

Problema resuelto - Métodos de resolución de circuitos

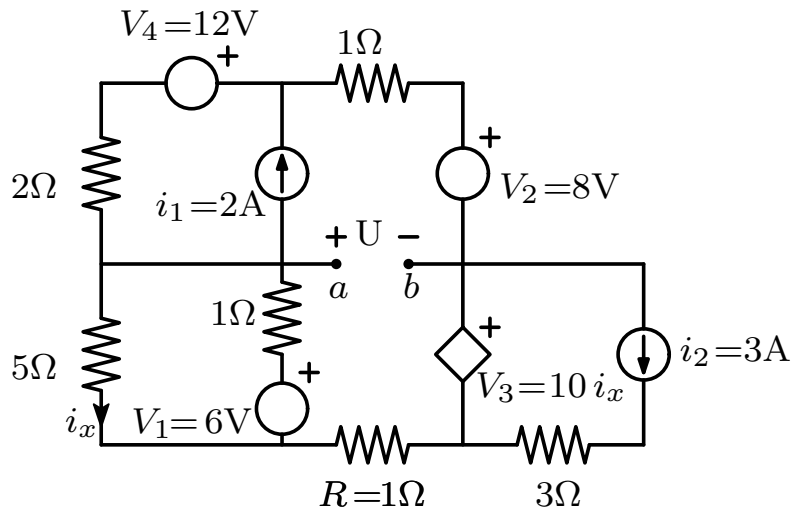
Teoría de Circuitos

2018

Enunciado

Para el circuito de la Figura:

1. Hallar el valor de la d.d.p. U y la corriente por la fuente V_3 , aplicando el método más conveniente. **Justificar** la elección analizando y detallando el **número de ecuaciones** asociadas a **cada uno de los 3 métodos** posibles.
2. Determinar la variación de la tensión U al aumentar la resistencia R en $0,1\ \Omega$.



Resolución

Inicialmente determinaremos cuál es el método más conveniente para resolver el problema, para lo cual analizaremos cuántas ecuaciones son necesarias para resolver el problema con cada uno de los métodos: mallas, bucles y nudos.

Mallas: Podemos distinguir 4 caminos cerrados mínimos, por lo cual inicialmente tendremos 4 ecuaciones del método. Debido a que la fuente de corriente i_2 está solo en uno de los caminos cerrados mínimos, tendremos una ecuación menos, ya que para ese camino cerrado su corriente de malla será $i_2 = 3\text{ A}$. La fuente de corriente i_1 , en cambio, se encuentra compartida por dos caminos cerrados mínimos, por lo que se añadirá una ecuación que relacione las corrientes de malla de cada camino cerrado con i_1 . Por último, tendremos una ecuación más, debido a la existencia de una fuente controlada.

Bucles: Si elegimos un árbol (cualquiera sea), vemos que restan 4 ramas de enlace, por lo que inicialmente tendremos 4 ecuaciones del método. Luego, para disminuir en dos el número de ecuaciones ubicaremos las fuentes de corriente i_1 e i_2 en ramas de enlace. Por último, tendremos una ecuación más, debido a la existencia de una fuente controlada.

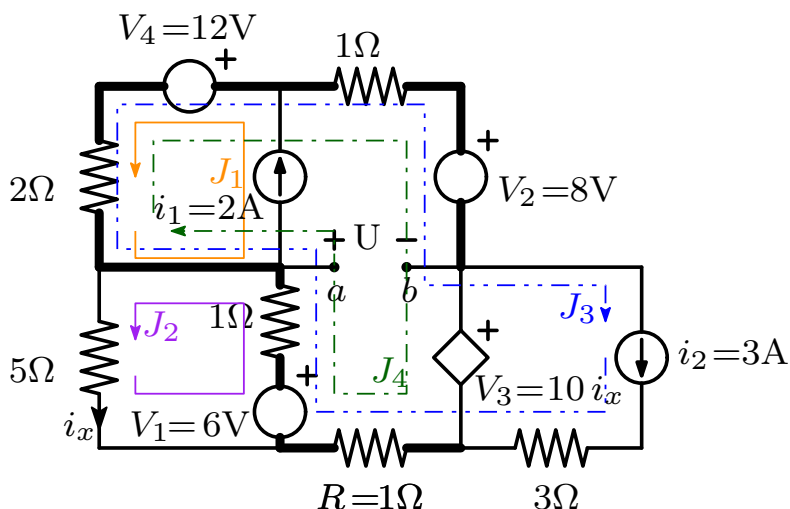
Nudos: El circuito tiene 5 nudos, por lo que inicialmente tendremos $5 - 1 = 4$ ecuaciones del método. Luego, para disminuir en uno el número de ecuaciones, podemos ubicar el nodo de referencia en uno de los bornes de la fuente de tensión V_3 . Por último, tendremos una ecuación más, debido a la existencia de una fuente controlada.

Lo presentado anteriormente se resume en la siguiente tabla:

Mallas	Bucles	Nudos
4 Ec. del método	4 Ec. del método	4 Ec. del método
-1 Ec. (fuente de corriente no compartida)	-2 Ec. (fuente de corriente no compartida)	-1 Ec. (fuente de tensión a referencia)
+1 Ec. (fuente de corriente compartida)		
+1 Ec. (fuente controlada)	+1 Ec. (fuente controlada)	+1 Ec. (fuente controlada)
5 Ecuaciones	3 Ecuaciones	4 Ecuaciones

Observamos que utilizando el método de bucles, resolveremos la menor cantidad de ecuaciones.

Antes de escribir las ecuaciones elegimos el árbol más conveniente dejando tanto las fuentes de corriente como la fuente de tensión controlada en las ramas de enlace del circuito y asignamos el sentido a las corrientes J_i .



Luego,

$$J_1 = 2 \text{ A} \quad (1)$$

$$J_3 = 3 \text{ A} \quad (2)$$

Las ecuaciones de bucles son:

$$J_2 (1 + 5) + J_3 (1) + J_4 (1) = 6 \quad (3)$$

$$-J_1 (2) + J_2 (1) + J_3 (1 + 1 + 2 + 1) + J_4 (2 + 1 + 1 + 1) = 12 - 8 - 10 i_x + 6 \quad (4)$$

Y la ecuación debido a la fuente controlada queda:

$$i_x = J_2 \quad (5)$$

Una vez obtenidas todas las ecuaciones, procedemos a su resolución:

De las Ec. 1, 3 y 5:

$$\begin{aligned} 6i_x + 3 + J_4 &= 6 \\ J_4 &= 6 - 3 - 6i_x \\ J_4 &= 3 - 6i_x \end{aligned} \quad (6)$$

De las Ec. 1, 2, 4 y 5:

$$\begin{aligned} -2 \cdot 2 + i_x + 3 \cdot 5 + 5J_4 &= 12 - 8 - 10i_x + 6 \\ -4 + i_x + 15 + 5J_4 &= 12 - 8 - 10i_x + 6 \\ 11i_x + 5J_4 &= -1 \end{aligned} \quad (7)$$

Luego, reemplazando en (7) con (6):

$$\begin{aligned} 11i_x + 5(3 - 6i_x) &= -1 \\ 11i_x + 5 \cdot 3 - 5 \cdot 6i_x &= -1 \\ 11i_x + 15 - 30i_x &= -1 \\ -19i_x &= -16 \end{aligned} \quad (8)$$

Por lo que:

$$J_2 = i_x = \frac{16}{19} \approx 0,842 \quad (9)$$

Y para obtener el valor de J_4 , que coincide con la corriente que circula por V_3 , reemplazamos en (6):

$$\begin{aligned} J_4 &= 3 - 6 \cdot \frac{16}{19} \\ J_4 &= -\frac{39}{19} \\ J_4 &\approx -2,05 \end{aligned} \quad (10)$$

Para calcular la tensión U podemos plantear la LKT de tensión en el camino cerrado que se muestra en la Fig. 1.

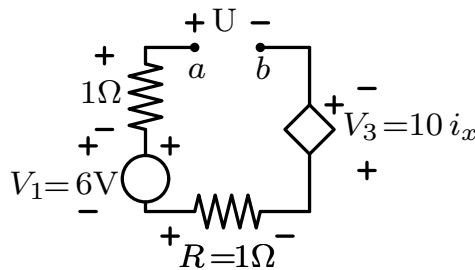


Figura 1: Camino cerrado a analizar para calcular U

$$\begin{aligned} U &= 1 \cdot (-(J_2 + J_3 + J_4)) + 6 + 1 \cdot (-(J_3 + J_4)) - 10i_x \\ U &= -(0,842 + 3 + (-2,05)) + 6 - (3 + (-2,05)) - 10 \cdot 0,842 \\ U &= -1,792 + 6 - 0,95 - 8,42 \\ U &= -5,16 \end{aligned} \quad (11)$$

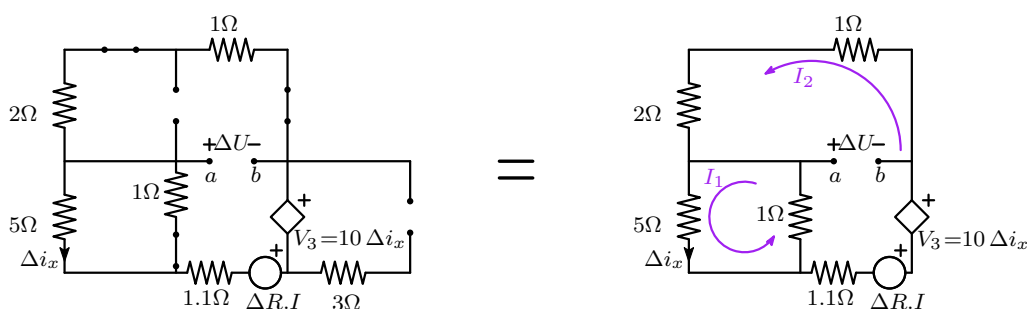
Para la resolución del ítem 2, aplicaremos el teorema de alteración, donde la resistencia R es la que modifica su valor a $R + \Delta R = 1,1 \Omega$, es decir que $\Delta R = 0,1 \Omega$.

Calculamos la corriente I sobre la resistencia R en el circuito original, adoptando su sentido de derecha a izquierda:

$$\begin{aligned} I &= +J_3 + J_4 = 3 - 2,05 \\ I &= 0,95 \text{ A} \end{aligned} \quad (12)$$

Luego, pasivamos la red y agregamos en serie a la resistencia R una fuente de f.e.m. de valor $I \cdot \Delta R = 0,95 \text{ A} \cdot 0,1 \Omega = 0,095 \text{ V}$ y modificamos el valor de la resistencia a $R + \Delta R$.

Vale aclarar que el sentido de la fuente de tensión es tal que la ddp que genere tenga el mismo sentido que la ddp que originalmente existía sobre la resistencia R .



Para calcular el valor de ΔU podemos resolver el circuito aplicando mallas. Las ecuaciones del método son:

$$I_1 (5 + 1) - I_2 (1) = 0 \quad (13)$$

$$I_2 (1 + 2 + 1 + 1,1) - I_1 (1) = 0,095 + 10 i_x \quad (14)$$

Y la ecuación debido a la fuente controlada:

$$i_x = I_1 \quad (15)$$

De la Ec. 13 podemos despejar $I_2 = 6 I_1$ y luego reemplazando en la Ec. 14 junto con la Ec. 15:

$$\begin{aligned} 6 I_1 (1 + 2 + 1 + 1,1) - I_1 (1) &= 0,095 + 10 I_1 \\ 6 I_1 \cdot 5,1 - I_1 &= 0,095 + 10 I_1 \\ 19,6 I_1 &= 0,095 \\ I_1 &= 4,85 \times 10^{-3} \end{aligned} \quad (16)$$

Luego,

$$I_2 = 6 I_1 = 0,029$$

y la corriente i_x

$$i_x = 4,85 \times 10^{-3}$$

Por lo tanto, la tensión ΔU es:

$$\begin{aligned} \Delta U &= 1 (I_2 - I_1) + 1,1 I_2 - 0,095 - 10 i_x \\ \Delta U &= 0,029 - 4,85 \times 10^{-3} + 1,1 \cdot 0,029 - 0,095 - 10 \cdot 4,85 \times 10^{-3} \\ \Delta U &= -0,087 \text{ V} \end{aligned} \quad (17)$$