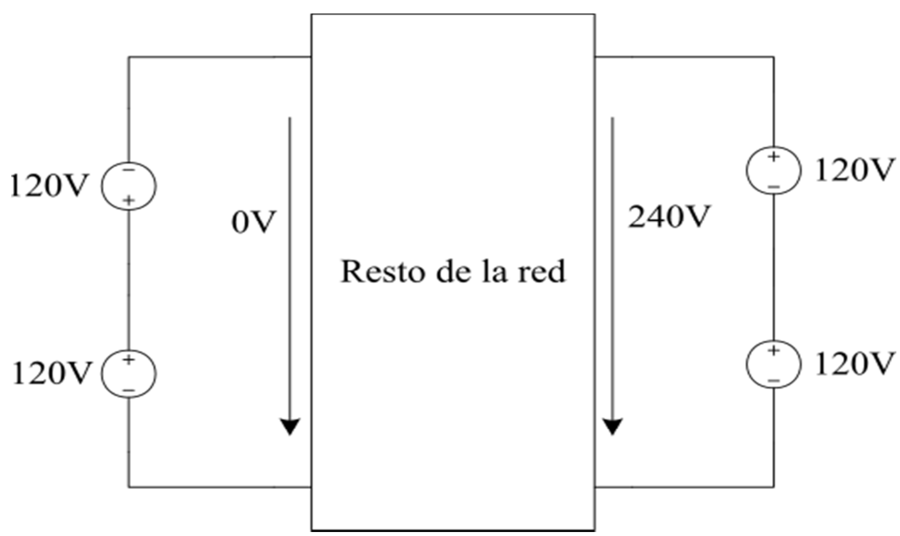
$$V_{simetrica} = \frac{0V + 240V}{2} = 120V$$

$$V_{antisimetrica} = \frac{0V - 240V}{2} = -120V$$

Como antes, ubicamos primero la fuente simétrica, ya que sabemos que tendrá el mismo sentido en ambos lados:

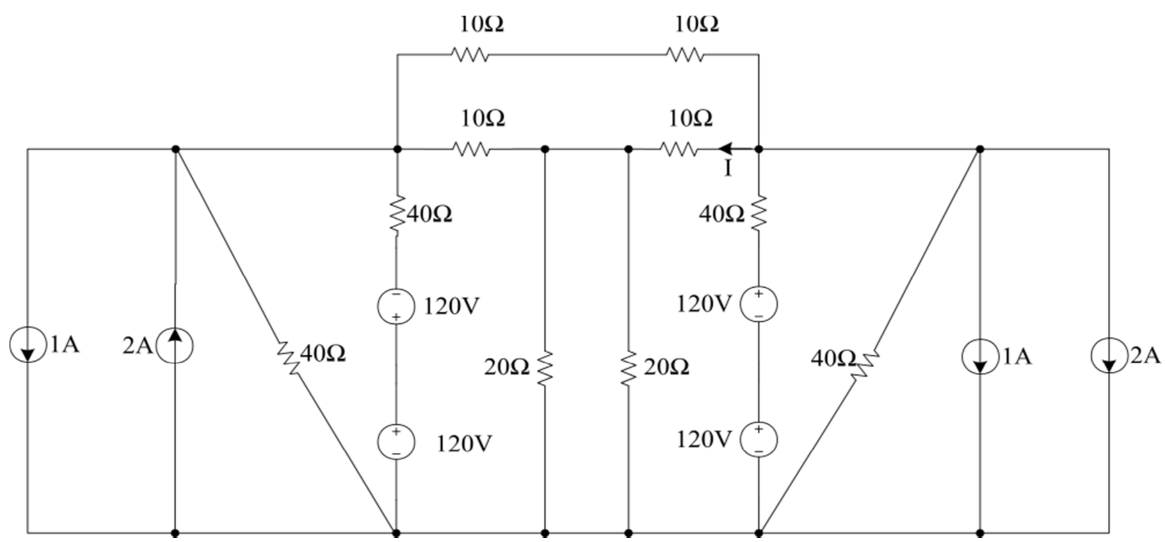


Y luego, aplicando la ley de Kirchhoff de tensiones en cada malla se obtiene lo siguiente:

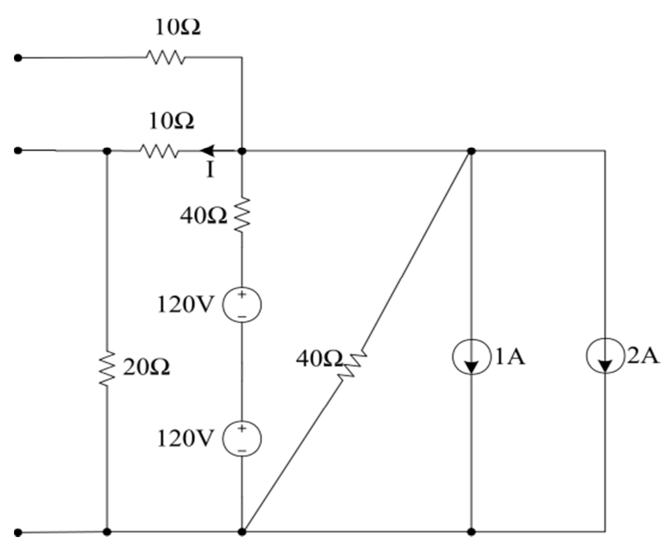


Nota: Lo mismo sucedería si en donde esta alguna de las fuentes de corriente hubiera un circuito abierto, ya que el mismo fuerza la corriente a 0A y entonces lo podemos pensar como una fuente ideal de corriente del mismo valor.

Entonces el circuito nos queda:



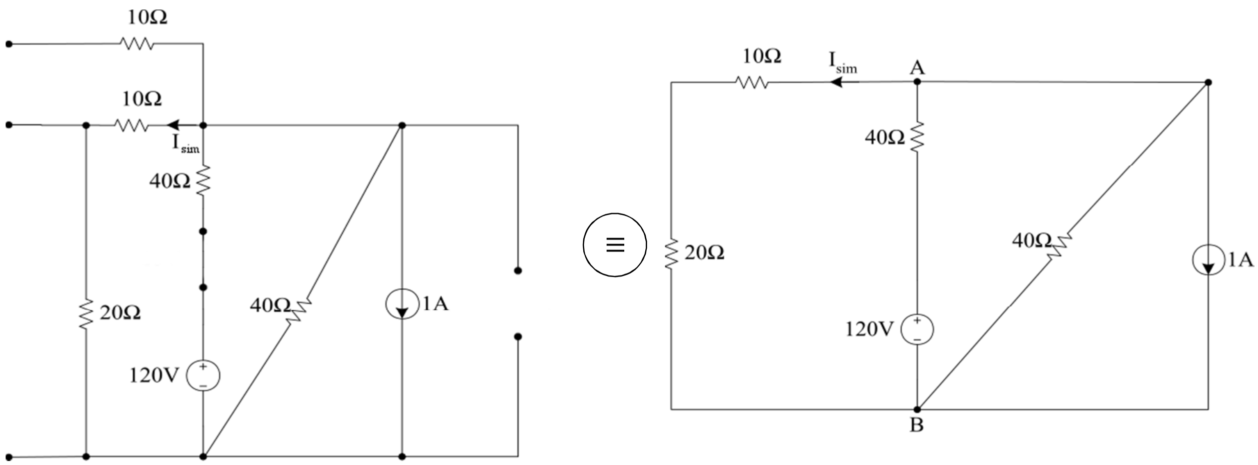
Nos quedamos con una mitad del circuito:



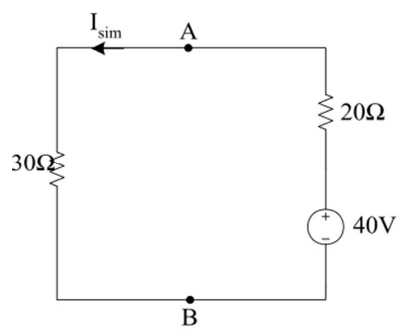
Ahora debemos calcular el estado de régimen para dos situaciones, una cuando actúan solo las fuentes simétricas (caso donde se dejan abiertos los bornes del eje de simetría) y otra cuando actúan solo las fuentes anti simétricas (en cuyo caso cortocircuitamos los bornes).

Estado de régimen actuando solo las fuentes simétricas:

Pasivamos las fuentes anti simétricas y dejamos los bornes abiertos



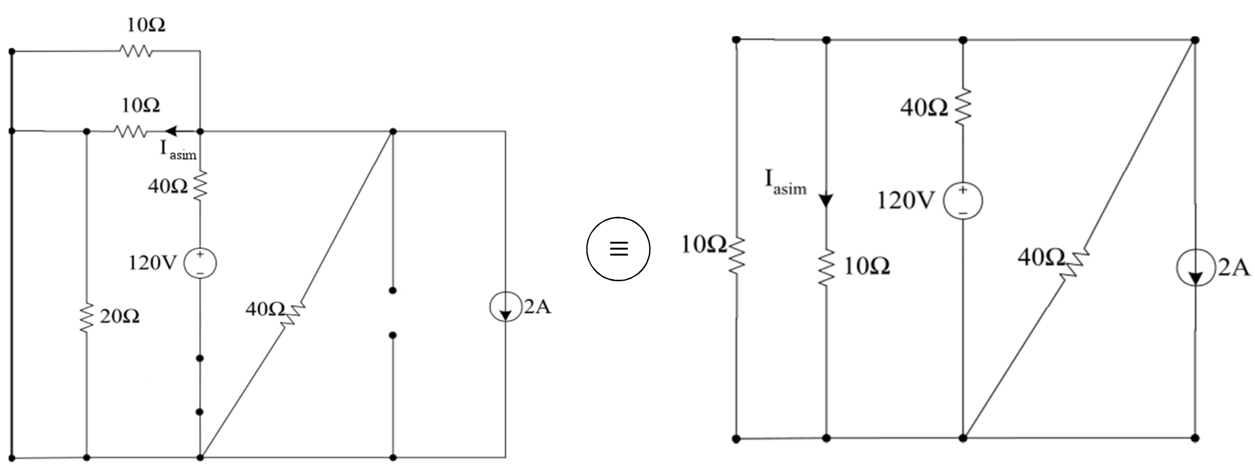
La corriente I_{sim} puede obtenerse por cualquiera de los métodos y teoremas vistos hasta aquí en la materia, en este caso por la simplicidad del circuito se resolverá hallando el equivalente entre los puntos A y B mediante transformación de fuentes:



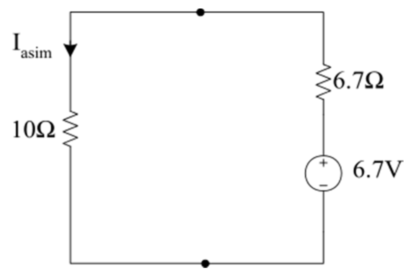
$$I_{sim} = \frac{40v}{(30\Omega + 20\Omega)} = 0.8A$$

<u>**Estado de régimen actuando solo las fuentes anti simétricas:**</u>

Pasivamos las fuentes simétricas y cortocircuitamos los bornes



Y otra vez aplicando interconversión de fuentes:



$$I_{asim} = \frac{6.7v}{(10\Omega + 6.7\Omega)} = 0.4A$$

<u>**Calculo final de la corriente original**</u>

Aplicando superposición:

$$I = I_{sim} + I_{asim} = 0.8A + 0.4A = 1.2A$$