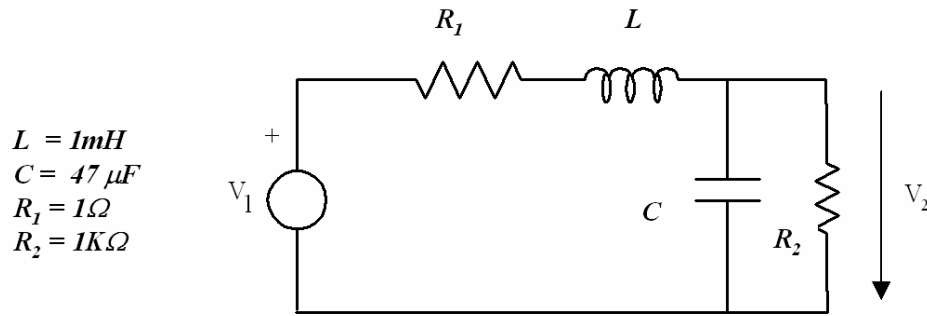




Obtener:

- $H(j\omega) = V_2(j\omega) / V_1(j\omega)$
- Frecuencia de resonancia y justificar de qué tipo de filtro se trata
- Las frecuencias de corte

Como primer paso resolveremos el paralelo de R_2 y C dado que es de interés la tensión en bornes del mismo y de esta manera obtendremos una malla simple. Así:

$$z_{eq}(j\omega) = \frac{R_2 / j\omega C}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_2}{j\omega C R_2 + 1}$$

Luego, por divisor de tensión sabemos que $H(j\omega)$ será:

$$\begin{aligned}
 H(j\omega) &= \frac{V_2(j\omega)}{V_1(j\omega)} = \frac{\cancel{V_1(j\omega)}}{\cancel{V_1(j\omega)}} \frac{\frac{R_2}{j\omega C R_2 + 1}}{R_1 + j\omega L + \frac{R_2}{j\omega C R_2 + 1}} = \frac{\frac{R_2}{j\omega C R_2 + 1}}{R_1 + j\omega L + \frac{R_2}{j\omega C R_2 + 1}} \\
 &= \frac{R_2}{(R_1 + j\omega L)(j\omega C R_2 + 1) + R_2} = \frac{R_2}{j\omega C R_2 R_1 - \omega^2 L C R_2 + R_1 + j\omega L + R_2} \\
 &= \frac{R_2}{(R_1 + R_2 - \omega^2 L C R_2) + j\omega(L + C R_2 R_1)}
 \end{aligned}$$

Por lo que es fácil calcular ahora el módulo de $H(j\omega)$:

$$|H(j\omega)| = \frac{R_2}{\sqrt{(R_1 + R_2 - \omega^2 L C R_2)^2 + \omega^2 (L + C R_2 R_1)^2}} = R_2 \left[(R_1 + R_2 - \omega^2 L C R_2)^2 + \omega^2 (L + C R_2 R_1)^2 \right]^{-1/2}$$

Lo primero que podemos observar es que en $\omega = 0$:

$$|H(0)| = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Si quisiéramos ahora encontrar la frecuencia de resonancia (donde el módulo de $H(j\omega)$ es máximo):

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{d|H(j\omega)|}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0} &= 0 \\
 \frac{d|H(j\omega)|}{d\omega} &= \frac{d \left(R_2 \left[(R_1 + R_2 - \omega^2 L C R_2)^2 + \omega^2 (L + C R_2 R_1)^2 \right]^{-1/2} \right)}{d\omega}
 \end{aligned}$$

$$\frac{d|H(j\omega)|}{d\omega} = R_2 \left(-\frac{1}{2} \right) \left[\left(R_1 + R_2 - \omega^2 L C R_2 \right)^2 + \omega^2 (L + C R_2 R_1)^2 \right]^{-3/2} \left[2 \left(R_1 + R_2 - \omega^2 L C R_2 \right) (-2\omega L C R_2) + 2\omega (L + C R_2 R_1)^2 \right]$$

Como el primer corchete está elevado a un exponente negativo formará parte del denominador de una fracción y como quiero ver donde es nula la derivada entonces igualo el segundo corchete a cero. Así:

$$\begin{aligned} \left[2 \left(R_1 + R_2 - \omega^2 L C R_2 \right) (-2\omega L C R_2) + 2\omega (L + C R_2 R_1)^2 \right] &= 0 \\ 2\omega \left[2 \left(R_1 + R_2 - \omega^2 L C R_2 \right) (-L C R_2) + (L + C R_2 R_1)^2 \right] &= 0 \\ 2 \left(R_1 + R_2 - \omega^2 L C R_2 \right) (-L C R_2) + (L + C R_2 R_1)^2 &= 0 \\ (-2R_1 L C R_2) + (-2L C R_2^2) + 2\omega^2 (L C R_2)^2 + L^2 + 2L C R_2 R_1 + (C R_2 R_1)^2 &= 0 \\ (-2L C R_2^2) + 2\omega^2 (L C R_2)^2 + L^2 + (C R_2 R_1)^2 &= 0 \\ 2\omega^2 (L C R_2)^2 &= (2L C R_2^2) - L^2 - (C R_2 R_1)^2 \\ \omega^2 &= \frac{(2L C R_2^2) - L^2 - (C R_2 R_1)^2}{2(L C R_2)^2} \end{aligned}$$

Luego:

$$\omega = \sqrt{\frac{(2L C R_2^2) - L^2 - (C R_2 R_1)^2}{2(L C R_2)^2}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{2(C R_2)^2} - \frac{R_1^2}{2L^2}} = 4558 \text{ rad/seg}$$

Para verificar este resultado mediante un programa de gráfica de funciones se grafico módulo de $H(j\omega)$ vs. ω . Las frecuencias de corte pueden obtenerse en forma gráfica de la curva que se muestra a continuación para evitar el trabajo matemático.

